



РІШЕЛЬЄВСЬКИЙ ЛІЦЕЙ

Олімпіадна робота з математики (напрям ІКТ)

9 клас (2017-2018 навчальний рік)

І частина

1. Знайдіть значення виразу $\frac{25-x^2}{x^2-6x+5}$ при $x = -99$.
2. Відомо, що x_1 і x_2 – корені рівняння $4x^2 - 5x - 13 = 0$. Знайдіть значення виразу $x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2$.
3. Спростіть вираз $\left(\frac{\sqrt{m}-2}{\sqrt{m}+2} + \frac{8\sqrt{m}}{m-4}\right) : \frac{\sqrt{m}+2}{m-2\sqrt{m}}$.
4. Доведіть, що при будь-якому натуральному n значення виразу $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ ділиться націло на 10.
5. Сторони трикутника дорівнюють 8 см, 9 см і 13 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до найбільшої сторони; радіуси вписаного й описаного кіл трикутника.
6. Діагональ AC чотирикутника $ABCD$ є діаметром його описаного кола, M – точка перетину діагоналей чотирикутника, $\angle BAC = 46^\circ$, $\angle AMB = 57^\circ$. Знайдіть кути чотирикутника $ABCD$.

II частина

7. Знайдіть область визначення функції: $y = \sqrt{48 + 2x - x^2} + \frac{4}{\sqrt{x^2 - 36}}$.
8. Побудуйте графік функції $y = x^2 - 2\sqrt{x^2} + 1$. Користуючись графіком, укажіть проміжки зростання та спадання функції.
9. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} xy - \frac{x}{y} = 6, \\ 3xy + \frac{2x}{y} = 28. \end{cases}$$
10. При яких значеннях параметра a рівняння $x^2 - 2(a + 2)x + 4a + 5 = 0$ має корені різного знаку.
11. У прямокутну трапецію вписано коло. Точка дотику ділить більшу з бічних сторін трапеції на відрізки завдовжки 16 см і 36 см. Знайдіть площу трапеції.
12. Дано точки $A(-1; 5)$ і $B(8; 2)$. Складіть рівняння прямої, яка перпендикулярна до прямої AB і перетинає відрізок AB у точці M такій, що $AM:MB = 2:1$.

Користуватися таблицями та калькулятором не дозволено.