



РІШЕЛЬЄВСЬКИЙ ЛІЦЕЙ

Вступна робота з математики (10–ІКТ)

I частина

1. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 2x + 8$. Користуючись графіком, укажіть:
 - а) інтервали знакосталості функції;
 - б) проміжки монотонності функції;
 - в) множину значень функції на проміжку $[2; +\infty)$.
2. Доведіть, що для будь-яких дійсних x і y виконується нерівність:
 $x^2 + 2y^2 + 2xy + 6y + 10 > 0$.
3. Знайдіть область визначення функції: $y = \frac{1}{\sqrt{14+5x-x^2}} + \sqrt{x^2 - x - 20}$.
4. Розв'яжіть рівняння: $(x + 1)^4 + x^2 + 2x + 1 = 0$.
5. Машина виїхала зі швидкістю 50 км / ч. Через півгодини слідом за нею виїхала інша машина, яка наздогнала її через 2,5 години. Знайдіть швидкість другої машини.
6. Спільна хорда двох кіл, які перетинаються, є стороною правильного трикутника, вписаного в одне коло, і стороною квадрата, вписаного в інше коло. Довжина цієї хорди дорівнює a . Знайдіть відстань між центрами кіл, якщо вони лежать по різні сторони від хорди.
7. Пряма, паралельна стороні AC трикутника ABC , перетинає його сторону AB у точці M , а сторону BC – у точці K . Знайдіть площу трикутника ABC , якщо $BM=3$ см, $AM=4$ см, а площа чотирикутника $AMKC$ дорівнює 80 см².

II частина

1. Знайдіть суму перших дев'ятнадцяти членів арифметичної прогресії, якщо відомо, що $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.
2. Знайдіть область визначення функції: $y = \sqrt{48 + 2x - x^2} + \frac{4}{\sqrt{x^2 - 36}}$.
3. Знайдіть координати тих точок графіка функції $y = \frac{3x^2 + x - 2}{x + 1}$, у яких абсциса дорівнює ординаті. Побудуйте графік заданої функції.
4. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} \frac{x-1}{y} + \frac{y}{x-1} = 2, \\ x^2 + xy = 6. \end{cases}$$
5. При яких значеннях параметра b нерівність $3bx^2 - 4(b-1)x + 2b - 5 > 0$ має місце для всіх дійсних x .
6. Дано вершини трикутника $A(1;5)$, $B(4;1)$, $C(7;-3)$. Знайдіть:
 - а) косинуси кутів трикутника та визначить вид даного трикутника;
 - б) складіть рівняння висоти AH та медіани BM даного трикутника;
 - в) координати точки D , так, щоб чотирикутник $ABCD$ був паралелограмом.
7. Висота трикутника, опущена на сторону ділить її на відрізки завдовжки 7 см і 32 см , а бісектриса ділить цю сторону на відрізки у відношенні $5:8$. Знайдіть периметр та площу трикутника.

Користуватися таблицями та калькулятором не дозволено.