



1. За яким принципом побудована послідовність 1, 2, 2, 3, 2, 4, 2, 4, 3, 4, ...?
2. Чи можливо множину з дванадцяти чисел  $A = \{3, 4, 5, \dots, 13, 14\}$  розбити на дві множини  $B$  та  $C$  з шести чисел кожна так, щоб виконувалася умова: для будь-яких двох різних чисел з  $B$  їх сума не належить  $B$ , та для будь-яких двох різних чисел з  $C$  їх сума не належить  $C$ ?
3. Скільки існує нескоротних дробів з чисельником 1999, які менші за  $\frac{1}{1999}$  і більші за  $\frac{1}{2000}$  ?
4. “Крокодилом” називається фігура, хід якої полягає в стрибку на клітинку, у яку можна потрапити зрушенням на одну клітинку по вертикалі чи горизонталі, а потім на  $N$  клітинок у перпендикулярному напрямку ( при  $N=2$  “крокодил” – це шаховий кінь). При яких  $N$  “крокодил” може пройти з будь-якої клітинки нескінченної шахівниці на будь-яку іншу?
5. Дано правильний 72-кутник. Льоня та Моня грають у гру “Отримай правильний трикутник”. Вони по черзі відмічають олівцем по одній ще невідміченій вершині 72-кутника: Ляоня – червоним, Моня – синім. Починає гру Ляоня, а виграє той, хто першим відмітить своїм кольором три вершини, що є вершинами деякого рівностороннього трикутника. Якщо всі вершини відмічені, а такого трикутника немає, гра закінчується внічию. Довести, що Моня може грати так, щоб не програти.
6. Вершини опуклого п'ятикутника з'єднані через одну. Знайти суму кутів привершинах отриманої “зірки”.
7. Сума цифр трицифрового числа, всі цифри якого різні, ділиться на сім. Крім того, саме це число ділиться на сім. Знайти всі такі числа.
8. За один крок з п'яти написаних на дошці чисел можна вибрати будь-яких чотири, скажімо  $a, b, c, d$  (у будь-якій послідовності), витерти п'яте число, а на його місце записати число  $1a+9b+9c+8d$ . У початковий момент на дошці написано п'ять одиниць. Чи можна за кілька кроків дістати на дошці числа 1, 1, 1999, 2000, 2001?
9. Знайти всі прості числа, які не можна представити у вигляді суми двох складених.
10. Через дану точку на площині проводяться всілякі прямі перетинаючі дане коло. Знайти геометричне місце середин отриманих хорд.
11. Знайти всі  $a$ , при яких рівняння  $ax^2 + x + 1 = 0$  і  $x^2 + ax + 1 = 0$  мають принаймні один спільний корінь.
12. Скільки існує різних пар чисел  $(x, y)$ , менших 1000, таких, що  $\frac{x^2 + y^2}{49}$  - ціле число?
13. Точка  $D$  – довільна точка на медіані  $BM$  трикутника  $ABC$ . Через точку  $D$  проведено пряму паралельну до сторони  $AB$ , а через точку  $C$  проведено пряму паралельну до медіани  $BM$ . Ці дві прямі перетинаються в точці  $E$ . Довести, що  $BE=AD$ .
14. В чотирикутнику  $ABCD$   $AB=BC$ ,  $CD=DA$ . Точки  $K$  та  $L$  розташовані на відрізках  $AB$  і  $BC$  таким чином, що  $BK=2AK$ ,  $BL=2CL$ . Точки  $M$  і  $N$  – середини відрізків  $CD$  і  $DA$  відповідно. Доведіть, що  $KM=LN$ .
15. Чи можна рохфарбувати клітинки квадрата  $6 \times 6$  в чорний та білий кольори таким чином, щоб кількість чорних клітинок довільного квадрата  $3 \times 3$  була більша за кількість білих клітинок цього квадрата, а кількість білих клітинок довільного квадрата  $5 \times 5$  була більша за кількість чорних клітинок цього квадрата?