



Задачі №№ 1–5 призначені для учнів, що закінчили 7 клас  
Задачі №№ 6–10 призначені для учнів, що закінчили 8 клас

1. Першокласникові Дмитрику на Новий рік подарували незвичайну касу цифр, яка містила картки виключно з цифрами 1, 4, 6 та 9. Чи зможе Дмитрик, використовуючи тільки цифри зі своєї каси, скласти такі два натуральні числа  $m$  та  $n$ , щоб виконувалася рівність  $m = 17n$ ? Відповідь обґрунтуйте.
2. На стороні  $AB$  **рівностороннього** трикутника  $ABC$  обрано точку  $E$ , і на відрізку  $CE$  як на основі побудовано **рівносторонній** трикутник  $EKC$  таким чином, що точки  $K$  і  $A$  розташовані в різних півплощинах відносно до прямої  $CE$ . Доведіть, що прямі  $BK$  і  $AC$  паралельні.
3. Чи можна зображену на малюнку дошку розрізати **по клітинках** (по лініях “сітки”) на **чотири однакові** частини таким чином, щоб кожна з частин містила **рівно три** зафарбовані клітинки? Відповідь обґрунтуйте.
4. У математичному гуртку, в якому навчається вже знайомий нам першокласник Дмитрик, **більше** від 93% учнів – дівчата. Якою найменшою може бути кількість учнів у такому гуртку? Відповідь обґрунтуйте.
5. Подайте число  $2^{2001} + 2^{2003}$  у вигляді суми квадратів двох натуральних чисел.
6. У трикутнику  $ABC$  медіани  $AK$  і  $CL$  перетинаються в точці  $M$  під прямим кутом. Доведіть, що  $BM = AC$ .
7. Нехай  $a, b, c, d$  – такі натуральні числа, що добутки  $abc, abd, acd$  є кубами натуральних чисел. Доведіть, що добуток  $bcd$  також є кубом деякого натурального числа.
8. При якому найбільшому  $n \in \mathbb{N}$  за колом можна розташувати  $n$  попарно різних чисел таким чином, щоб кожне з них дорівнювало добуткові двох сусідніх з ним чисел? Відповідь обґрунтуйте.
9. Про додатні числа  $a, b, c, d$  відомо, що  $ab = 1$  і  $ac + bd = 2$ . Доведіть, що  $cd \leq 1$ .
10. Чи можна зафарбувати на шахівниці розміру  $8 \times 8$  декілька клітинок таким чином, щоб кожна клітинка (у тому числі й зафарбована) мала спільну сторону із зафарбованою клітинкою – причому рівно з однією? Відповідь обґрунтуйте.

