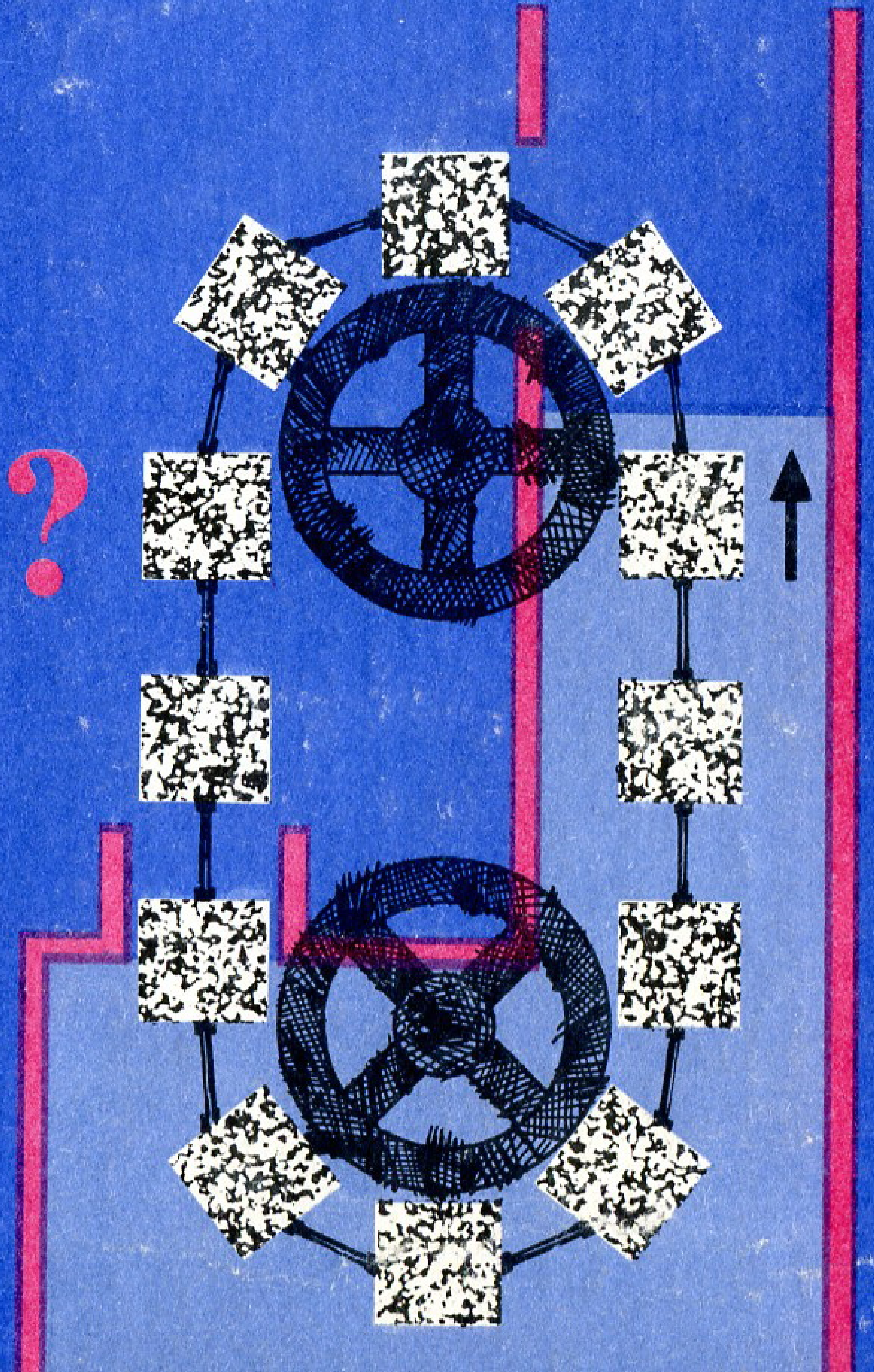
И. К. Кикоин, А. К. Кикоин

Физика 8



ББК 22.3я72
К38

В подготовке восьмого переработанного издания принимала участие доктор педагогических наук,
старший научный сотрудник НИИ СиМО АПН СССР *Э. Е. Эвенчик*

Условные обозначения

определения,
правила, выводы

основные законы

особо важные формулы

вспомнить, обратить внимание, запомнить

К $\frac{4306021100-194}{103(03)-86}$ **инф. письмо—86**

Оглавление

Механика

Механика

Введение

Все, что реально существует в мире, на Земле и вне Земли, называют в науке *материей*. Материальны окружающие нас разнообразные тела и вещества, из которых эти тела состоят. Звук, свет, радиоволны, хотя их телами не называют, тоже материальны — они реально существуют. Выражение «реально существует» означает, что тот или иной предмет (вообще, окружающий нас материальный мир) существует независимо от нашего сознания и действует или может действовать на наши органы чувств.

Одно из основных свойств материи — ее изменчивость. Всевозможные изменения, происходящие в материальном мире, изменения материи называют *явлениями* природы.

Физика — одна из наук о неживой природе. Она изучает свойства материи, всевозможные ее изменения, законы, которые описывают эти изменения, связи между явлениями.

От многих других наук физика отличается тем, что при изучении свойств материи, ее изменений вводятся различные физические величины, которые можно измерять и выражать числами. Благодаря этому и ход явлений и связи между ними выражаются математическими соотношениями между введенными величинами. Самые важные связи между явлениями природы, называемые *законами*, тоже выражаются в виде математических соотношений.

О значении математики для физики очень хорошо сказал знаменитый итальянский ученый Галилео Галилей: «Философия[1] написана в той величественной Книге, которая постоянно открыта у нас перед глазами (я имею в виду Вселенную), но которую невозможно понять, если не научиться предварительно ее языку и не узнать те письмена, которыми она начертана. Ее язык — язык математики, и письмена эти суть треугольники и другие геометрические фигуры, без которых невозможно понять в ней ни единого слова: без них мы можем лишь вслепую блуждать по беспросветному лабиринту».

Далеко не все свойства материи, не все законы природы известны. Но все развитие физики и других наук показывает, что в мире нет ничего такого, что нельзя было бы изучить, узнать, понять. Познаваемость материального мира тоже можно считать его важнейшим свойством.

Знание свойств материи, законов ее изменений (законов природы) отвечает естественному стремлению человека знать и понимать окружающий мир. Это знание составляет поэтому

[1] Во времена Галилея философией называлась физика.

важную часть человеческой культуры. Но науки о природе имеют и первостепенное практическое значение. Ведь они позволяют заранее знать ход тех или иных явлений, процессов. А без этого невозможно никакое производство. Инженер, например, еще до того, как построена машина, знает, как она будет работать, потому что, создавая проект машины, он пользовался данными науки, и прежде всего физики. Знание законов природы позволяет не только предвидеть будущее, но и объяснить прошлое, потому что законы природы в прошлом были такими же, как теперь, и такими они останутся всегда.

Возможность предвидеть будущее на основании знаний законов природы особенно важна сейчас, когда деятельность людей, владеющих мощной техникой, оказывает большое влияние на окружающую нас земную среду. Чтобы это влияние не принесло людям непоправимую беду, нужно уметь заранее предвидеть последствия. А для этого надо как можно больше знать о законах природы, в том числе и о тех, что изучает физика.

Из всех явлений природы наиболее изучено механическое движение. Раздел физики, в котором изучается это явление, называется *механикой.* О ней и пойдет речь в этой книге.

Основы кинематики

Глава 1

Общие сведения о движении

Основная задача механики

Все в мире происходит где-то и когда-то: в пространстве (где?) и во времени (когда?). В частности, каждое тело в любой момент времени занимает определенное положение в пространстве относительно других тел. Если с течением времени положение тела в пространстве изменяется, то говорят, что тело движется, совершает механическое движение.

Механическим движением тела называют изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Изучить движение тела — значит узнать, как изменяется его положение с течением времени. Если это известно, можно узнать (вычислить) положение тела в любой момент времени. В этом и состоит *основная задача* механики — *определить положение тела в любой момент времени.* Так, астрономы, пользуясь законами механики, могут вычислять положения небесных тел друг относительно друга и с большой точностью предсказывать, например, такие небесные явления, как затмения Солнца и Луны. И не только предсказывать! Если бы, например, историки не знали точной даты начала похода князя Игоря против половцев, то ее могли бы вычислить астрономы. В знаменитом «Слове о полку Игореве», в котором воспет этот поход, рассказывается о полном солнечном затмении, совпавшем с вступлением Игоря в землю половецкую. Этого достаточно, чтобы установить, что на границе половецкой земли войска Игоря были 1 мая 1185 г.[1].

Тела могут совершать самые разнообразные механические движения: двигаться по разным траекториям, быстрее и медленнее и т. д. Чтобы решить основную задачу механики, нужно уметь кратко и точно указать, как движется тело, как при том или ином движении изменяется его положение с течением времени. Другими словами, нужно найти математическое *описание* движения, т. е. установить связи между величинами, характеризующими механическое движение. Эти величины и связи между ними мы и рассмотрим в первом разделе механики, называемом *кинематикой*.

---

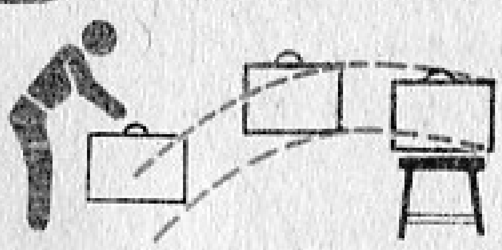
[1] Ошибиться здесь нельзя, потому что известно, что в одном и том же месте полное солнечное затмение бывает примерно один раз в 200 лет. В XII в. в районе донских степей могло быть всего одно затмение.

1. Поступательное движение тел. Материальная точка

Чтобы изучать движение тела, т. е. изменение его положения в пространстве, нужно прежде всего уметь определять само это положение. Но здесь возникает некоторое затруднение. Каждое тело имеет определенные размеры, следовательно, разные его части, разные точки тела находятся в разных местах пространства. Как же определить положение тела? В общем случае это сделать трудно. Но, оказывается, во многих случаях нет необходимости указывать положение каждой точки движущегося тела.

Этого не нужно делать в тех случаях, когда все точки тела движутся одинаково.

1



Зачем, например, описывать движение каждой точки санок, которые мальчик тянет в гору, если эти движения ничем не различаются между собой?

Одинаково движутся все точки баржи, плывущей по реке, чемодана, который мы поднимаем с пола (рис. 1), и т. д.

Движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, называют поступательным. При поступательном движении любая прямая, мысленно проведенная в теле, остается параллельной самой себе.

Не нужно описывать движение каждой точки тела и тогда, когда размеры тела малы по сравнению с расстоянием, которое оно проходит, или по сравнению с расстояниями от него до других тел. В этих случаях размерами тела можно пренебречь. Например, океанский лайнер мал по сравнению с протяженностью его рейса, и поэтому корабль считают точкой при описании его движения в океане.

Так же поступают в астрономии при изучении движений небесных тел. Планеты, звезды, Солнце, конечно, не малые тела. Но радиус Земли, например, приблизительно в 24 000 раз меньше, чем расстояние от Земли до Солнца. Поэтому можно считать Землю точкой, которая движется вокруг другой точки — центра Солнца.

Говоря в дальнейшем о движении тела, мы в действительности будем иметь в виду движение какой-нибудь точки этого тела. Не надо забывать при этом, что эта точка материальна, т. е. она отличается от обычных тел лишь тем, что не имеет размеров.

Тело, размерами которого в данных условиях движения можно пренебречь, называют материальной точкой.

Слова «в данных условиях» означают, что одно и то же тело при одних его движениях можно считать материальной точкой, а при других нет. Когда, например, мальчик, идя в школу, проходит от дома расстояние 1 км, то его в этом движении можно рассматривать как материальную точку, потому что размеры мальчика малы по сравнению с расстоянием, которое он проходит. Но когда тот же мальчик выполняет упражнения утренней зарядки, то материальной точкой считать его никак нельзя.

Вопросы

В каких из следующих случаев тела можно считать материальными точками:

1. На станке изготовляют спортивный диск. Тот же диск после броска спортсмена пролетает расстояние 55 м.

2. Пассажирский самолет совершает рейс из Москвы в Хабаровск. Самолет выполняет фигуру высшего пилотажа «штопор», вращаясь вокруг своей оси.

3. Конькобежец проходит дистанцию соревнований. Фигурист выполняет упражнения произвольной программы.

4. За движением космического корабля следят из центра управления на Земле. За тем же кораблем наблюдает космонавт, осуществляющий с ним стыковку в космосе.

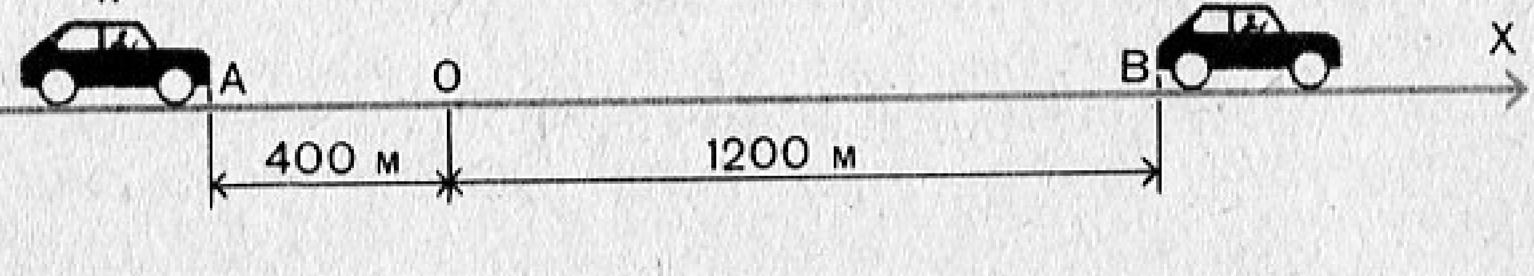
2. Положение тела в пространстве. Система отсчета

Как определить положение тела? В одном древнем документе, относящемся к началу нашей эры, приведено такое описание местонахождения клада: «Стань у восточного угла крайнего дома села лицом на север и, пройдя 120 шагов, повернись лицом на восток и пройди 200 шагов. В этом месте вырой яму глубиной в 10 локтей и найдешь 100 талантов золота». Если бы указанные в документе село и дом сохранились до наших дней, то этот клад нетрудно было бы найти. Но, по понятным причинам, от села и дома не осталось и следа, и найти клад поэтому невозможно. Этот пример показывает, что положение тела или точки можно задать только *относительно* какого-нибудь другого тела, которое называют *телом отсчета*.

Тело отсчета можно выбрать совершенно произвольно. Им может служить, например, дом, в котором мы живем, вагон поезда, в котором мы едем, и вообще любое другое тело. Телами отсчета могут служить Земля, Солнце, звезды.

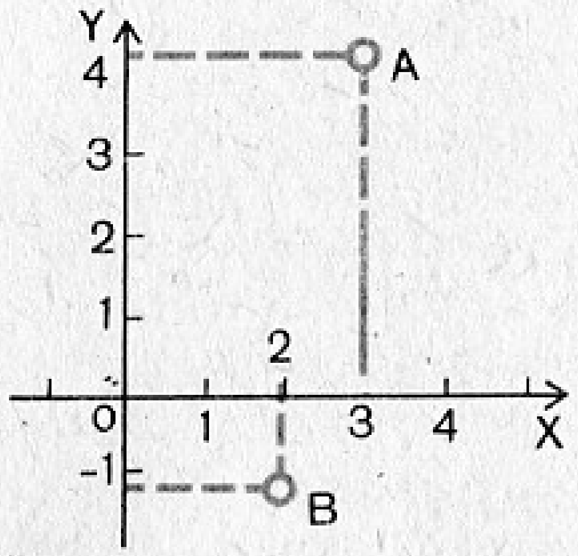
Координаты точки. Если тело отсчета выбрано, то через какие-нибудь его точки проводят оси координат и положение любой точки тела определяют ее координатами. Как это делают, известно из курса математики V класса.

2

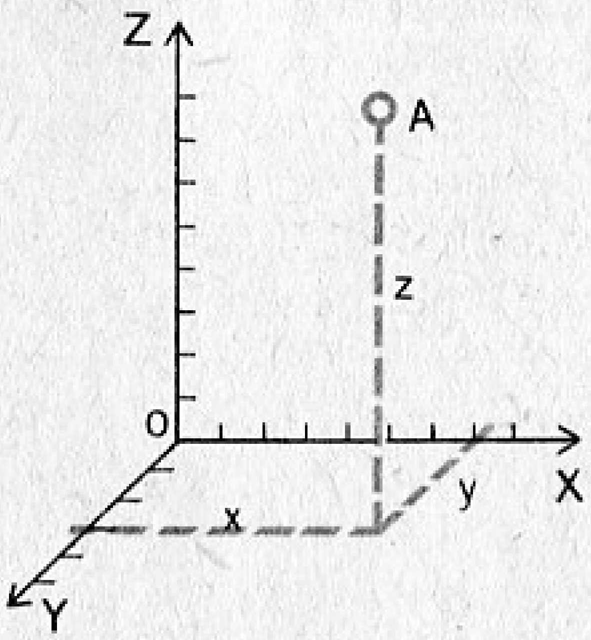


Определим, например, положение двух автомобилей — *I* и *II* — на дороге (рис. 2). Проведем вдоль дороги ось координат *OX* с началом отсчета (началом координат) в точке *O*. Координаты, отсчитываемые вправо от точки *O*, будем считать положительными, а влево — отрицательными. Тогда положение автомобиля *I* определится его координатой $x_I = OB$. На рисунке 2 масштаб выбран так, что $x_I = 1200$ м. Для автомобиля *II* координата выражается числом 400 м, но, так как ее приходится отсчитывать влево от начала отсчета, $x_{II} = -400$ м. Таким образом, положение тела на прямой определяется одной координатой.

3



4



Если тело может двигаться в пределах некоторой плоскости (например, лодка на озере), то через выбранные на теле отсчета точки проводят две оси координат: *OX* и *OY*. Положение точки на плоскости определяют двумя координатами *x* и *y*. Например, у точки *A* (рис. 3) координаты такие: $x=3$, $y=4$; координаты точки *B*: $x=2$, $y=-1{,}5$.

Наконец, чтобы задать положение тела в пространстве (например, положение самолета в воздухе), нужно провести через тело отсчета три взаимно перпендикулярные оси координат: *OX*, *OY* и *OZ* (рис. 4). Соответственно этому положение тела (точки) в пространстве определяется тремя координатами: *x*, *y* и *z*.

Именно такая система координат использована в документе о кладе, о котором рассказано в начале параграфа. Чтобы найти клад, нужно только знать, где находится тело отсчета.

Итак, *положение точки на линии, плоскости и в пространстве определяют соответственно одним, двумя и тремя числами — координатами*. Пространство, в котором мы живем, является, как говорят, пространством трех измерений, или *трехмерным пространством*.

Система отсчета. Мы уже говорили, что механика — это наука о том, как определять положение тела в любой момент времени. Поскольку положение тела определяется координатами его точек, то главная задача механики сводится к тому, чтобы *уметь вычислять координаты точек тела в любой момент времени*.

Система координат, тело отсчета, с которым она связана, и прибор для отсчета времени образуют систему *отсчета, относительно которой и рассматривается движение тела.*

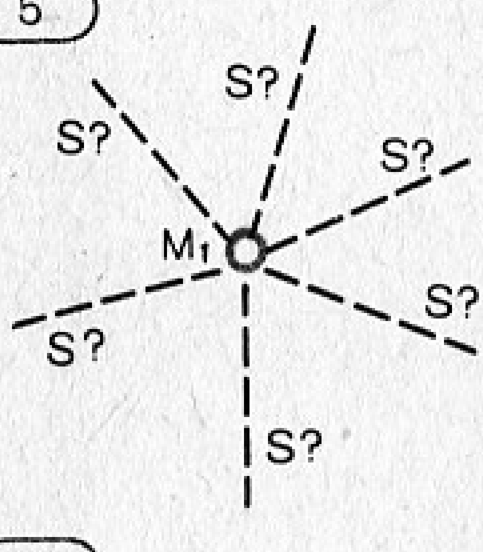
При движении тела координаты его точек изменяются. Если, например, координаты точки, отсчитанные по осям X, Y и Z, в какой-то начальный момент времени $t=0$ были равны x_0, y_0 и z_0, а через некоторый промежуток времени t они стали равны соответственно x, y и z, то это значит, что за указанное время координата x изменилась на величину $x-x_0$, координата y — на величину $y-y_0$ и координата z — на величину $z-z_0$. Величины $x-x_0$, $y-y_0$ и $z-z_0$ представляют собой *изменения* координат x, y и z. Иногда изменение величины мы будем обозначать значком Δ (греческая буква «дельта»), например: $x-x_0=\Delta x$, $y-y_0=\Delta y$, $z-z_0=\Delta z$.

3. Перемещение

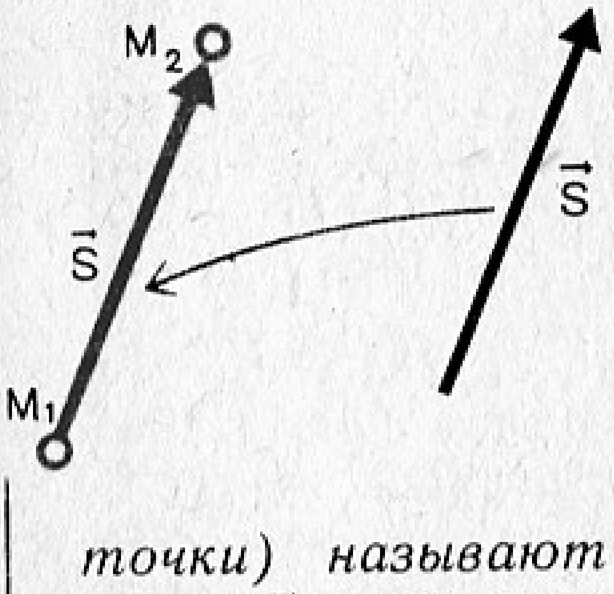
С изменениями координат связана первая из величин, вводимых для описания движения, о которых упоминалось во введении к этой книге,— *перемещение*. Что это такое?

Представим себе, что в какой-то начальный момент времени движущееся тело (точка) занимало положение M_1 (рис. 5), а через некоторый промежуток времени оно оказалось в другом положении на расстоянии s от начального. Как найти новое положение тела? Очевидно, для этого недостаточно знать расстояние s, потому что есть бесчисленное множество точек, удаленных от точки M_1 на это расстояние (см. рис. 5).

5



6



Движущееся тело не просто движется. Оно всегда движется куда-то, в каком-то направлении. И чтобы найти новое положение тела, нужно знать направление отрезка прямой, соединяющего начальное и конечное положения тела. Этот направленный отрезок прямой и представляет собой перемещение тела. Конец отрезка, изображающего перемещение, для наглядности отмечают стрелкой. Приставив отрезок к точке M_1, мы у конца стрелки найдем новое положение тела M_2 (рис. 6).

Перемещением тела (материальной точки) называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением.

Перемещение тела надо отличать от его траектории (линии, вдоль которой происходит движение тела). Из того, что тело

7

переместилось из точки M_1 в точку M_2 (рис. 7) и длина его перемещения равна длине отрезка M_1M_2, не следует, что тело двигалось по прямой M_1M_2.

Траектория движения тела, т. е. линия, по которой оно действительно двигалось, может не совпадать с этой прямой.

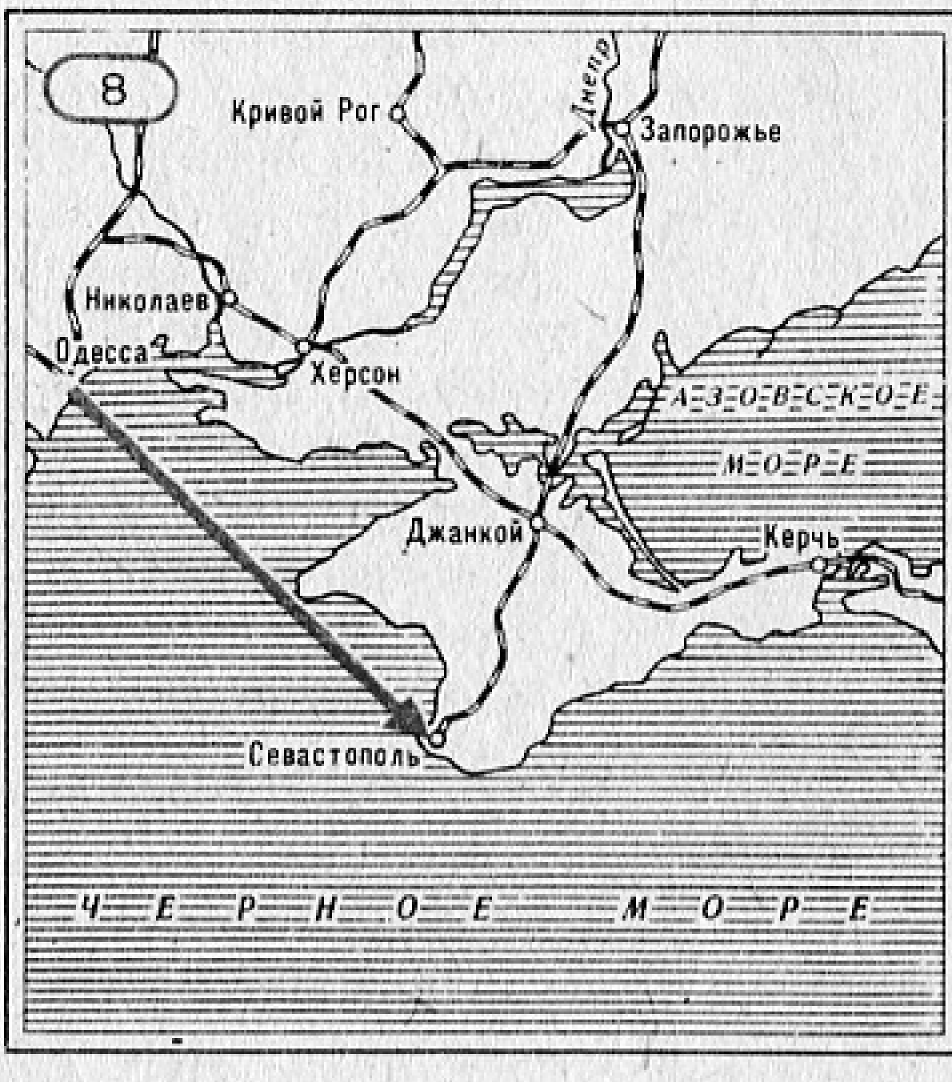
Следующий пример поясняет эти рассуждения.

На рисунке 8 изображена географическая карта района Черного моря. Расстояние между Одессой и Севастополем по прямой составляет 270 км, и, для того чтобы попасть из Одессы в Севастополь, нужно совершить перемещение, направленное примерно на юго-восток и численно равное 270 км.

Если мы отправимся в путешествие на теплоходе, то его действительное движение может происходить по прямой, совпадающей с перемещением. Но из Одессы в Севастополь можно ехать и на поезде. Линия железной дороги проходит через Николаев, Херсон, Джанкой. Ее протяженность 660 км. При путешествии по железной дороге траектория движения уже не совпадает с перемещением.

Итак, чтобы найти положение тела в любой момент времени, нужно знать его начальное положение и перемещение, совершенное к этому моменту времени.

8



Вопросы

1. Наблюдения над движениями футболистов показали, что нападающий за время матча пробегает примерно 12 км. Как следует называть приведенную величину: перемещением или длиной пути?

2. Штурман, определяя утром положение корабля, обнаружил, что корабль находится в точке, расположенной на 100 км к северу от пункта, в котором находился корабль накануне вечером. Что выражает приведенное здесь число: длину перемещения или пройденный путь?

3. Дежурный по гаражу, принимая автомашину у закончившего работу шофера, записал увеличение показания счетчика на 300 км. Что означает эта запись: пройденный путь или длину перемещения?

4. О векторных величинах

Величина «перемещение» отличается от многих других величин тем, что о ней, кроме числового значения, надо знать еще, как она направлена. Величины, которые, подобно перемещению, задаются не только числовым значением (модулем), но и направлением, называются *векторными* величинами. Векторную величину изображают в виде отрезка, который начинается в некоторой точке и заканчивается острием, указывающим направление (см. рис. 6). Такой отрезок-стрелка называется *вектором*. Иногда и саму векторную величину называют вектором и говорят, например, что перемещение — это вектор. Длина стрелки в выбранном масштабе выражает модуль векторной величины. Векторы обозначают буквами со стрелкой над ними. Например, вектор перемещения (см. рис. 6) обозначается $\vec{s}$. Такой же буквой, но без стрелки, мы будем обозначать модуль вектора.

Для векторной величины одинаково важны числовое значение (модуль) и направление. Равными считаются такие векторы, у которых одинаковы и модули, и направления.

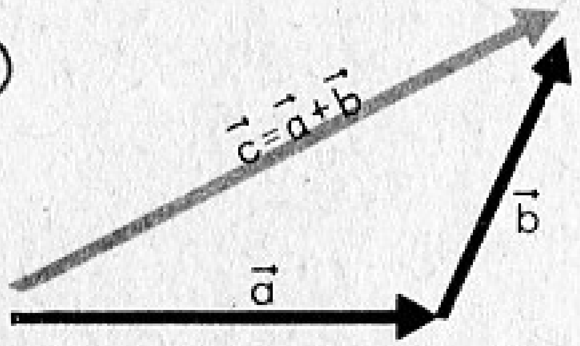
Величины, о которых нельзя сказать, что они имеют какое-то направление, и которые полностью задаются числом (именованным или неименованным), называются *скалярными* величинами или *скалярами*. Например, число парт в классе, длина, ширина и высота классной комнаты выражаются числами, т. е. являются скалярами. Модуль вектора — тоже скаляр.

Действия над векторами. Самое важное для нас действие — это *сложение векторов*.

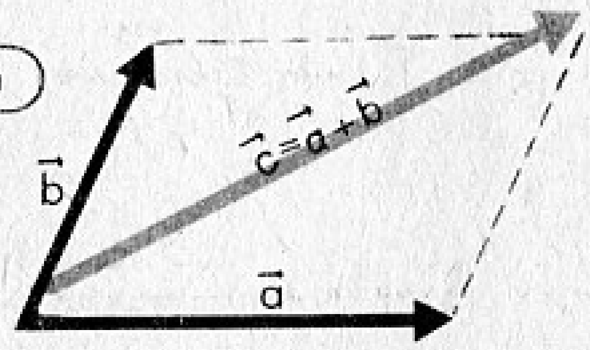
Допустим, что вектор $\vec{a}$ (рис. 9) — это вектор перемещения туристской группы, двигавшейся в восточном направлении. Совершив это перемещение, группа повернула на северо-восток и продолжала движение. Пусть вектор $\vec{b}$ (см. рис. 9) — это вектор перемещения группы в северо-восточном направлении. Проведем вектор $\vec{c}$ из начала вектора $\vec{a}$ к концу вектора $\vec{b}$. Если бы группа совершила одно перемещение $\vec{c}$, то она оказалась бы в том же месте, что и после двух перемещений $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Поэтому вектор $\vec{c}$ есть сумма векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Из рисунка 9 видно, что модуль вектора $\vec{c}$ не равен сумме модулей векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Ведь три вектора — $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ образуют векторный треугольник, а одна сторона треугольника всегда меньше суммы двух других сторон. Поэтому говорят, что *векторы складываются не алгебраически, а геометрически*. Мы приходим, таким образом, к такому правилу сложения двух векторов: *чтобы сложить два вектора, нужно их расположить так, чтобы начало одного вектора примыкало к концу другого. Вектор, проведенный от начала первого вектора к концу второго, есть сумма обоих векторов.* Это правило называется *правилом треугольника.*

Тот же результат можно получить и другим построением. Расположим оба вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (см. рис. 9), сохранив их

9



10

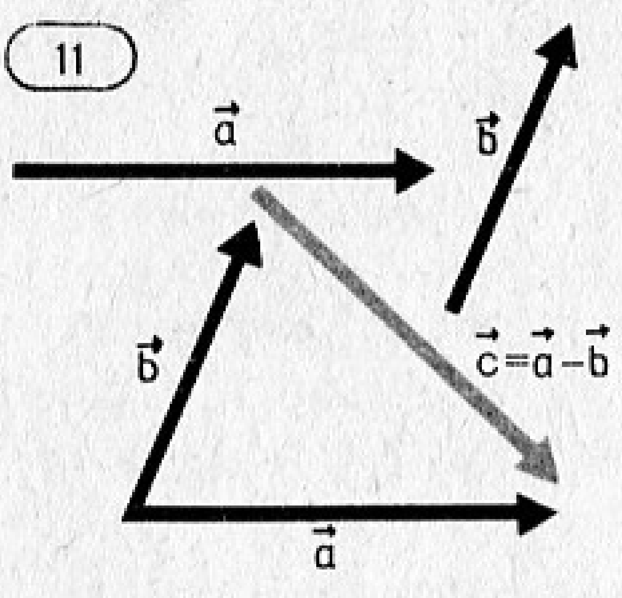


длины и направления, так, чтобы они исходили из одной точки (рис. 10). Считая, что два вектора составляют две стороны параллелограмма, достроим параллелограмм и проведем диагональ из точки, в которой совмещены начала обоих векторов. Эта диагональ (со стрелкой!) и есть результирующий вектор. Нахождение суммы векторов таким способом называется сложением по *правилу параллелограмма.*

Из рисунков 9 и 10 видно, что оба правила дают один и тот же результат. Приведенные правила относятся не только к вектору перемещения, но и к любым другим векторным величинам.

Вычитание векторов. Часто приходится вычитать один вектор из другого. Но, как и в случае чисел, действие вычитания всегда можно свести к действию сложения. Например, выражение $7-4=3$ можно заменить выражением $7=4+3$. Подобно этому равенство $\vec{a}-\vec{b}=\vec{c}$ можно заменить равенством $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$. Следовательно, вычесть один вектор ($\vec{b}$) из другого ($\vec{a}$) — значит найти такой вектор $\vec{c}$, который в сумме с вектором $\vec{b}$ дает вектор $\vec{a}$. Сделать это можно таким построением. Допустим, что нужно найти разность $\vec{a}-\vec{b}$ двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 11, вверху). Перенесем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ параллельно самим себе и расположим их так, чтобы они исходили из одной точки. Затем соединим их концы вектором, направленным от вычитаемого к уменьшаемому (от конца вектора $\vec{b}$ к концу вектора $\vec{a}$). Этот вектор и есть вектор $\vec{c}$ (рис. 11, внизу). Из рисунка видно, что сумма векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$ действительно равна вектору $\vec{a}$.

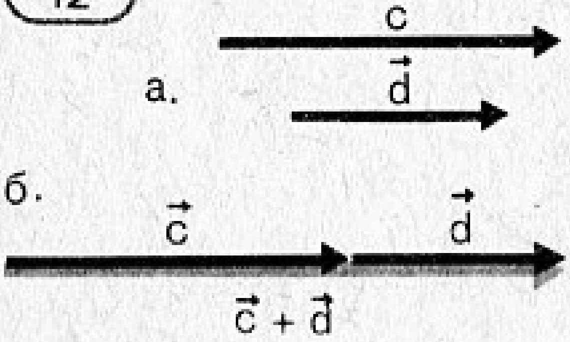
11



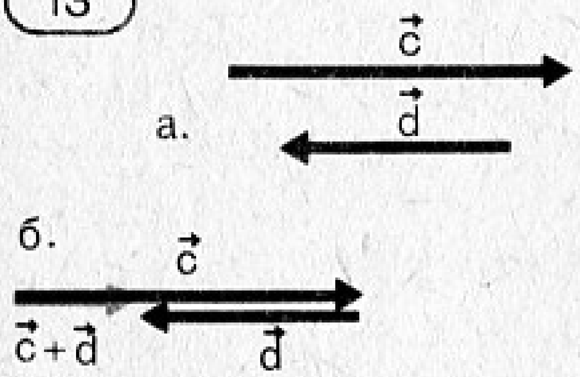
Чтобы найти разность двух векторов, нужно расположить оба вектора так, чтобы они исходили из одной точки. Затем соединить концы векторов вектором, направленным от вычитаемого к уменьшаемому. Этот вектор и есть разность двух векторов.

Коллинеарные векторы. Коллинеарные векторы — это векторы, направленные вдоль одной прямой, или параллельные друг другу. Они могут быть направлены в одну сторону (рис. 12, *а*) или в противоположные стороны (рис. 13, *а*). Такие векторы складываются так же, как векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (см. рис. 9): к концу первого вектора присоединяют начало второго, результирующий вектор при этом направлен от начала первого к концу второго (рис. 12, *б* и 13, *б*). Но из рисунков видно, что к геометрическим построениям можно и не прибегать.

12



13



По модулю результирующий вектор равен арифметической сумме (рис. 12, *б*) или арифметической разности (рис. 13, *б*) модулей складываемых векторов. Направлен результирующий вектор или в ту же сторону, что оба вектора, или в сторону большего по модулю вектора.

Умножение вектора на скаляр. Часто приходится встречаться со случаем, когда какой-то вектор $\vec{a}$ умножается на некоторое число k (оно может быть и именованным). В результате получается новый вектор $k\vec{a}$. Направлен этот вектор так же, как вектор $\vec{a}$, если $k>0$, и в противоположную сторону, если $k<0$. Модуль же этого нового вектора равен произведению модуля вектора $\vec{a}$ на модуль числа k.

Вопросы

1. Чем отличается векторная величина от скалярной?
2. Какую величину измеряет счетчик километров в автомашине — скалярную или векторную?
3. Два вектора равны друг другу по модулю, но направлены в противоположные стороны. Можно ли сказать, что эти векторы равны друг другу?
4. В каком случае модуль суммы двух векторов равен сумме их модулей?
5. В каком случае модуль суммы двух векторов равен разности их модулей?

Задания

1. Доказать построением, что сумма двух векторов так же, как и сумма скалярных величин, не зависит от порядка слагаемых, т. е. что $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.

2. Выбрать два произвольных вектора (неколлинеарных) и по правилу параллелограмма найти их сумму. Найти сумму выбранных векторов, пользуясь правилом треугольника. На том же чертеже найти разность этих векторов.

3. Найти построением сумму и разность двух одинаковых по модулю взаимно перпендикулярных векторов.

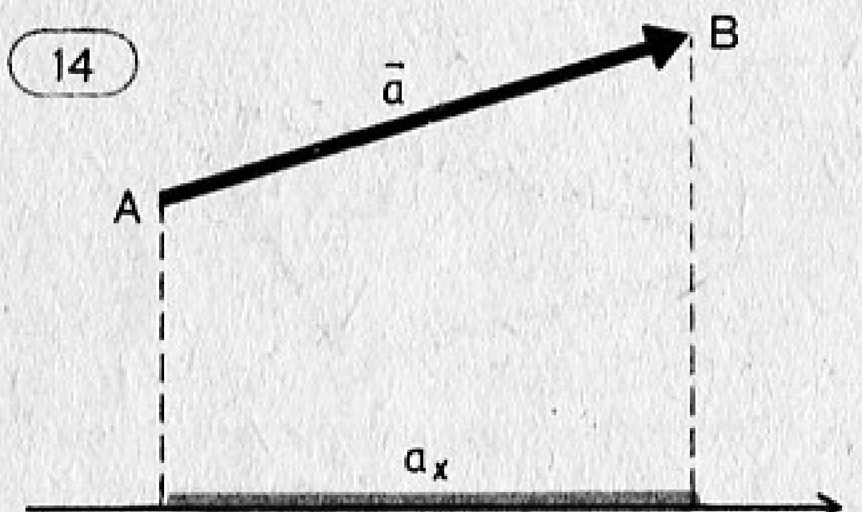
5. Проекции вектора на координатные оси и действия над проекциями

В § 3 указывалось, что если к начальному положению движущегося тела «приставить» вектор перемещения, то у конца вектора мы «найдем» последующее положение этого тела. В реальной жизни «приставлять» векторы, конечно, нельзя и этим способом конечное положение тела не находят. С помощью вектора перемещения конечное положение тела, т. е. его координаты, нужно вычислять. Но проводить вычисления с векторами нельзя, потому что вектор характеризуется не только числом, но и направлением.

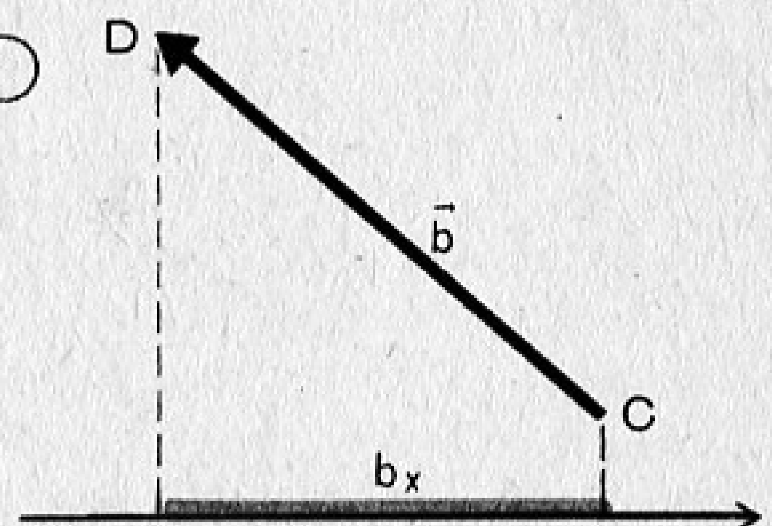
Проекции вектора на координатные оси. Решить задачу о вычислении координат нам поможет знание еще одного важного понятия — *проекции* вектора на координатные оси.

На рисунке 14 изображены координатная ось X и некоторый вектор $\vec{a}$, лежащий с осью X в одной плоскости. Опустим

14

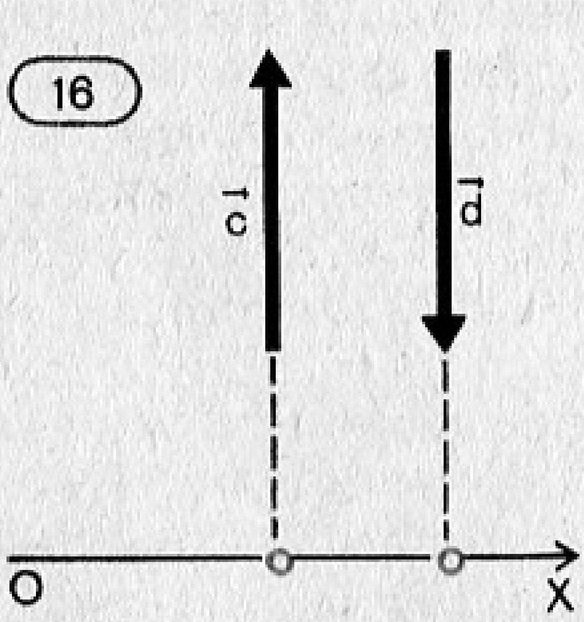


15



из начала A и конца B вектора $\vec{a}$ перпендикуляры AA_1 и BB_1 на ось X. Основания перпендикуляров — точки A_1 и B_1 — это *проекции* точек A и B на ось X. Длину отрезка A_1B_1 между проекциями начала и конца вектора на ось, взятую со знаком «+» или «—», называют *проекцией* вектора на ось X.

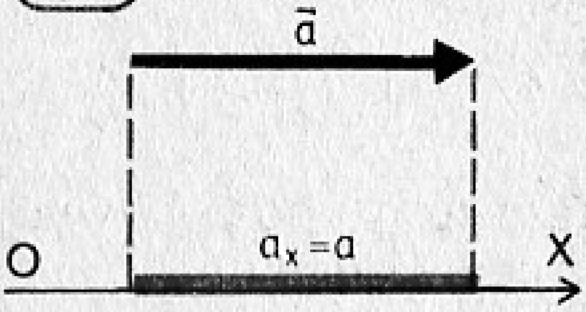
16



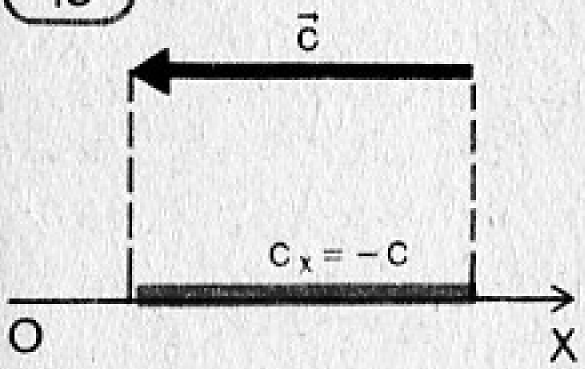
Проекцию считают положительной, если от проекции начала к проекции конца вектора нужно идти по направлению оси, и отрицательной в противоположном случае. Согласно этому правилу проекция вектора $\vec{a}$ (см. рис. 14) положительна, а проекция вектора $\vec{b}$ (рис. 15) отрицательна. Если вектор перпендикулярен оси (рис. 16), то его проекция на эту ось равна нулю.

Проекцию вектора на ось обозначают той же буквой, что и вектор, но без стрелки и с индексом оси. Так, проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на ось X (см. рис. 14 и 15) обозначают соответственно a_x и b_x.

17



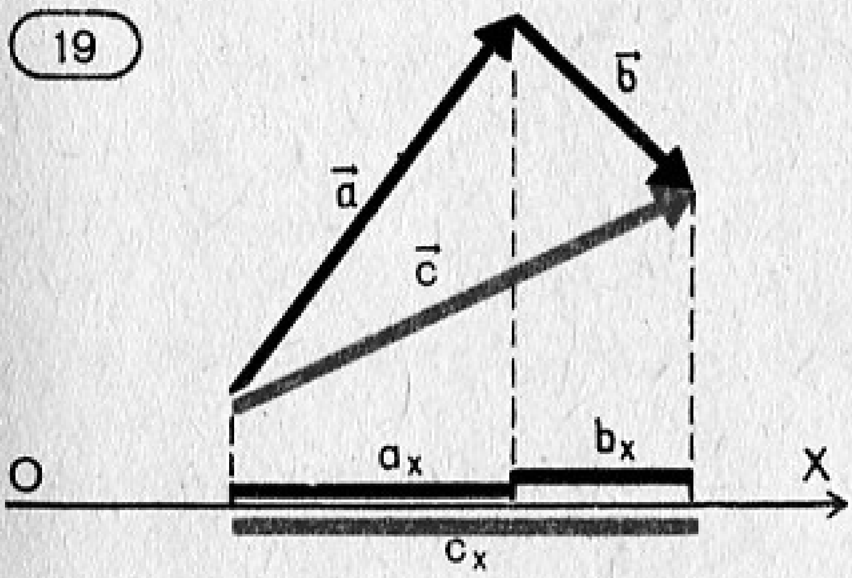
18



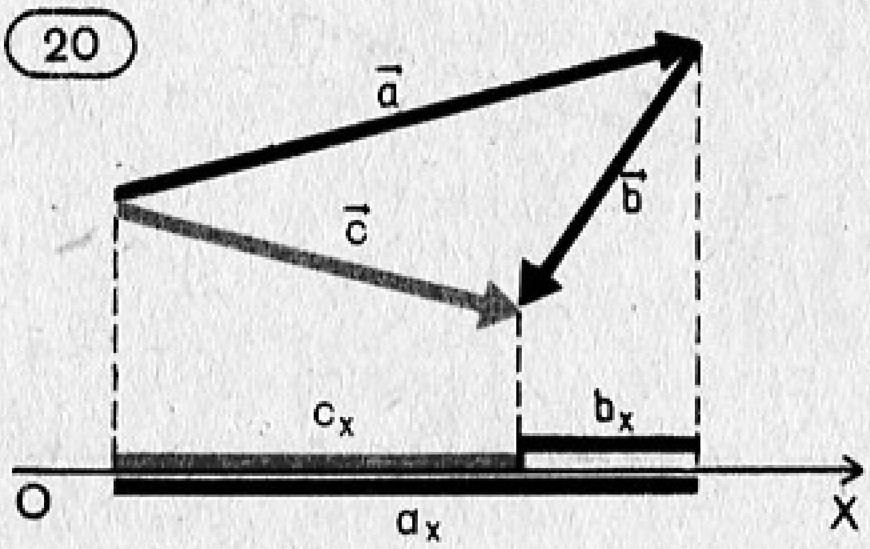
Когда вектор параллелен оси (рис. 17 и 18), то модуль его проекции равен модулю самого вектора. При этом если вектор и ось сонаправлены (см. рис. 17), то проекция положительна, если направления вектора и оси противоположны друг другу, то проекция отрицательна (см. рис. 18).

Проекция суммы и разности векторов. На рисунке 19 показаны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и результирующий вектор $\vec{c}$: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Показаны также проекции всех трех векторов — a_x, b_x и c_x на ось X. Из рисунка видно, что проекция результирующего вектора равна сумме проекций складываемых векторов.

19



20

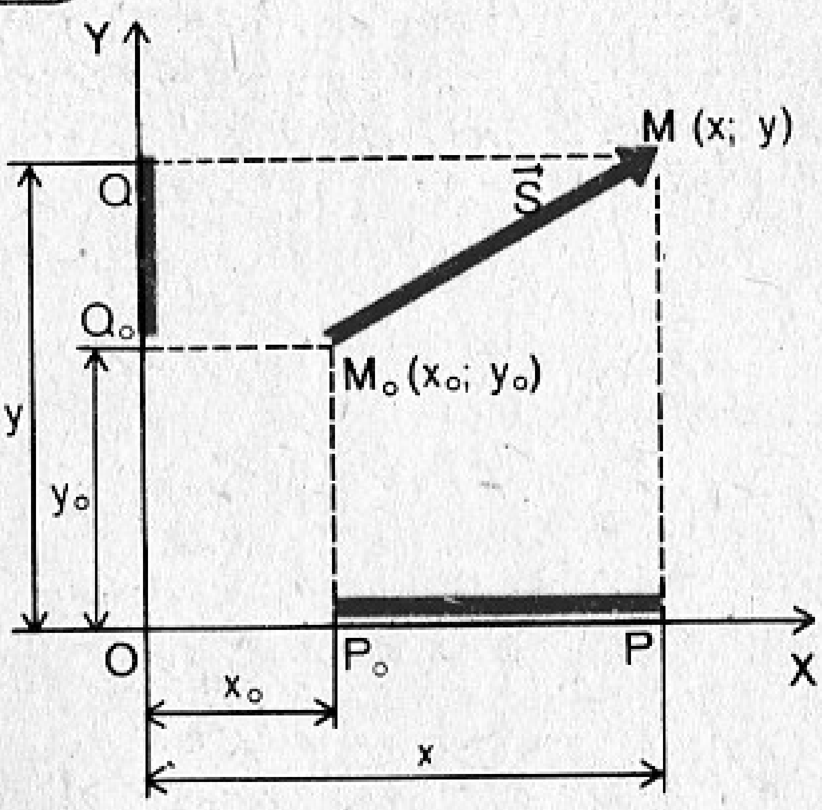


Проекция одного из векторов (вектора $\vec{b}$) может быть отрицательной (рис. 20). Но проекция результирующего вектора по-прежнему оказывается равной сумме проекций обоих векторов с учетом того, что проекция одного из них отрицательна. Следовательно, вообще *проекция суммы векторов на какую-либо ось равна алгебраической сумме проекций складываемых векторов на ту же ось.* Поскольку вычитание векторов сводится, как мы видели, к сложению, это правило относится и к проекции разности векторов.

Таким образом, для того чтобы найти проекцию суммы или разности векторов, нет необходимости находить результирующий вектор и определять его проекцию. Надо просто сложить проекции всех векторов, учитывая их знаки.

Координаты тела (материальной точки) и проекции вектора его перемещения. Как же определить координаты последующего положения тела, если известны координаты его начального положения и вектор перемещения?

21



Поясним это на примере движения тела на плоскости.

Пусть тело совершило перемещение $\vec{s}=\overrightarrow{M_0M}$. Выберем систему координат XOY так, чтобы вектор $\overrightarrow{M_0M}$ лежал в плоскости XOY (рис. 21).

Координаты начального положения тела (точки M_0) обозначим x_0 и y_0, а координаты последующего положения (точки M) — x и y.

Из рисунка 21 видно, что $OP=OP_0+P_0P$, но $OP=x$, $OP_0=x_0$ и $P_0P=s_x$.

Следовательно,

$$\boxed{x=x_0+s_x.} \tag{1}$$

Из того же рисунка также видно, что $OQ=OQ_0+Q_0Q$. Но $OQ=y$, $OQ_0=y_0$ и $Q_0Q=s_y$, поэтому

$$\boxed{y=y_0+s_y.} \tag{2}$$

Формулы (1) и (2) справедливы при любом другом расположении вектора $\overrightarrow{M_0M}$ на плоскости XOY.

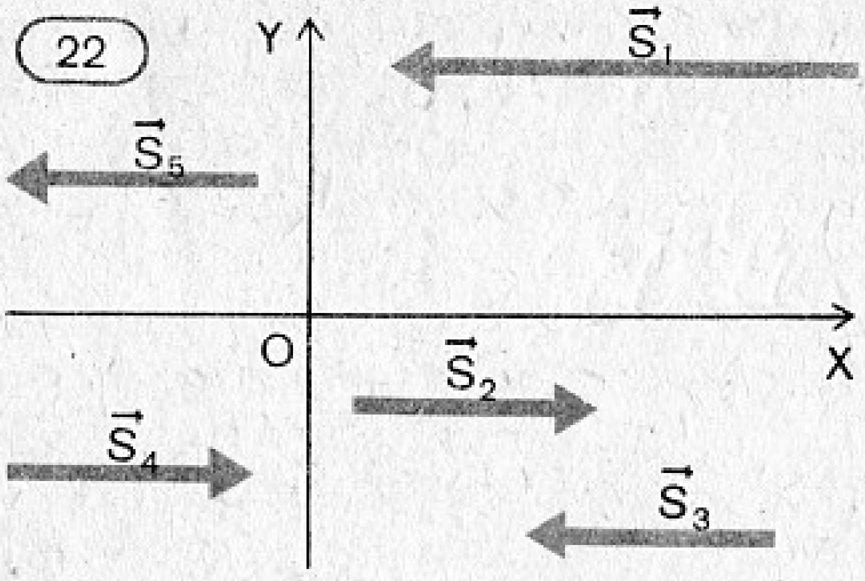
Из формул (1) и (2) следует, что проекция вектора перемещения на ось X или Y равна разности координат конца и начала этого вектора:

$$s_x=x-x_0,\quad s_y=y-y_0.$$

Мы назвали разность между последующим и начальным значением какой-нибудь величины изменением этой величины. Следовательно, *проекция вектора перемещения $\vec{s}$ на ось X или Y равна изменению соответствующей координаты.*

Вопросы

1. Что называют проекцией вектора на ось?
2. Как связан вектор перемещения тела с его координатами?
3. Если координата точки с течением времени увеличивается (уменьшается), то какой знак имеет проекция вектора перемещения на координатную ось?



4. Каковы по модулю и по знаку проекции вектора перемещения, если он направлен параллельно одной из координатных осей?

5. Определить знаки проекций на ось X векторов перемещения (рис. 22). Как при этих перемещениях изменяются координаты тела?

6. Почему в механике более важен вектор перемещения тела, чем пройденный им путь?

7. Если значение пройденного телом пути велико, то может ли модуль вектора перемещения быть малым? Привести пример.

Упражнение 1

1. В начальный момент времени тело находилось в точке с координатами $x_0 = -2$ м и $y_0 = 4$ м. Тело переместилось в точку с координатами $x = 2$ м и $y = 1$ м. Найти проекции вектора перемещения на оси X и Y. Начертить вектор перемещения тела.

2. Из начальной точки с координатами $x_0 = -3$ м и $y_0 = 1$ м тело прошло некоторый путь, так что проекция вектора перемещения на ось X оказалась равной 5,2 м, а на ось Y — равной 3 м. Найти координаты конечного положения тела. Начертить вектор перемещения. Каков его модуль?

3. Любитель прогулок прошел 5 км в южном направлении, а затем еще 12 км в восточном направлении. Чему равен модуль совершенного им перемещения?

Задание

Убедиться в том, что формулы (1) и (2) справедливы при любом расположении вектора $\overrightarrow{M_0M}$, отличном от показанного на рисунке 21.

6. Прямолинейное равномерное движение. Скорость

Чтобы найти координаты движущегося тела в любой момент времени, нужно, как мы видели в § 5, знать проекции вектора перемещения на оси координат (а значит, и сам вектор перемещения). Как же найти вектор перемещения?

Мы рассмотрим сначала самый простой вид движения — прямолинейное равномерное движение.

Прямолинейным равномерным движением называют движение, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

Скорость. Чтобы найти перемещение тела в равномерном прямолинейном движении за какой-то промежуток времени t, нужно, очевидно, знать, какое перемещение тело совершает за одну единицу времени. Ведь за любую другую единицу времени совершается такое же перемещение. Перемещение, совершаемое за единицу времени, называют *скоростью* движения тела и обозначают эту величину буквой v. Узнать скорость можно, измерив любой участок пути, даже самый малый, и промежуток времени, в течение которого этот участок был пройден. Если обозначить перемещение на этом участке через $\vec{s}$, а промежуток времени через t, то скорость $\vec{v}$ равна отношению $\vec{s}$ к t.

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют постоянную величину, равную отношению перемещения тела за любой промежуток времени к значению этого промежутка[1]:

$$\boxed{\vec{v}=\frac{\vec{s}}{t}.} \tag{1}$$

Так как $\frac{1}{t}$ — это скалярная величина и знак ее положительный, то вектор скорости $\vec{v}$ совпадает по направлению с вектором перемещения $\vec{s}$.

Если скорость $\vec{v}$ известна, то перемещение $\vec{s}$ за время t выражается равенством

$$\boxed{\vec{s}=\vec{v}t.} \tag{2}$$

Мы уже говорили, что по формулам, написанным в векторной форме, вычисления вести нельзя. При вычислениях пользуются формулами, в которые входят не векторы, а их проекции на оси координат, так как над проекциями можно производить алгебраические действия.

При прямолинейном движении траектория — прямая линия. Естественно поэтому направить координатную ось вдоль этой прямой. В этом случае при движении тела изменяется только одна координата, например координата x, если выбранную ось обозначить через X. Вдоль этой оси будут направлены и вектор скорости, и вектор перемещения тела.

Проекции перемещения и скорости. Так как векторы $\vec{s}$ и $\vec{v}t$ равны, то равны и их проекции на ось X, т. е.

$$s_x=v_xt.$$

Теперь можно получить формулу для вычисления коорди-

---

[1] Точнее, скоростью равномерного прямолинейного движения называют вектор, направленный так же, как перемещение тела, и равный по модулю отношению числовых значений перемещения и промежутка времени, в течение которого это перемещение произошло. Обычно, однако, пользуются более коротким, хотя и менее точным определением, данным выше.

наты x точки в любой момент времени. Мы знаем (см. § 5), что

$$x = x_0 + s_x,$$

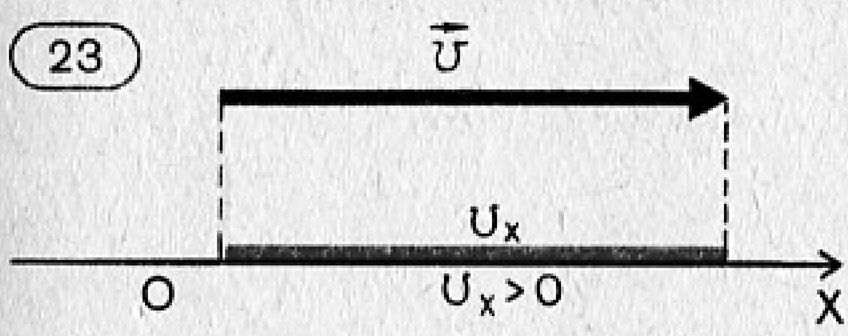
следовательно,

$$\boxed{x = x_0 + v_x t.} \qquad (3)$$

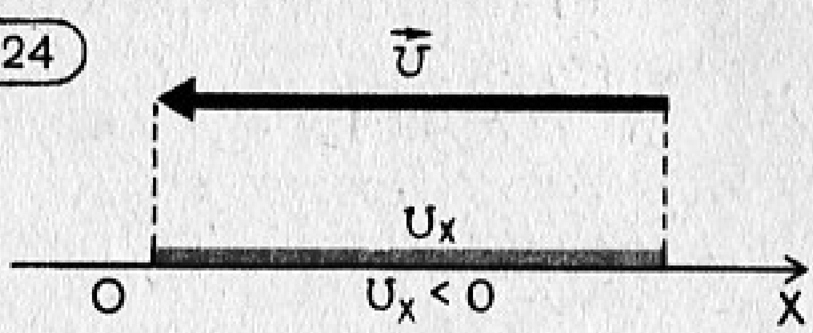
Формула (3) показывает, как координата точки зависит от времени, а это значит, что с ее помощью можно описать прямолинейное равномерное движение.

Из формулы (3) видно, что для нахождения положения тела (материальной точки) в любой момент времени при прямолинейном равномерном движении нужно знать начальную координату тела (точки) x_0 и проекцию вектора скорости на ось, вдоль которой движется тело. При этом необходимо помнить, что проекция вектора скорости может быть как положительной, так и отрицательной (рис. 23 и 24).

23



24



Формула (3) позволяет выяснить, какой смысл имеет величина «скорость». Действительно, из нее следует, что

$$v_x = \frac{x - x_0}{t}.$$

А это значит, что *проекция скорости на ось равна изменению соответствующей координаты за единицу времени.*

Подчеркнем еще раз, что для решения основной задачи механики необходимо знать *вектор* скорости, а не только его модуль.

Спидометры, устанавливаемые в автомобилях, показывают именно модуль скорости. Им «все равно», куда движутся автомобили. По их показаниям поэтому нельзя определить ни направления движения автомобиля, ни его положения в любой момент времени.

Вопросы

1. В чем различие между перемещением и пройденным путем при прямолинейном равномерном движении?

2. В чем различие между величинами, определяемыми выражениями: $v = \frac{s}{t}$ и $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$, и что общего у них?

3. Автомобиль движется к востоку со скоростью 40 км/ч. Другой автомобиль движется со скоростью 40 км/ч к югу. Можно ли сказать, что оба автомобиля движутся с равными скоростями?

4. Можно ли, зная начальное положение тела и длину пройденного им пути, найти конечное положение тела?

5. Как связана скорость тела с изменением его положения при движении?

Примеры решения задач

1. По дороге навстречу друг другу движутся два автомобиля: один — со скоростью 60 км/ч, другой — 90 км/ч. У заправочной станции автомобили встретились и после этого продолжали свой путь. Определить положение каждого автомобиля через 30 мин после встречи и расстояние между ними в этот момент.

Решение. За начало координат примем заправочную станцию, а момент встречи автомобилей — за начало отсчета времени. Координатную ось X направим по направлению движения первого автомобиля. Тогда координаты автомобилей через 0,50 ч после встречи можно вычислить по формулам:

$$x_1 = x_{01} + v_{1x}t \text{ и } x_2 = x_{02} + v_{2x}t.$$

Начальные координаты x_{01} и x_{02} у обоих автомобилей равны нулю. Поэтому

$$x_1 = v_{1x}t \text{ и } x_2 = v_{2x}t.$$

Проекция v_{1x} скорости первого автомобиля положительна, потому что вектор его скорости направлен так же, как ось X. Она равна $+60$ км/ч. Проекция v_{2x} скорости второго автомобиля отрицательна, так как вектор его скорости направлен против положительного направления оси X, так что $v_{2x} = -90$ км/ч.

Следовательно,

$$x_1 = 60\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 0{,}50\text{ ч} = 30\text{ км}, \quad x_2 = -90\,\frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 0{,}50\text{ ч} = -45\text{ км}.$$

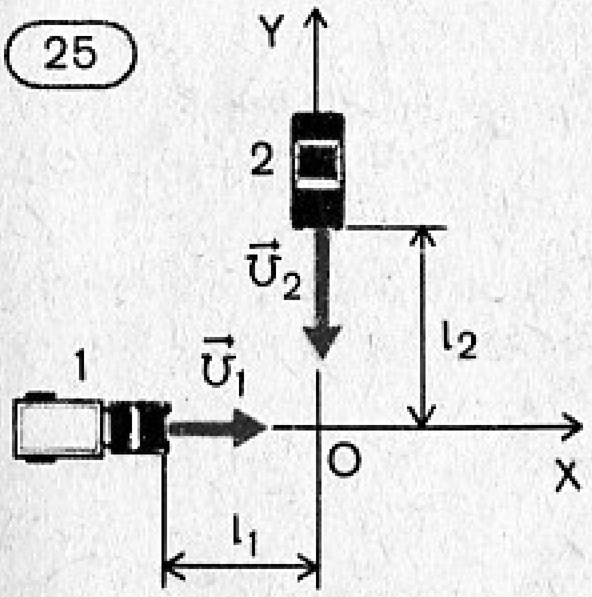
Расстояние l между автомобилями равно разности их координат:

$$l = |x_2 - x_1| = |-45\text{ км} - 30\text{ км}| = 75\text{ км}.$$

2. Два автомобиля движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку этих дорог. В некоторый момент времени первый автомобиль, скорость $\vec{v}_1$ которого равна по модулю 27 км/ч, находился на расстоянии $l_1 = 300$ м от перекрестка. Второй автомобиль в тот же момент времени находился на расстоянии $l_2 = 450$ м от перекрестка. С какой скоростью $\vec{v}_2$ движется второй автомобиль, если он достигает перекрестка через $t = 5{,}0$ с после первого?

Решение. За начало координат примем перекресток дорог, а координатные оси X и Y направим вдоль дорог (рис. 25). За начало отсчета времени примем момент, когда автомобили находились на расстояниях l_1 и l_2 от перекрестка. Первый автомобиль движется вдоль оси X, второй — противоположно направлению оси Y.

25



При движении первого автомобиля изменяется только его координата x:

$$x=x_0+v_{1x}t.$$

У второго автомобиля изменяется только координата y:

$$y=y_0+v_{2y}t.$$

Из условия задачи видно, что $x_0=-l_1$; $y_0=l_2$; $v_{1x}=v_1$; $v_{2y}=-v_2$. Обозначим через t_1 время, когда первый автомобиль проходит перекресток. В этот момент его координата $x=0$. Второй автомобиль проходит перекресток в момент времени t_1+t. В этот момент его координата $y=0$.

Следовательно,

$$0=-l_1+v_1t_1; \quad 0=l_2-v_2(t_1+t).$$

Решая совместно эти два уравнения, находим

$$v_2=\frac{l_2}{\dfrac{l_1}{v_1}+t}=\frac{l_2v_1}{l_1+tv_1};$$

$$v_2=\frac{450\ \text{м}\cdot 7{,}5\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}}{300\ \text{м}+37{,}5\ \dfrac{\text{м}\cdot\text{с}}{\text{с}}}=10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}=36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Упражнение 2

1. Группа туристов, двигаясь с постоянной по модулю скоростью 5 км/ч, сначала в течение 1 ч идет на север, затем в течение 0,5 ч идет на восток (под углом 90° к направлению на север) и, наконец, в течение 1 ч 30 мин — на юг (под углом 180° к первоначальному направлению). Где окажется группа после прохождения этих трех участков? Сколько времени ей потребуется на возвращение в исходную точку по прямой при движении с той же скоростью?

2. Автомобилист, двигаясь со скоростью 30 км/ч, проехал половину пути до места назначения за некоторый промежуток времени. С какой скоростью он должен продолжать движение, чтобы за такое же время достигнуть цели и вернуться обратно?

3. Застигнутый грозой путник увидел вспышку молнии, а через 10 с до него донеслись раскаты грома. На каком расстоянии произошла вспышка, если скорость звука в воздухе равна 340 км/ч?

7. Графическое представление движения

График движения. Для большей наглядности движение можно описывать с помощью *графиков*. Если по горизонтальной оси (оси абсцисс) откладывать в определенном масштабе время, прошедшее с начала отсчета времени, а по вертикальной оси (оси ординат) — тоже в соответствующем масштабе — значения координаты тела, полученный график будет выражать зависимость координаты тела от времени (его также называют *графиком движения*).

Допустим, что тело движется равномерно вдоль оси X (рис. 26). Это значит, что изменяется только его координата x. В момент времени $t=0$, $t_1=10$ с, $t_2=20$ с, $t_3=30$ с и т. д. тело находится соответственно в точках, координаты которых: $x_0=3$ м (точка A), $x_1=4$ м, $x_2=5$ м и т. д.

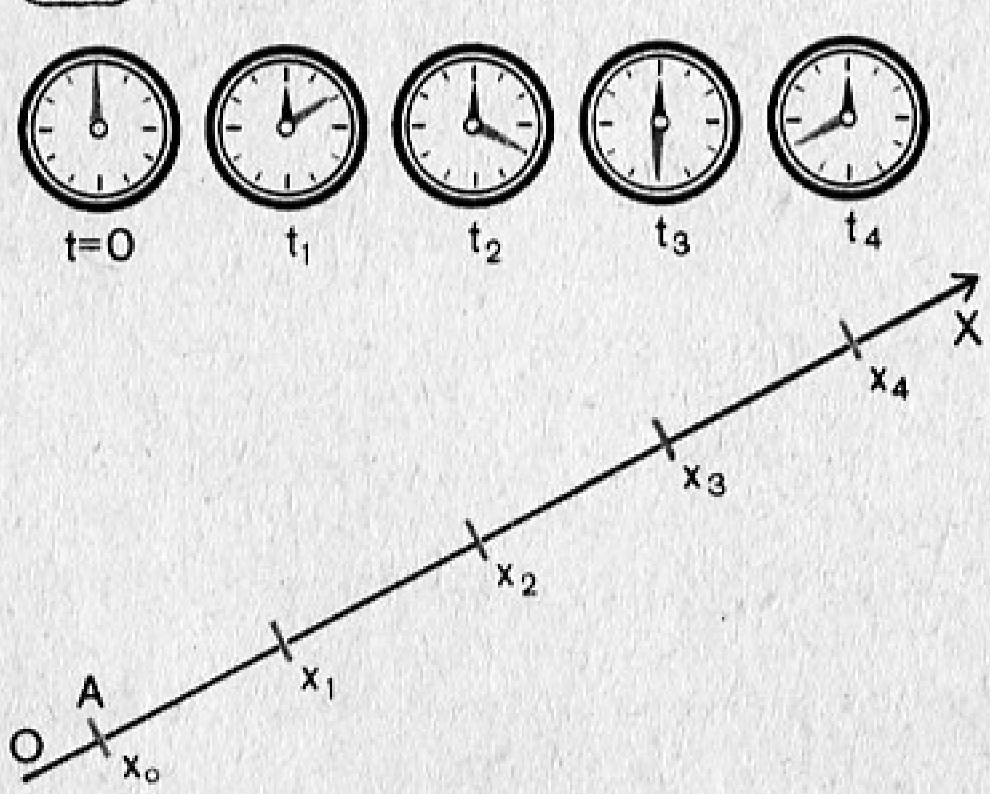
Для того чтобы получить график движения тела, будем откладывать значения x по вертикальной оси, а по горизонтальной оси — значения времени t (рис. 27). График этого движения представляет собой *прямую линию*. Это значит, что координата *линейно* зависит от времени.

График зависимости координаты тела от времени (см. рис. 27) не следует путать с траекторией движения тела — прямой, во всех точках которой тело побывало при своем движении (см. рис. 26).

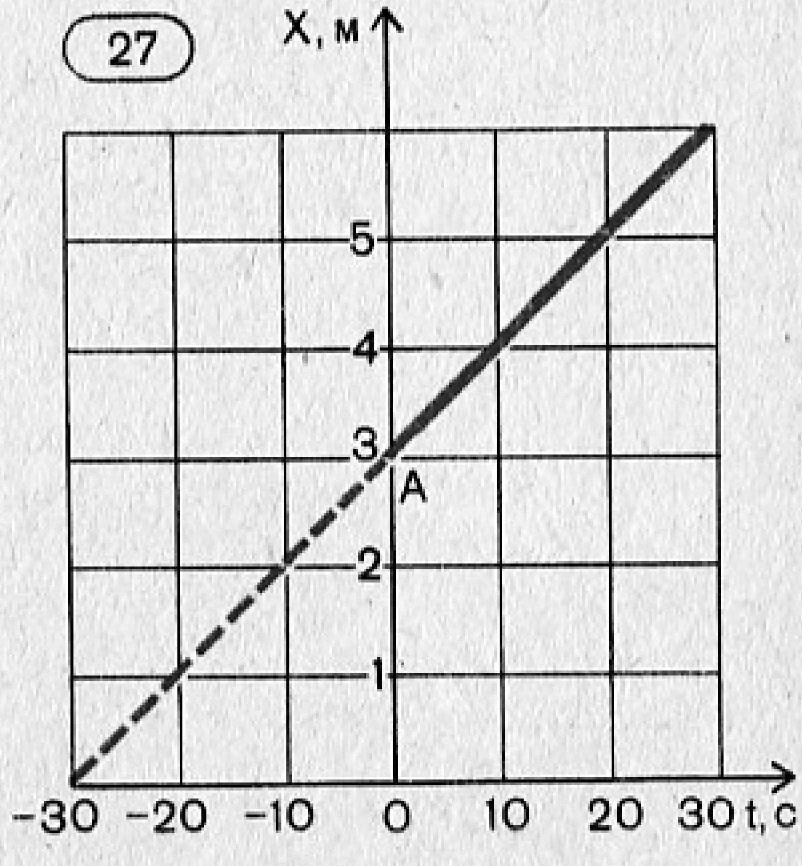
В случае прямолинейного движения тела графики движения дают полное решение задачи механики, так как они позволяют найти положение тела в любой момент времени, в том числе и в моменты времени, предшествовавшие начальному моменту (если предположить, что тело двигалось с такой скоростью и до начала отсчета времени).

Продолжив график, изображенный на рисунке 27, в сторону,

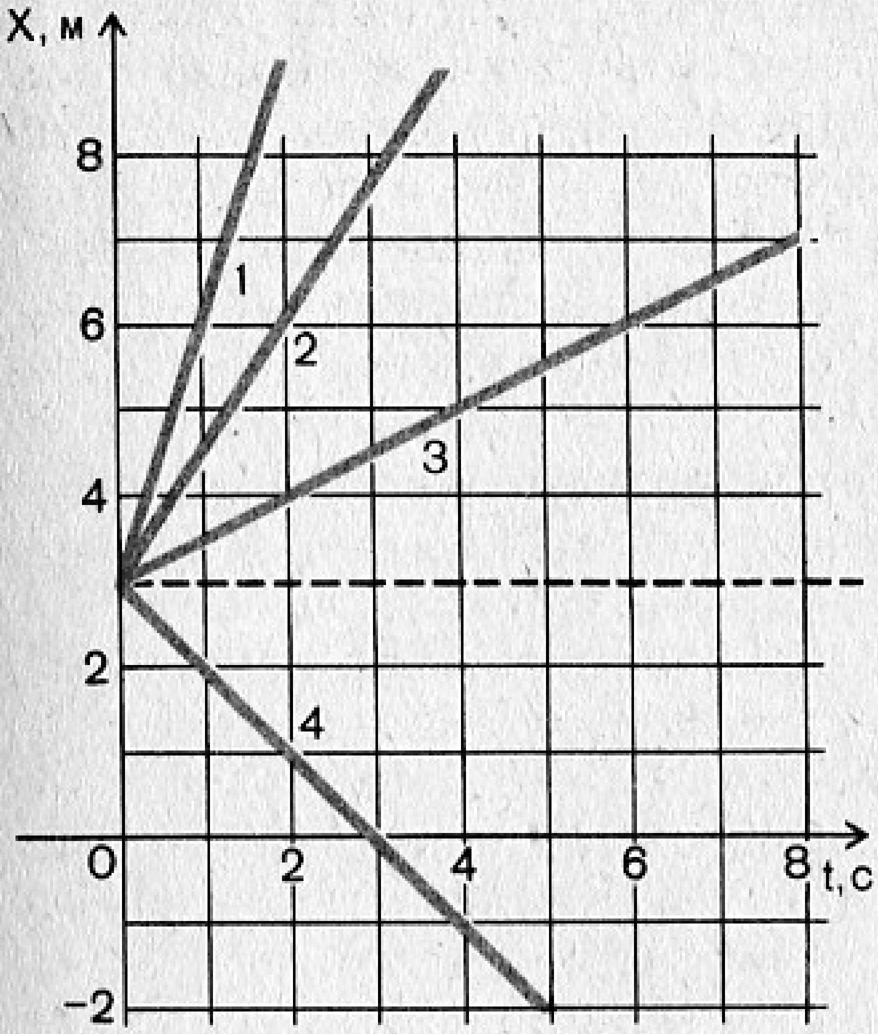
26



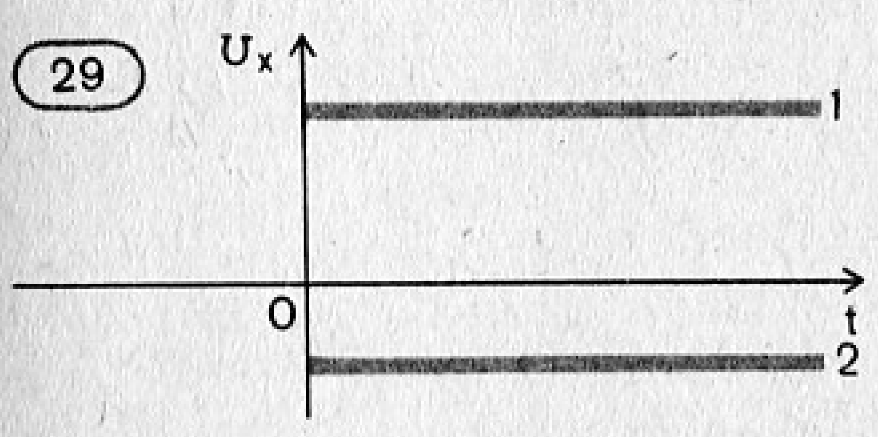
27



(28)



(29)



противоположную положительному направлению оси времени, мы, например, найдем, что тело за 30 с до того, как оно оказалось в точке A, находилось в начале отсчета координаты ($x=0$).

По виду графиков зависимости координаты от времени можно судить и о скорости движения. Ясно, что скорость тем больше, чем круче график, т. е. чем больше угол между ним и осью времени.

На рисунке 28 показано несколько графиков движений с различными скоростями. Графики *1, 2* и *3* показывают, что тела движутся вдоль оси X в положительном направлении этой оси. Тело, график движения которого — прямая *4*, движется в направлении, противоположном направлению оси X.

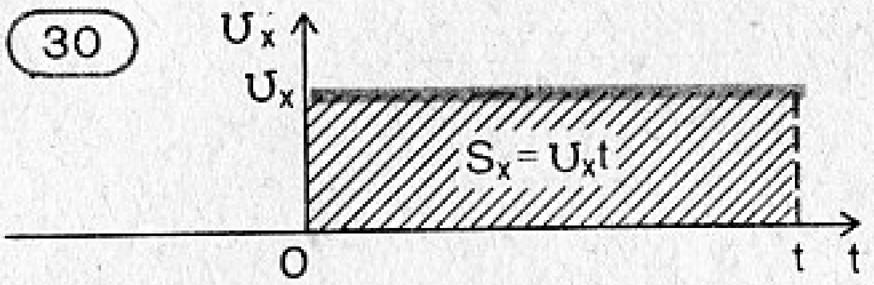
Из графиков движения можно найти и перемещение движущегося тела за любой промежуток времени. Из рисунка 28 видно, например, что тело, график движения которого обозначен цифрой *3*, за первые 4 с совершило перемещение в положительном направлении оси X, по модулю равное 2 м. За это же время тело, движущееся по графику *4*, переместилось в отрицательном направлении оси X на расстояние 4 м.

График скорости[1]. Наряду с графиками движения часто пользуются *графиками скорости.* Их получают, откладывая по оси ординат проекцию скорости тела, а по оси абсцисс по-прежнему время. Такие графики показывают, как изменяется скорость с течением времени, т. е. как скорость зависит от времени.

В случае прямолинейного равномерного движения эта «зависимость» состоит в том, что скорость с течением времени не меняется. Поэтому график скорости представляет собой прямую, параллельную оси времени (рис. 29). График *1* на этом рисунке относится к случаю, когда тело движется в сторону

[1] Графиком скорости для краткости часто называют график проекции скорости.

30



положительного направления оси X. График 2 относится к случаю, когда тело движется в противоположном направлении (проекция скорости отрицательна).

По графику скорости тоже можно узнать перемещение тела за данный промежуток времени. Оно численно равно площади заштрихованного прямоугольника (рис. 30). Действительно, площадь прямоугольника равна произведению двух смежных его сторон. Но одна из сторон в определенном масштабе равна времени t, а другая — проекции скорости $\vec{v}$. А их произведение $v_x t$ как раз и равно проекции перемещения тела.

Вопросы

1. Какому движению соответствует график, изображенный пунктиром на рисунке 28? Чем отличаются движения, соответствующие графикам *2* и *4*?

2. Каким движениям соответствуют графики *1* и *2* (см. рис. 29)?

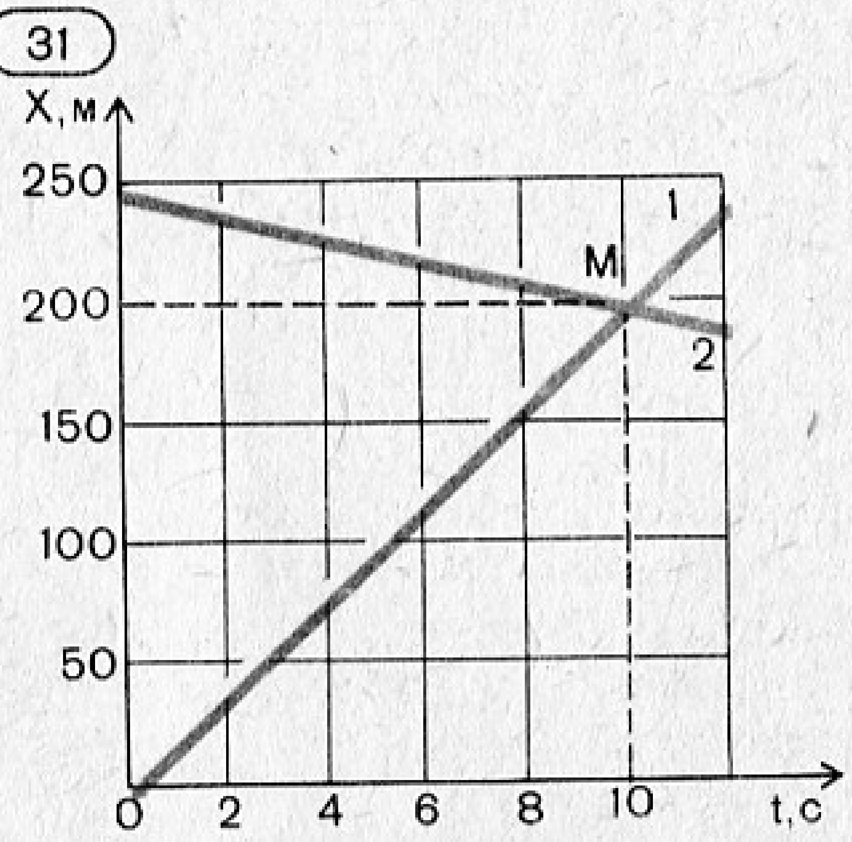
3. Как по графику проекции скорости найти перемещение?

Пример решения задачи

На рисунке 31 показаны графики движения автомобиля и велосипедиста. Пользуясь этими графиками, найти место и время их встречи.

Решение. Анализируя график *1*, мы можем сказать, что автомобиль движется равномерно вдоль оси X со скоростью 20 м/с, а из анализа графика *2* следует, что велосипедист едет ему навстречу тоже равномерно, но со скоростью 5 м/с. Из рисунка также видно, что в начальный момент времени автомобиль и велосипедист находились на расстоянии 250 м друг от друга. Графики пересекаются в точке M, это означает, что автомобиль и велосипедист встретились. Встреча произошла через 10 с от начала отсчета времени на расстоянии 200 м от начального положения автомобиля.

31



Упражнение 3

1. Пользуясь графиками *2* и *4* (см. рис. 28), найти расстояние между движущимися телами в момент времени $t = 3$ с.

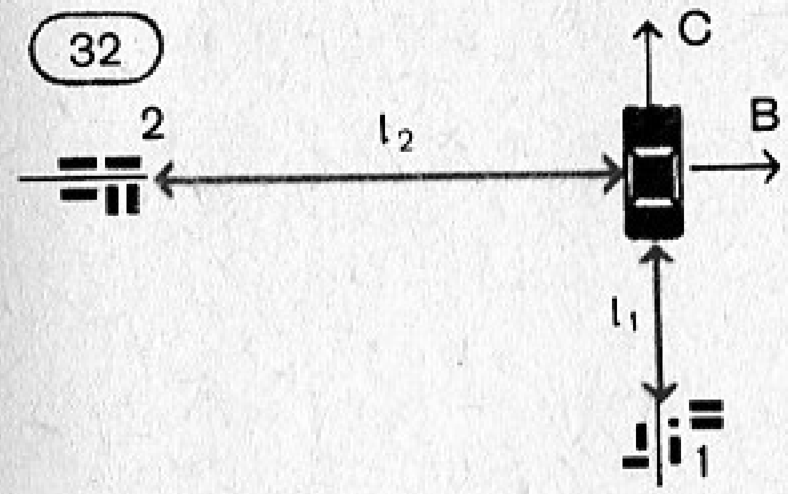
2. По графику, изображенному на рисунке 27, определить, как направлена скорость, с которой движется тело. Чему равен модуль этой скорости?

Задание

По графикам проекций скоростей *1* и *2* (см. рис. 29) построить графики модулей скоростей.

8. Относительность движения

В § 2 мы видели, что положение тела (точки) в пространстве всегда задается относительно какого-то другого тела, выбранного в качестве тела отсчета. Для этого через тело отсчета проводят оси координат. Принято говорить, что с этим телом отсчета связана система координат.



Но за тело отсчета мы можем принять любое тело и с каждым из них связать свою систему координат. Тогда положение одного и того же тела мы можем одновременно рассматривать в разных системах отсчета. Ясно, что относительно разных тел отсчета в разных системах координат у одного и того же тела могут быть совершенно различные координаты. Например, положение автомобиля на дороге можно определить, указав, что он находится на расстоянии l_1 к северу от населенного пункта *1* (рис. 32). В то же время можно сказать, что автомобиль расположен на расстоянии l_2 к востоку от пункта *2*. Это значит, что *положение тела относительно: оно различно относительно разных тел отсчета и связанных с ними разных систем координат.*

Но относительно не только положение тела. *Относительно и его движение.* В чем состоит относительность движения?

Ребенок, впервые попавший на реку во время ледохода, стоя на берегу, спросил: «На чем это мы едем?» Очевидно, ребенок «выбрал» в качестве тела отсчета плывущую по реке льдину. Находясь в покое относительно системы отсчета, связанной с берегом, ребенок двигался вместе с берегом относительно «выбранной» им системы отсчета — льдины.

Приведем еще один известный всем пример относительности движения. Каждому, наверно, приходилось наблюдать, как иногда трудно, находясь в вагоне поезда и глядя в окно на проходящий мимо по соседнему пути поезд, установить, какой именно из поездов движется, а какой стоит на месте. Строго говоря, если видеть только соседний поезд и не видеть земли, строений, облаков и т. д., то узнать, какой из поездов движется прямолинейно и равномерно, невозможно. И если пассажир одного из поездов утверждает, что движется «его» поезд, а соседний покоится, то пассажир другого поезда с таким же правом может сказать, что движется «его» поезд, а соседний неподвижен. Правы в сущности оба пассажира, потому что движение относительно.

На практике часто приходится рассматривать движение одного и того же тела относительно разных тел отсчета, *которые сами движутся друг относительно друга*. Так, артиллеристу важно знать, как движется снаряд не только относительно земли, на которой его орудие стоит неподвижно, но и относительно танка, в который он стреляет и который сам движется относительно земли; пилот интересуется движением самолета и относительно земли, и относительно воздуха, который сам движется, и т. д.

Движение с разных точек зрения. Рассмотрим движение одного и того же тела относительно двух разных систем отсчета, движущихся одна относительно другой. Одну из них мы будем считать неподвижной, другую — движущейся относительно первой прямолинейно и равномерно. Вот простой пример. Лодка пересекает реку перпендикулярно течению, двигаясь с некоторой скоростью относительно воды.

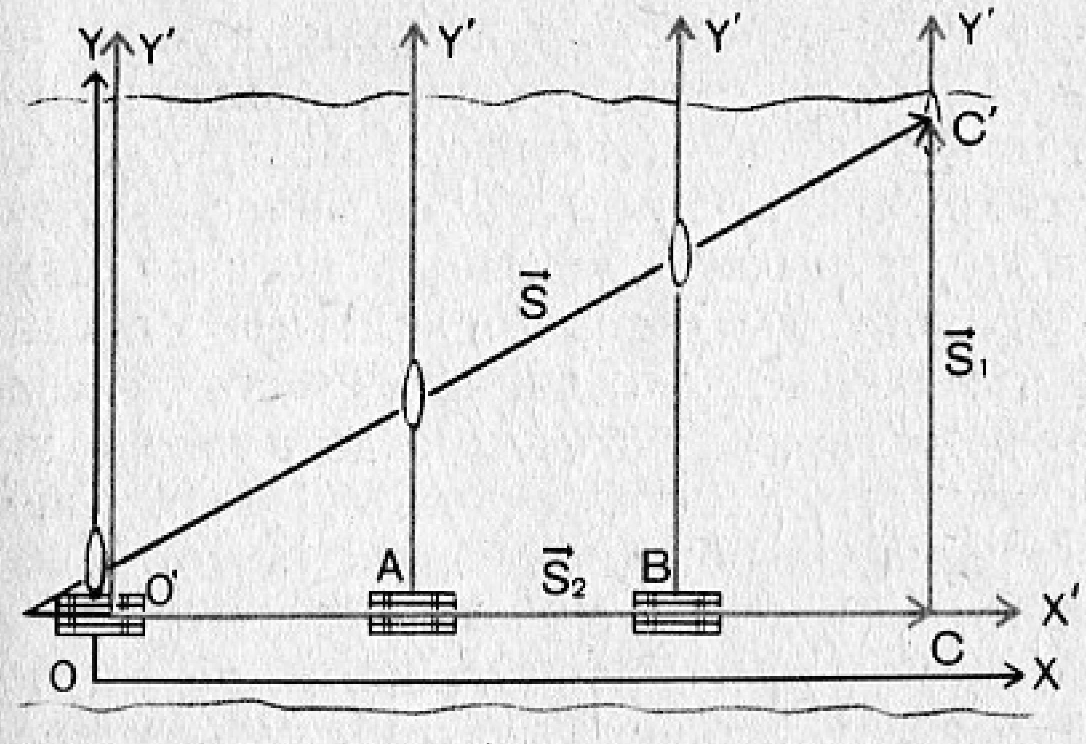
Представим себе, что за движением лодки следят два наблюдателя: один неподвижный, расположился на берегу в точке O (рис. 33), другой — на плоту, плывущем по течению. Оба наблюдателя измеряют перемещение лодки и время, затраченное на него.

Относительно воды плот неподвижен, а по отношению к берегу он движется со скоростью течения. Проведем мысленно через точку O систему координат XOY. Ось X направим вдоль берега, ось Y перпендикулярно течению (см. рис. 33). Это *неподвижная* система отсчета. С плотом мы тоже свяжем систему координат $X'O'Y'$, у которой оси X' и Y' параллельны осям X и Y. Это *подвижная* система отсчета.

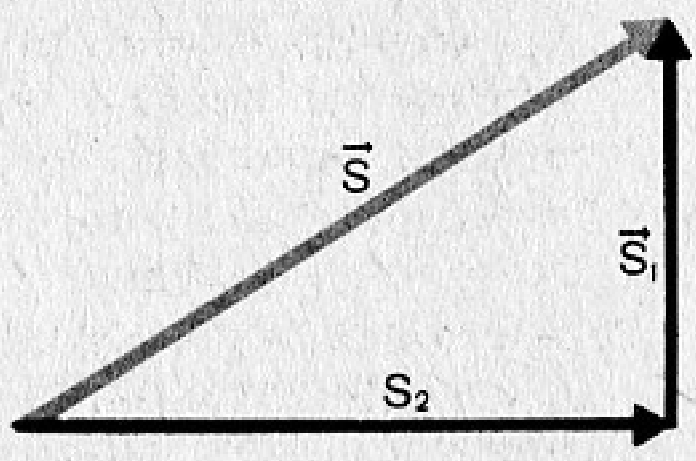
Посмотрим, как движется лодка относительно наших двух наблюдателей, двух систем отсчета.

Наблюдатель на плоту, двигаясь вместе со «своей» системой отсчета по течению, видит, что лодка удаляется от него к противоположному берегу все время перпендикулярно течению. Он видит это и в точке A, и в точке B (см. рис. 33), и в любой

33



34



другой точке. А когда через некоторое время t плот окажется в точке C, лодка достигнет противоположного берега в точке C'. Относительно подвижной системы отсчета (плота) лодка совершила перемещение $\vec{s}_1 = \overrightarrow{CC'}$. Разделив его на время t, подвижный наблюдатель получит скорость лодки $\vec{v}_1$ относительно плота (течения реки):

$$\vec{v}_1 = \frac{\vec{s}_1}{t}.$$

Совсем другим представится движение лодки неподвижному наблюдателю на берегу. Относительно «его» системы отсчета лодка за то же время t совершила перемещение $\vec{s} = \overrightarrow{OC'}$. За это же время подвижная система отсчета вместе с плотом совершила перемещение $\vec{s}_2$ (лодку, как говорят, «отнесло» вниз по течению). Схематически перемещения лодки показаны на рисунке 34.

Формула сложения перемещений. Из рисунков 33 и 34 видно, что перемещение $\vec{s}$ относительно неподвижной системы отсчета связано с перемещениями $\vec{s}_1$ и $\vec{s}_2$ формулой:

$$\boxed{\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2.} \qquad (1)$$

Формула сложения скоростей. Скорость $\vec{v}$ лодки относительно неподвижной системы отсчета мы получим, разделив перемещение $\vec{s}$ на время t:

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1 + \vec{s}_2}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t},$$

или

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,} \qquad (2)$$

где $\vec{v}_2 = \frac{\vec{s}_2}{t}$ — скорость плота относительно берега (скорость течения). Эта формула называется *формулой сложения скоростей: скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна геометрической сумме скорости тела относительно подвижной системы и скорости подвижной системы относительно неподвижной.*

Таким образом, и перемещение и скорость тела относительно разных систем отсчета различны. Различны и их траектории (CC' — относительно подвижной системы и OC' — относительно неподвижной). В этом и состоит относительность движения.

Покой тоже относителен. Пример с движущимся и неподвижным поездами показывает, что не только движение относительно, относителен и покой. Если относительно какой-то системы отсчета тело находится в покое, то всегда можно найти такие системы отсчета, относительно которых оно движется. Абсолютно покоящихся тел не существует. Движение свойственно всем телам, всему, что существует в природе, всему материальному миру.

Поправка, принципиально важная, но не всегда нужная. В нашем примере с лодкой и плотом оба наблюдателя, на берегу и на плоту, измеряют промежуток времени между «стартом» и «финишем» лодки, пересекающей реку. При этом мы считаем, что оба они получают один и тот же результат. Предполагается, значит, что время между двумя событиями — «стартом» и «финишем» не изменяется при переходе от неподвижной системы отсчета к подвижной. В действительности это не так. Теория относительности А. Эйнштейна, которая, как теперь известно, более точно описывает движение, основана на том, что время между двумя событиями, измеренное наблюдателем, движущимся относительно места, где происходит событие, больше, чем время между теми же событиями, измеренное наблюдателем, покоящимся относительно этого места: движение приводит к замедлению течения времени. Вследствие этого формула сложения скоростей имеет другой вид, отличный от формулы (2). Однако замедление течения времени становится заметным лишь при скоростях, близких к $3 \cdot 10^8$ м/с. Скорости, с которыми приходится иметь дело в окружающем нас мире, всегда ничтожно малы по сравнению со скоростью $3 \cdot 10^8$ м/с. Для таких движений формула (2) оказывается вполне справедливой.

Вопросы

1. В чем состоит относительность движения?
2. Как в примере с лодкой (см. с. 30) движутся вода и берег относительно лодки?
3. Комбайн, убирающий в поле хлеб, движется относительно земли со скоростью 2,5 км/ч и, не останавливаясь, ссыпает зерно в автомашину. Относительно какого тела отсчета автомашина движется и относительно какого — покоится?

4. Буксир толкает по реке баржу. Относительно каких тел отсчета баржа движется? Относительно какого тела отсчета она покоится?

Примеры решения задач

1. Пловец, скорость которого относительно воды $v_1 = 5{,}00$ км/ч, переплывает реку шириной $l = 120$ м, двигаясь перпендикулярно течению. Скорость течения $v_2 = 3{,}24$ км/ч. Какое время требуется пловцу, чтобы переплыть реку? Каковы перемещение и скорость пловца относительно берега?

Решение. Относительно системы координат, связанной с водой, пловец движется со скоростью $\vec{v}_1$ все время перпендикулярно течению. Его перемещение $\vec{s}_1$ по модулю равно ширине реки: $s_1 = l$. Время t, затраченное пловцом, находим из равенства $l = v_1 t$:

$$t = \frac{l}{v_1}$$

(отсюда видно, что время t не зависит от скорости течения v_2).

Относительно берега пловец движется иначе. Перемещение $\vec{s}$ пловца относительно берега складывается из его перемещения $\vec{s}_1$ относительно воды и перемещения самой воды $\vec{s}_2$ относительно берега:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2.$$

Модуль перемещения $\vec{s}_2$ найдем из равенства $s_2 = v_2 t$. Заменив t его значением $t = \frac{l}{v_1}$, получим

$$s_2 = \frac{v_2}{v_1} l.$$

Из векторного треугольника перемещений (рис. 35) имеем:

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}.$$

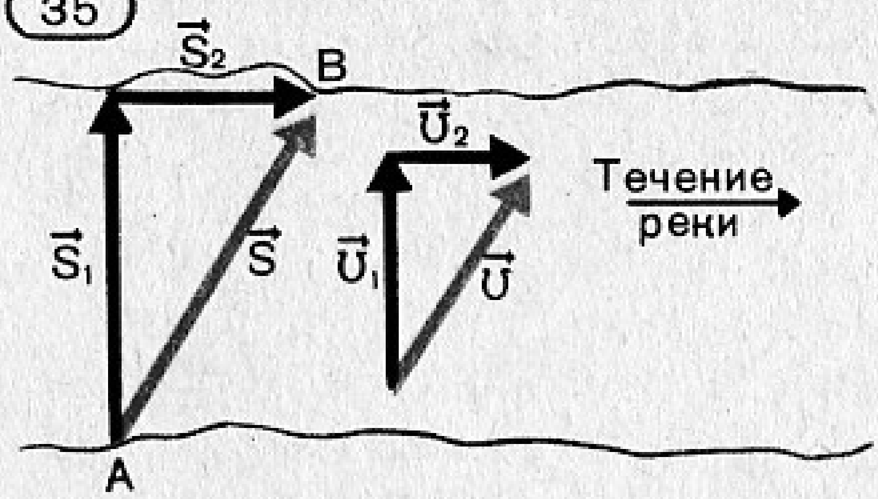
Так как $s_1 = l$, а $s_2 = \frac{v_2}{v_1} l$, то

$$s = \sqrt{l^2 + \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 l^2} = l\sqrt{1 + \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2}$$

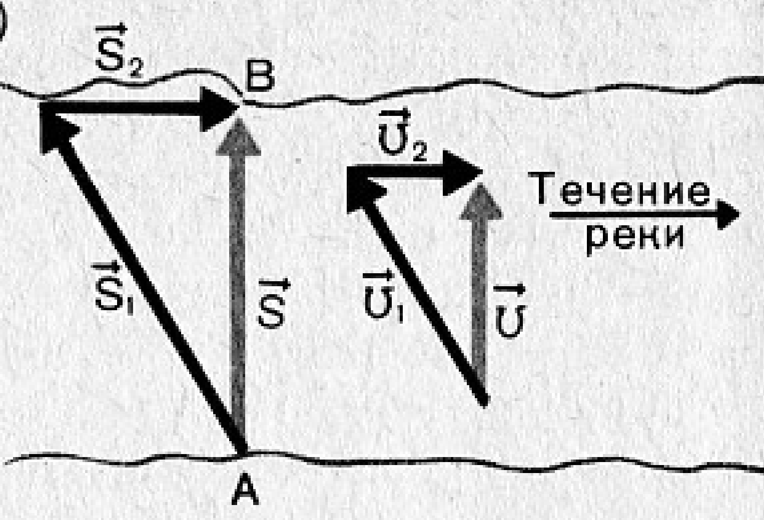
Подставив указанные в условии задачи значения l, v_1 и v_2, получим $s = 120 \text{ м} \sqrt{1 + (0{,}90 : 1{,}38)^2} \approx 143$ м.

Скорость пловца относительно берега найдем из треугольника скоростей (см. рис. 35):

35



36



$$v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}\,,\quad v=\sqrt{\left(1{,}38\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2+\left(0{,}90\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}\approx 1{,}65\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Тот же результат получается из равенства

$$v=\frac{s}{t}=\frac{sv_1}{l};\ v=\frac{143\ \text{м}\cdot 1{,}38\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{120\ \text{м}}\approx 1{,}65\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2. Пловец (см. задачу 1) намерен переплыть реку по кратчайшему пути (из A в B, рис. 36). Сколько ему потребуется для этого времени?

Решение. Модуль перемещения $\vec{s}$ пловца относительно берега равен ширине реки l: $s=l$.

Согласно формуле (1) $\vec{s}=\vec{s}_1+\vec{s}_2$, где $\vec{s}_1$ — перемещение пловца относительно воды, а $\vec{s}_2$ — перемещение воды относительно берега. Соответствующий векторный треугольник показан на рисунке 36. На том же рисунке построен и треугольник скоростей. Из него видно, что модуль скорости $\vec{v}$ пловца относительно берега мы найдем из равенства

$$v=\sqrt{v_1^2-v_2^2}\,;\quad v=\sqrt{\left(1{,}38\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2-\left(0{,}90\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}\approx 1{,}04\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отсюда для времени t получаем

$$t=\frac{l}{v};\ t=\frac{120\ \text{м}}{1{,}04\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}\approx 115\ \text{с}.$$

Из выражения для скорости v видно, что если скорость пловца относительно воды меньше скорости течения, то пловец переплыть реку по кратчайшему пути не сможет (число под корнем отрицательное!).

Упражнение 4

1. Двигатель самолета сообщает ему скорость относительно воздуха, равную 900 км/ч. С какой скоростью движется самолет относительно Земли при попутном ветре, скорость которого равна 50 км/ч; при таком же встречном ветре?

2. Автомобиль движется в западном

направлении со скоростью 80 км/ч. Другой автомобиль движется ему навстречу с такой же скоростью. В некоторый момент времени расстояние между автомобилями равно 10 км. Сколько времени пройдет до момента встречи автомобилей?

3. Самолет, стартовав в Москве, держит по компасу курс на север, летя на высоте 8 км со скоростью 720 км/ч. Какими будут координаты самолета относительно аэропорта через 2 ч после начала полета, если во время полета дует западный ветер со скоростью 10 м/с?

4. Мешает ли течение пловцу переплыть реку? Мешает ли течение переплыть реку по кратчайшему пути?

9. О системе единиц

Из того, что до сих пор говорилось о движении, ясно, что при его изучении нужно определять по крайней мере две величины: перемещение и время.

Длины перемещений, как и промежутки времени, выражаются какими-то числами. Эти числа получают в результате измерений.

Измерить величину — значит сравнить ее каким-нибудь способом с однородной величиной, условно принятой за единицу.

Можно, например, измерить длину школьного коридора, сравнив ее с длиной шага. Сосчитав, сколько шагов приходится на длину коридора, мы узнаем, во сколько раз длина коридора больше длины шага. Это число (во сколько раз) и выражает длину коридора в шагах.

Следовательно, прежде всего необходимо выбрать единицу для измеряемой величины. Ее можно выбрать совершенно произвольно. Например, для измерения длины в разные времена и в разных странах применяли самые разнообразные единицы. Единицей длины служили и длина шага, и длина ступни человека, и расстояние от локтя до конца среднего пальца, и расстояние, проходимое пешеходом за день, и т. д. Когда мы читаем в комедии А. С. Грибоедова «Горе от ума»:

Строжайше б запретил я этим господам
На выстрел подъезжать к столицам,

мы понимаем, что здесь персонаж комедии Фамусов пользуется в качестве единицы длины расстоянием, которое пролетает снаряд, выпущенный из пушки,— эту своеобразную единицу длины охотно применяли в старину военные.

В настоящее время принята единая для всех стран единица длины м е т р (м).

1 метр — это расстояние между двумя штрихами, нанесенными на стержне особой формы, изготовленном из сплава платины и иридия.

Этот, как говорят, *эталон длины* хранится в Международном бюро мер и весов во Франции. В других странах имеются точные копии этого эталона. По ним и устанавливается длина бесчисленных линеек-метров, которыми обычно и измеряют длину.

Кроме основной единицы длины — метра, широко пользуются единицами, которые в 10, 100, 1000 и т. д. раз больше или меньше метра (километр, сантиметр, миллиметр, микрометр).

Единицу времени тоже можно выбрать произвольно. Но нельзя, разумеется, изготовить эталон времени в виде какого-то предмета, вроде линейки-метра. *Эталоном времени должна служить продолжительность какого-либо правильно повторяющегося процесса.* В настоящее время в качестве такого процесса выбрано движение Земли вокруг Солнца: один оборот Земля совершает за год. Но за единицу времени принимают не год, а определенную часть этого промежутка времени — секунду (с): 1 год$=$31 556 925,9747 с (для очень грубых расчетов можно считать, что 1 год$=\pi\cdot 10^7$ с).

В быту и технике часто применяют другие единицы времени: минуту (мин) и час (ч): 1 мин$=$60 с и 1 ч$=$3600 с.

Кроме длины и времени, мы уже имели дело еще с одной величиной — скоростью. Нужно ли для нее выбирать специальную единицу?

Этого, оказывается, можно не делать, потому что скорость, как мы знаем, связана с длиной и временем формулой

$$v=\frac{s}{t}.$$

Из этой формулы видно, что если за 1 с какое-нибудь тело совершает перемещение длиной 1 м, то скорость тела окажется равной единице $\left(1\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$. Скорость такого движения и можно принять за единицу скорости.

За единицу скорости принимают скорость такого равномерного прямолинейного движения, при котором тело за 1 с *совершает перемещение в* 1 м.

Не выбирают специальной единицы, например, и при измерении объема, так как объем связан с длиной и его можно выражать в кубических метрах. В каких же случаях надо выбирать специальную единицу измерения, а в каких не надо?

Между физическими величинами существуют определенные зависимости, потому что все явления природы связаны так или иначе между собой. Связь между величинами выражают в виде математических формул. Такие же формулы будут связывать между собой и единицы физических величин. Поэтому единицы одних величин можно выразить через единицы других.

Можно выбрать небольшое число величин (их называют *основными*) и для них произвольным образом установить единицы. Единицы же для всех других величин (*производных* величин) можно тогда установить на основании математических формул, которые связывают их с основными величинами.

Совокупность установленных таким образом единиц для всех физических величин называют *системой единиц*.

Системы единиц могут быть разные. Они зависят как от того, какие физические величины выбраны в качестве основных, так и от выбора единиц основных величин.

В настоящее время принята *Международная система единиц* (сокращенно обозначается СИ — Система Интернациональная). Она строится на основе семи основных величин, в число которых входят длина и время. В СИ единицей длины является метр, а единицей времени — секунда. С остальными основными величинами, на которых основана СИ, и с их единицами мы ознакомимся позднее.

Определение единицы скорости, которое мы дали выше (1 м/с), очевидно, относится к СИ.

Самое важное в первой главе

Явление механического движения тел (материальных точек) состоит в том, что положение тела относительно других тел, т. е. его координаты, с течением времени изменяется.

Чтобы найти координаты тела в любой момент времени, нужно знать начальные координаты и вектор перемещения тела. Изменение координаты тела равно проекции вектора перемещения на соответствующую ось координат.

Самый простой вид движения — это прямолинейное равномерное движение. При таком движении нужно определять лишь одну координату, потому что координатную ось можно направить вдоль направления движения тела. Координату x тела (материальной точки) в любой момент времени t можно вычислить по формуле

$$x = x_0 + v_x t,$$

где x_0 — начальная координата тела, а v_x — проекция вектора его скорости на ось X. При вычислениях по этой формуле знаки входящих в нее величин определяются условием задачи.

Механическое движение относительно. Это значит, что перемещение и скорость тела относительно различных систем координат, движущихся друг относительно друга, различны. Различны также траектории и длины путей.

Относителен и покой. Если относительно какой-то системы координат тело покоится, то существуют и такие системы отсчета, относительно которых оно движется.

Глава 2

Прямолинейное неравномерное движение

Скорость может изменяться

Прямолинейное равномерное движение, при котором перемещение *линейно* зависит от времени в соответствии с формулой $\vec{s}=\vec{v}t$, встречается сравнительно редко. Гораздо чаще приходится иметь дело с движениями, при которых перемещения за равные промежутки времени неодинаковы и скорость поэтому со временем изменяется. Такие движения называются *неравномерными.*

Движение, при котором тело за равные промежутки времени совершает неодинаковые перемещения, называют неравномерным движением.

Неравномерно обычно движутся поезда, автомобили, самолеты и т. д. При неравномерном движении формула $\vec{s}=\vec{v}t$ уже не может служить для определения перемещения, потому что скорость в разных местах траектории различна. Значит, надо иметь возможность вычислять скорость в любом месте и в любой момент времени, так как без знания скорости нельзя вычислять перемещения, а следовательно, и координаты тела. Как же вычислять перемещения и скорости при неравномерном движении? Что для этого нужно знать?

10. Скорость при неравномерном движении

Средняя скорость. В некоторых случаях, когда имеют дело с неравномерным движением, пользуются так называемой *средней скоростью.*

Если тело совершило некоторое перемещение $\vec{s}$ за промежуток времени t то, разделив $\vec{s}$ на t, получим среднюю скорость:

$$\boxed{\vec{v}_{\text{ср}}=\frac{\vec{s}}{t}.}$$

Таким образом, *средняя скорость показывает, чему равно перемещение, которое тело в среднем совершает за единицу времени*[1].

[1] Часто, говоря о средней скорости, например, автомобиля или пешехода, подразумевают не вектор $\vec{v}_{\text{ср}}=\frac{\vec{s}}{t}$, а скалярную величину, определяемую *длиной* пути, который тело в среднем проходит за единицу времени: $v_{\text{ср}}=\frac{l}{t}$.

Если, например, поезд, двигаясь по прямой, проходит 600 км за 10 ч, то это значит, что в среднем он за каждый час проходит 60 км. Но ясно, что какую-то часть времени поезд вовсе не двигался, а стоял на остановке; трогаясь со станции, поезд увеличивал свою скорость, приближаясь к ней — уменьшал ее. Все это при определении средней скорости мы не принимаем во внимание и считаем, что поезд каждый час проходит по 60 км, каждые полчаса — по 30 км и т. д. Пользуясь формулой $\vec{v}_{\text{ср}}=\frac{\vec{s}}{t}$, мы как бы считаем, что поезд совершает равномерное движение с постоянной скоростью, равной $\vec{v}_{\text{ср}}$, хотя, быть может, за все время движения не было ни одного такого часа, за который он прошел бы именно 60 км.

Знание средней скорости позволяет определить перемещение по формуле

$$\boxed{\vec{s}=\vec{v}_{\text{ср}}t.}$$

При этом надо помнить, что эта формула дает верный результат только для того участка траектории, для которого определена средняя скорость. Если, пользуясь значением средней скорости в 60 км/ч, вычислять перемещение поезда не за 10 ч, а за 2, 4 или 5 ч, то мы получим неверный результат. Это объясняется тем, что средняя скорость за время 10 ч не равна средним скоростям за 2, 4 и 5 ч.

Следовательно, средняя скорость, вообще говоря, не позволяет вычислять перемещение и координаты движущегося тела в любой момент времени. Тем не менее и при неравномерном движении можно пользоваться понятием скорости, так как механическое движение — это процесс *непрерывный*.

Мгновенная скорость. Непрерывность движения состоит в следующем. Если, например, тело (или точка), двигаясь прямолинейно с возрастающей скоростью, перешло из точки A в точку B, то оно непременно должно побывать во всех промежуточных точках, лежащих между A и B, без всяких пропусков. Но это еще не все. Предположим, что, подходя к точке A, тело двигалось равномерно со скоростью 5 м/с, а после прохождения точки B оно двигалось тоже равномерно, но со скоростью 30 м/с. При этом на прохождение участка AB тело потратило 15 с. Следовательно, на отрезке AB скорость тела за 15 с изменилась на 25 м/с. Но так же как тело при своем движении не могло миновать ни одну из точек на его пути, его скорость должна была принять все значения скорости между 5 и 30 м/с. Тоже без всяких пропусков! В этом и состоит непрерывность механического движения: *ни координаты тела, ни его скорость не могут изменяться скачками.* Отсюда можно сделать очень важный вывод. Различных значений скорости в интервале от 5 до 30 м/с имеется бесчисленное множество (в математике говорят: бесконечно много значений). Но между точками A и B имеется и бесчисленное множество (бесконечно много) точек, а 15-секундный интервал времени, в течение которого тело переместилось из точки A в точку B, состоит из бесчисленного множества моментов времени (время тоже течет без скачков!).

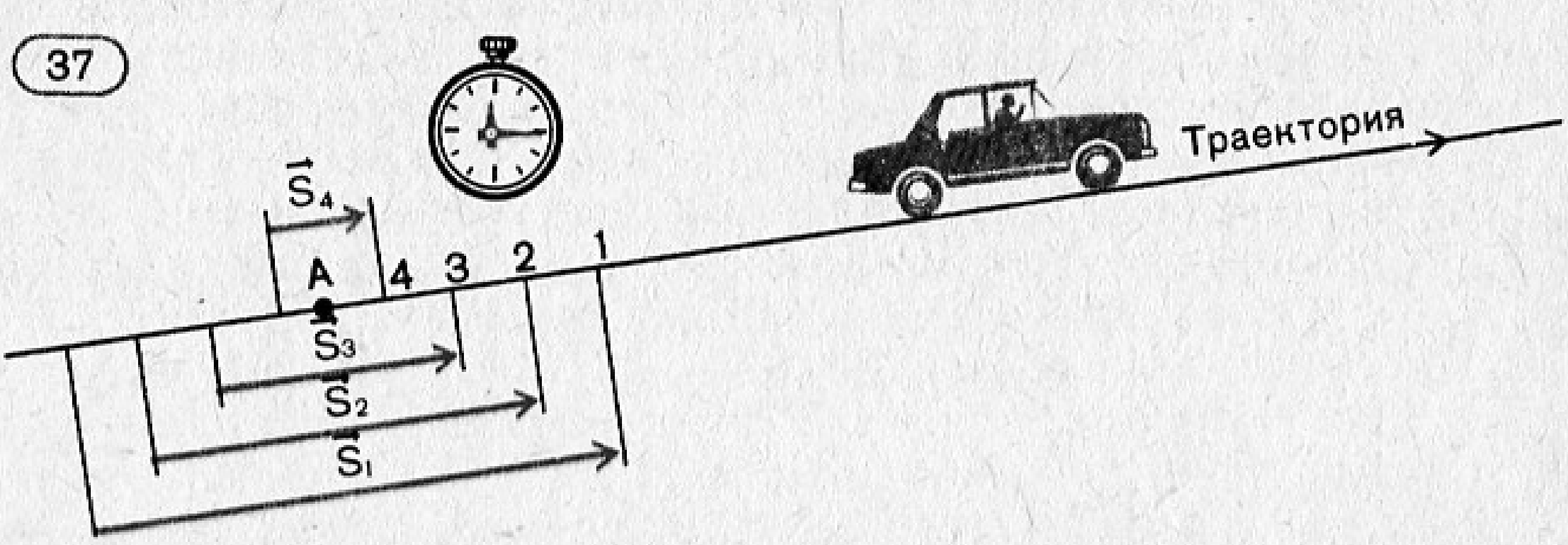
Следовательно, в каждой точке траектории движения и в каждый момент времени скорость тела имела определенное значение.

Скорость тела в данный момент времени или в данной точке траектории называют мгновенной скоростью.

При прямолинейном равномерном движении скорость тела равна отношению его перемещения к промежутку времени, за который это перемещение совершено. Этому отношению равна и средняя скорость при неравномерном движении. Оно же поможет нам понять смысл и мгновенной скорости.

Допустим, что некоторое тело (как всегда мы имеем в виду какую-то определенную точку этого тела) движется прямолинейно, но не равномерно. Как вычислить мгновенную скорость тела в некоторой точке A его траектории? Выделим небольшой участок *1* на этой траектории, включающий точку A (рис. 37). Малое перемещение тела на этом участке обозначим через $\vec{s}_1$, а малый промежуток времени, в течение которого оно совершено, через t_1. Разделив $\vec{s}_1$ на t_1, мы получим среднюю скорость на этом участке: ведь скорость изменяется непрерывно и в разных местах участка *1* она различна.

37



Уменьшим теперь длину участка *1*. Выберем участок *2* (см. рис. 37), тоже включающий в себя точку A. На этом участке перемещение равно $\vec{s}_2$ ($s_2 < s_1$), и проходит его тело за промежуток времени t_2. Ясно, что на участке *2* скорость тела успевает измениться на меньшую величину. Но отношение $\frac{\vec{s}_2}{t_2}$ дает нам среднюю скорость для этого меньшего участка. Еще меньше изменение скорости на протяжении участка *3* (также включающего в себя точку *A*), меньшего, чем участки *1* и *2*. Разделив перемещение $\vec{s}_3$ на промежуток времени t_3, мы опять получим среднюю скорость на этом малом участке траектории.

Будем постепенно уменьшать промежуток времени, за который мы рассматриваем перемещение тела. Одновременно с ним будет уменьшаться и перемещение тела. В конце концов пройденный точкой тела участок траектории, примыкающий к точке *A*, стянется в саму точку *A*. Тогда-то средняя скорость и станет мгновенной скоростью в точке *A*, в которой тело находится в данный момент времени. Ведь на достаточно малом участке изменение скорости будет настолько мало, что его можно не учитывать, значит, можно считать, что скорость не изменяется (движение можно считать равномерным).

Мгновенная скорость, или скорость в данной точке, равна отношению достаточно малого перемещения на участке траектории, содержащем эту точку, к малому промежутку времени, в течение которого совершается это перемещение.

Мгновенная скорость — величина векторная. Ее направление совпадает с направлением перемещения (движения) в данной точке. В дальнейшем, говоря о скорости неравномерного движения, мы будем подразумевать мгновенную скорость.

Прием, к которому мы прибегли, чтобы пояснить смысл мгновенной скорости, состоит, таким образом, в следующем. Участок траектории и время, в течение которого он проходится, мы мысленно постепенно уменьшаем до тех пор, пока участок уже нельзя отличить от точки и неравномерное движение — от равномерного. Таким приемом всегда пользуются, когда изучают явления, в которых играют роль какие-нибудь *непрерывно* изменяющиеся величины[1].

Нам остается теперь выяснить, что необходимо знать для нахождения мгновенной скорости тела в любой точке траектории и в любой момент времени.

Вопросы

1. Что такое средняя скорость? Как она определяется?
2. Можно ли, зная среднюю скорость движения тела за определенный промежуток времени, найти перемещение, совершенное телом за любую часть этого промежутка?
3. В чем состоит непрерывность движения?
4. Что такое мгновенная скорость?

[1] Краткое, но выразительное описание этого приема, составляющего основу так называемого дифференциального исчисления, можно найти на первой странице третьей части III тома романа Л. Н. Толстого «Война и мир».

Упражнение 5

1. Половину времени при переезде из одного пункта в другой автомобиль проехал с постоянной скоростью 60 км/ч. С какой постоянной скоростью он должен двигаться оставшееся время, если средняя скорость движения равна 65 км/ч?

2. Первую половину пути до места назначения автомобиль проехал с постоянной скоростью 50 км/ч, а вторую половину пути автомобиль проехал с постоянной скоростью 60 км/ч. Определить среднюю скорость движения автомобиля.

11. Ускорение. Равноускоренное движение

При неравномерном движении мгновенная скорость тела непрерывно изменяется: от точки к точке, от одного момента времени к другому. Как же вычислить мгновенную скорость тела?

Мы видели, что для вычисления координаты тела в любой момент времени нужно было знать, как быстро она изменяется с течением времени. Точно так же для вычисления скорости в любой момент времени нужно знать, как быстро она изменяется, или, другими словами, каково изменение скорости в единицу времени.

Равноускоренное движение. Для простоты мы будем рассматривать такое неравномерное движение тела, при котором его скорость за любые равные промежутки времени изменяется одинаково. Такое движение называют *равноускоренным*.

Движение тела, при котором его скорость за любые равные промежутки времени изменяется одинаково, называют равноускоренным движением.

Если в некоторый начальный момент времени скорость тела равна $\vec{v}_0$, а через промежуток времени t она оказывается равной $\vec{v}$, то за каждую единицу времени скорость изменяется на $\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$. Величина $\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$ характеризует быстроту изменения скорости. Ее называют *ускорением*.

Так как ускорение равно произведению векторной величины $\vec{v}-\vec{v}_0$ на скаляр $\frac{1}{t}$, оно является векторной величиной (см. § 4). Обозначают ускорение буквой $\vec{a}$:

$$\boxed{\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}.} \qquad (1)$$

Ускорением тела при его равноускоренном движении называют постоянную величину, равную отношению изменения скорости тела к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.

Если ускорение тела по модулю велико, то это значит, что тело быстро набирает скорость (когда оно разгоняется) или быстро теряет ее (при торможении)[1].

Зная начальную скорость $\vec{v}_0$ тела и его ускорение $\vec{a}$, можно найти скорость $\vec{v}$ тела в любой момент времени. Действительно, из формулы (1) следует, что

$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t.} \qquad (2)$$

Ускорение и нужно знать для того, чтобы определять мгновенную скорость $\vec{v}$ тела.

Какова единица ускорения?

Так как $a=\frac{v-v_0}{t}$, то модуль ускорения равен единице, если равен единице модуль изменения скорости и равен единице промежуток времени. Поэтому *единица ускорения в* СИ — *это ускорение такого равноускоренного движения, при котором за* 1 с *скорость изменяется на* 1 м/с. Следовательно, в СИ ускорение выражается в метрах в секунду за секунду или в метрах на секунду в квадрате (м/с²).

Проекции скорости и ускорения. Мы уже говорили, что при вычислениях нужно пользоваться уравнениями, в которые входят не векторы, а их проекции на оси координат.

При прямолинейном движении векторы $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$ направлены вдоль одной прямой, которая является в то же время и траекторией движения. Вдоль этой же прямой удобно направить и координатную ось (например, ось X).

В § 5 мы видели, что проекция суммы двух векторов на какую-нибудь ось равна сумме их проекций на ту же ось. Обозначим проекции векторов $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ на ось X через v_x, v_{0x} и a_x. Тогда из уравнения (2) следует:

$$\boxed{v_x=v_{0x}+a_xt.} \qquad (3)$$

Так как все три вектора $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ лежат на одной прямой (оси X), то модули их проекций равны модулям самих векторов, а знаки проекций определяются тем, как направлены эти векторы по отношению к выбранной оси.

Если знаки проекций векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ совпадают, то модуль скорости тела возрастает с течением времени — тело разгоняет-

---

[1] Если скорость тела за равные промежутки времени изменяется неодинаково, то необходимо применять мгновенное ускорение. Значение мгновенного ускорения находится тем же методом, которым мы воспользовались, когда говорили о мгновенной скорости.

ся. Если же знаки проекций векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ противоположны, то модуль скорости тела с течением времени уменьшается — тело тормозится.

Сами векторы $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ при движении тела с возрастающей скоростью сонаправлены. При торможении вектор $\vec{a}$ направлен противоположно векторам $\vec{v}$ и $\vec{v}_0$.

Движение при торможении. Если скорость тела с течением времени уменьшается (тело тормозится), то в какой-то момент времени скорость может стать равной нулю. Как оно будет двигаться после этого? Ясно, что, когда какая-нибудь величина, изменяясь, проходит через значение нуль, она изменяет свой знак на противоположный. В нашем случае изменяет знак скорость. Это значит, что, после того как скорость тела станет равной нулю, тело начнет двигаться в противоположном направлении (см. задачу 2 на с. 45).

Обычно движение с возрастающей по модулю скоростью называют ускоренным движением, а движение с убывающей скоростью — замедленным движением. Но в механике любое прямолинейное неравномерное движение называется ускоренным. Трогается ли автомобиль с места или тормозит, в обоих случаях он движется с ускорением. Ускоренное прямолинейное движение от замедленного отличается лишь знаком проекции вектора ускорения на выбранную ось.

Вопросы

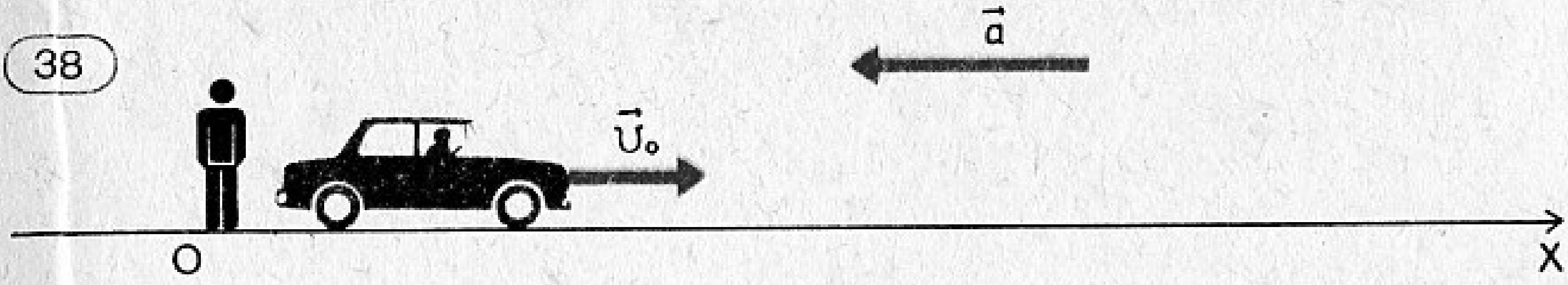
1. Что такое ускорение и для чего его нужно знать?
2. При любом неравномерном движении изменяется скорость. Как ускорение характеризует это изменение?
3. Чем отличается «замедленное» прямолинейное движение от «ускоренного»?
4. Что такое равноускоренное движение?
5. Может ли тело двигаться с большой скоростью, но с малым ускорением?
6. Как направлен вектор ускорения при прямолинейном неравномерном движении?
7. Скорость — векторная величина, и изменяться может как модуль скорости, так и направление вектора скорости. Что именно изменяется при прямолинейном равноускоренном движении?
8. Может ли скорость тела быть равной нулю в момент, когда его ускорение не равно нулю?

Примеры решения задач

1. Автомобиль проезжает мимо наблюдателя, двигаясь со скоростью 10 м/с. В этот момент водитель нажимает на тормоз и автомобиль начинает двигаться с ускорением 1,0 м/с^2. Сколько времени пройдет до остановки автомобиля?

Решение. Выберем за начало отсчета координаты место нахождения наблюдателя, а координатную ось X направим в

38



сторону движения автомобиля (рис. 38). Обозначим скорость автомобиля в момент, когда он проходит мимо наблюдателя, через $\vec{v}_0$, а его ускорение после включения тормоза через $\vec{a}$.

Для вычисления времени движения автомобиля до остановки воспользуемся формулой

$$v_x = v_{0x} + a_x t,$$

где v_x, v_{0x} и a_x — соответственно проекции конечной и начальной скорости автомобиля и его ускорения на ось X.

Скорость автомобиля сонаправлена с осью X, поэтому $v_{0x} = v_0$, а так как скорость его уменьшается, то $a_x = -a$. В момент остановки $v_x = 0$. Следовательно,

$$0 = v_0 - at, \text{ или } at = v_0. \text{ Отсюда}$$

$$t = \frac{v_0}{a}.$$

Подставив в это выражение значения v_0 и a, получим:

$$t = \frac{10\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{1{,}0\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 10 \text{ с}.$$

Автомобиль остановится через 10 с после начала торможения.

2. Тело движется прямолинейно с постепенно уменьшающейся скоростью. Ускорение $\vec{a}$ постоянно и по модулю равно 4 м/с^2. В некоторый момент времени модуль скорости тела $v_0 = 20$ м/с. Найти скорость тела через $t_1 = 4$ с и $t_2 = 8$ с после этого момента.

Решение. Направим координатную ось X по направлению начальной скорости. Тогда проекция v_{0x} положительна и равна модулю вектора $\vec{v}$: $v_{0x} = v_0$. А так как скорость тела уменьшается, то проекция ускорения a_x отрицательна и равна $-a$: $a_x = -a$.

Чтобы найти проекцию скорости v_x в указанные в задаче моменты времени, применим формулу

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Отсюда для момента времени t_1 найдем

$$v_{1x} = v_0 - at_1, \quad v_{1x} = 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}} - 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4 \text{ с} = 4\,\frac{\text{м}}{\text{с}},$$

а для момента времени t_2

$$v_{2x}=v_0-at_2,\ v_{2x}=20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}-4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 8\ \text{с}\ =-12\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Знак «минус» означает, что к исходу 8-й секунды тело двигалось в направлении, противоположном начальному.

Очевидно, что, перед тем как начать движение в противоположную сторону, тело должно было остановиться. Легко узнать, в какой момент времени t' это произошло. Проекция скорости v_x равна нулю, когда $v_{0x}=-a_xt'$. Отсюда

$$t'=-\frac{v_{0x}}{a_x},\ \ t'=-\frac{20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{-4\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}=5\ \text{с}.$$

Направление движения тела изменилось на противоположное через 5 с после того момента, в который его скорость была равна 20 м/с.

Двигаться так, как описано в этой задаче, могло бы, например, тело, которое толкнули вверх по наклонной плоскости, сообщив ему начальную скорость.

Упражнение 6

1. Троллейбус, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением 1,5 м/с^2. Через сколько времени он приобретет скорость 54 км/ч?
2. Автомобиль, движущийся со скоростью 36 км/ч, останавливается при торможении в течение 4 с. С каким постоянным ускорением движется автомобиль при торможении?
3. Грузовик, двигаясь с постоянным ускорением, на некотором участке пути увеличил свою скорость с 15 до 25 м/с. За какое время произошло это увеличение скорости, если ускорение грузовика равно 1,6 м/с^2?
4. Какая скорость движения была бы достигнута, если бы тело двигалось прямолинейно с ускорением 10 м/с^2 в течение 0,5 ч при начальной скорости, равной нулю?

12. Перемещение при равноускоренном движении

Самое важное для нас — уметь вычислять координаты тела. Это и есть главная задача механики. Но чтобы решить ее, надо уметь вычислять перемещение тела. Как же вычислить перемещение при равноускоренном движении?

Формулу для определения перемещения проще всего получить, если воспользоваться графическим методом.

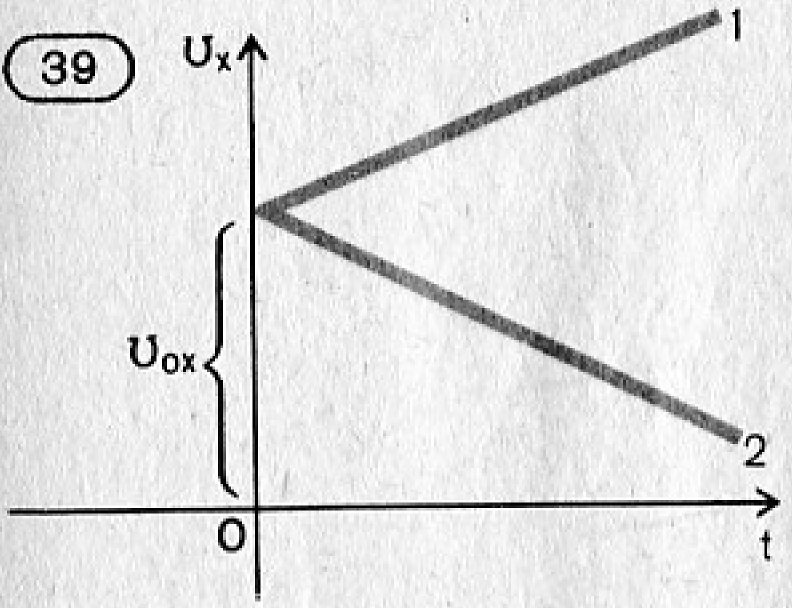
В § 7 мы видели, что при прямолинейном равномерном движении перемещение тела численно равно площади фигуры (прямоугольника), расположенной под графиком скорости. Верно ли это для равноускоренного движения?

При равноускоренном движении тела вдоль координатной оси X скорость не остается постоянной, а меняется со временем согласно формуле $v_x = v_{0x} + a_x t$.

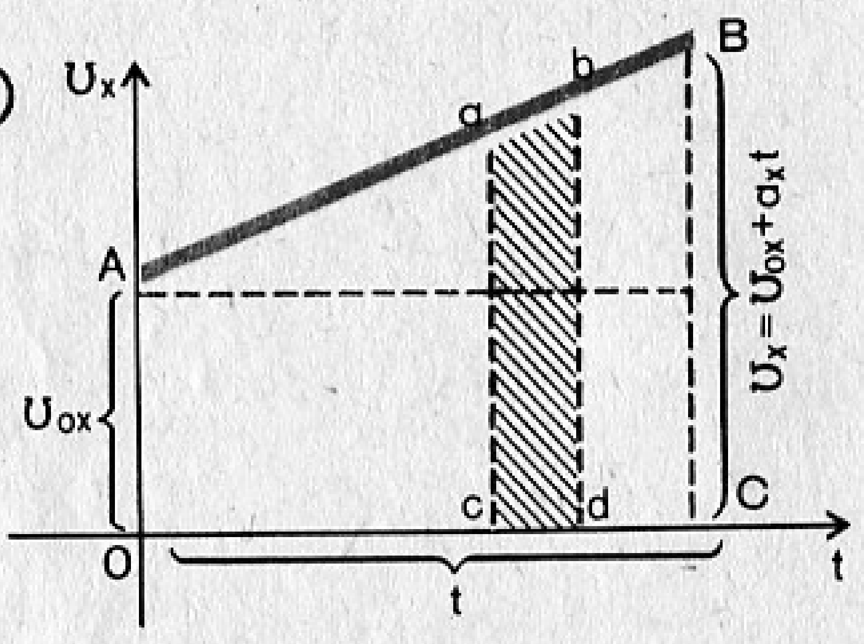
Поэтому графики проекции скорости имеют вид, показанный на рисунке 39. Прямая *1* на этом рисунке соответствует движению с положительной проекцией ускорения (скорость увеличивается), прямая *2* — движению с отрицательной проекцией ускорения (скорость убывает). Оба графика относятся к случаю, когда в момент времени $t=0$ тело имело скорость $\vec{v}_0$.

Перемещение может быть выражено площадью. Выделим на графике скорости равноускоренного движения маленький участок ab (рис. 40) и опустим из точек a и b перпендикуляры

39



40



на ось t. Длина отрезка cd на оси t численно равна тому малому промежутку времени, за который скорость изменилась от ее значения в точке a до ее значения в точке b. Под участком графика ab получилась узкая полоска $abcd$.

Если промежуток времени, численно равный отрезку cd, достаточно мал, то в течение этого времени изменение скорости тоже мало.

Движение в течение такого малого промежутка времени можно считать равномерным, и полоска $abcd$ мало отличается от прямоугольника. Площадь полоски поэтому численно равна проекции перемещения тела за время, соответствующее отрезку cd.

Но на такие узкие полоски можно разбить всю площадь фигуры, расположенной под графиком скорости. Следовательно, перемещение за все время t численно равно площади трапеции $OABC$. Площадь же трапеции, как известно из геометрии, равна произведению полусуммы ее оснований на высоту. В нашем случае длина одного из оснований численно равна v_{0x}, длина другого — v_x. Высота же ее численно равна t. Отсюда следует, что проекция s_x перемещения равна:

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t. \qquad (1)$$

Подставим в эту формулу вместо v_x равную ей величину $v_{0x}+a_xt$.
Тогда

$$s_x=\frac{v_{0x}+v_{0x}+a_xt}{2}t=\frac{2v_{0x}t+a_xt^2}{2}.$$

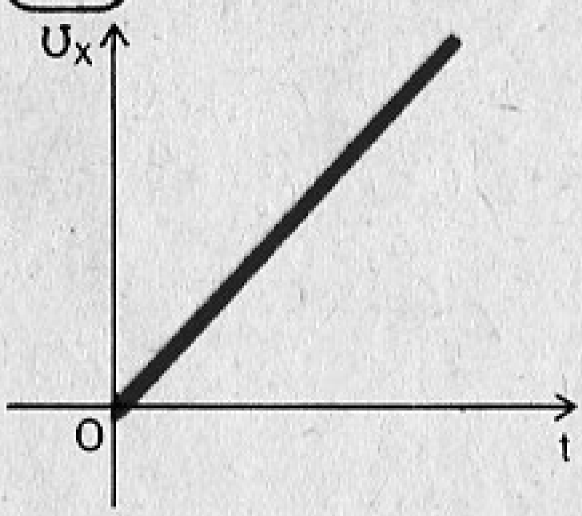
Разделив почленно числитель на знаменатель, получим:

$$\boxed{s_x = v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2}.} \qquad (2)$$

При пользовании этой формулой нужно помнить, что s_x, v_{0x} и a_x могут быть как положительными, так и отрицательными — это проекции векторов $\vec{s}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ на ось X.

Если проекция начальной скорости v_{0x} равна нулю, то формула (2) принимает вид:

41



$$s_x=\frac{a_xt^2}{2}.$$

График скорости такого движения представлен на рисунке 41.

Теперь, когда мы получили формулу для вычисления перемещения, нам легко получить и формулу для вычисления координаты x тела в любой момент времени. Мы видели (см. § 5), что, для того чтобы найти координату x в какой-то момент времени t, надо к начальной координате x_0 прибавить проекцию вектора перемещения тела на координатную ось:

$$x=x_0+s_x.$$

Поэтому

$$\boxed{x=x_0+v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2}.} \qquad (3)$$

● *По этой формуле и находят положение тела в любой момент времени при прямолинейном равноускоренном движении.*

Чтобы найти x, нужно знать начальные координату x_0 и скорость $\vec{v}_0$, а также ускорение $\vec{a}$.

Формулы (2) и (3) позволяют описать прямолинейное равноускоренное движение, подобно тому как формула (3) § 6 позволила описать равномерное движение. Для описания прямолинейного равноускоренного движения потребовалась, как мы видим, еще одна величина — ускорение.

Другая формула для перемещения. Перемещение тела, движущегося равноускоренно, можно вычислить и в случае, когда неизвестно, сколько времени прошло от начала движения, но известны значения начальной и конечной скорости тела. Формулу, позволяющую вычислить проекцию перемещения, можно получить из формулы (1) и формулы $v_x = v_{0x} + a_x t$.

Найдем из последней формулы значение t: $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$ и подставим его в формулу (1). Получаем

$$s_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{(v_x + v_{0x})(v_x - v_{0x})}{2a_x}.$$

Отсюда

$$\boxed{s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}} \quad \text{и} \quad \boxed{v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x.} \qquad (4)$$

Мы получили формулы, позволяющие вычислять перемещение, если известны значения начальной и конечной скорости, а также скорость в любой точке, через которую проходит тело.

Если начальная скорость тела равна нулю, то

$$\boxed{s_x = \frac{v_x^2}{2a_x}} \quad \text{и} \quad \boxed{v_x^2 = 2a_x s_x.} \qquad (5)$$

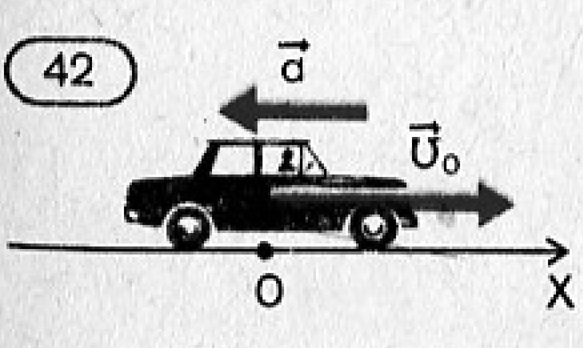
Вопросы

1. Чем отличается график скорости равноускоренного движения от графика скорости равномерного движения?
2. Как по графику проекции скорости равноускоренного движения найти проекцию перемещения тела?
3. Что нужно знать для того, чтобы вычислить координату тела в любой момент времени при его прямолинейном равноускоренном движении?
4. Сравнить зависимость от времени модуля перемещения равномерно и равноускоренно движущихся тел. В чем различие этих зависимостей?

Примеры решения задач

1. Водитель автомобиля, движущегося со скоростью 72 км/ч, увидел красный сигнал светофора и нажал на тормоз. После этого автомобиль начал уменьшать скорость, двигаясь с ускорением 5 м/с^2. Какое расстояние автомобиль пройдет за первые 2 с после начала торможения? Какое расстояние автомобиль пройдет до полной остановки?

42



Решение. Координатную ось X направим по направлению движения автомобиля (рис. 42), а за начало отсчета координаты примем ту точку дороги, в которой началось торможение. Начало отсчета времени отнесем к моменту, когда водитель нажал на тормоз.

Скорость $\vec{v}_0$ автомобиля сонаправлена с осью X, а ускорение автомобиля направлено противоположно, так что проекция скорости $\vec{v}_0$ положительна, а ускорения $\vec{a}$ отрицательна. Следовательно, $v_{0x} = v_0$, $a_x = -a$.

Координату автомобиля находим по формуле

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

По условию задачи $x_0 = 0$, $v_0 = 20$ м/с, $a_x = -5$ м/с^2, $t = 2$ с. Поэтому

$$x = 0 + 20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot 2\ \text{с} + \frac{-5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 4\ \text{с}^2}{2} = 40\ \text{м} - 10\ \text{м} = 30\ \text{м}.$$

Найдем теперь, какое расстояние автомобиль пройдет до полной остановки. Для этого нужно знать время t_1 движения до остановки. Его можно определить из формулы

$$v_x = v_{0x} + a_x t_1.$$

В момент остановки скорость равна нулю, так что

$$0 = v_{0x} + a_x t_1, \text{ или } 0 = v_0 - a t_1,$$

откуда

$$t_1 = \frac{v_0}{a}.$$

Подставим это выражение для времени в формулу для координаты

$$x = x_0 + v_{0x}t_1 + \frac{a_x t_1^2}{2}.$$

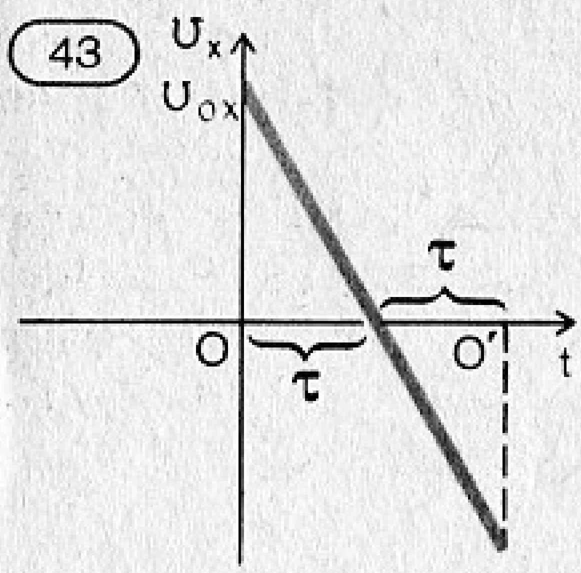
Получим:

$$x = v_0\,\frac{v_0}{a} - a\,\frac{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a}.$$

Отсюда с учетом приведенных в условии задачи значений получаем:

$$x = \frac{\left(20\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2\cdot 5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 40\ \text{м}.$$

2. Определить перемещение тела, график проекции скорости которого показан на рисунке 43.

43 

Решение. Проекцию перемещения s_x вычислим по формуле

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Из рисунка 43 видно, что при $t=\tau$ проекция скорости v_x равна нулю. Но $v_x = v_{0x} + a_x t$. Поэтому $0 = v_{0x} + a_x\tau$, откуда

$$a_x = -\frac{v_{0x}}{\tau}.$$

Все время движения равно 2τ. Следовательно,

$$s_x = v_{0x}2\tau + \frac{-\frac{v_{0x}}{\tau}(2\tau)^2}{2} = 2v_{0x}\tau - \frac{4v_{0x}\tau}{2} = 0.$$

Ответ показывает, что график, изображенный на рисунке 43, соответствует движению тела сначала в одном направлении, а затем на такое же расстояние в противоположном направлении, в результате чего тело оказывается в исходной точке.

3. При подходе к станции машинист выключил двигатель локомотива, после чего поезд стал двигаться с постоянным ускорением 0,1 м/с^2. Какое перемещение поезд совершил до остановки, если в момент выключения двигателя скорость поезда была 20 м/с? Через сколько времени поезд остановился?

Решение. Координатную ось X направим по направлению движения поезда. За начало отсчета времени примем момент выключения двигателя, а за начало отсчета координаты — точку, в которой находился поезд в этот момент.

Скорость поезда сонаправлена с осью X, а ускорение поезда направлено противоположно этой оси, поэтому проекция скорости $\vec{v}_0$ положительна, а ускорения $\vec{a}$ отрицательна. Следовательно, $v_{0x} = v_0$, $a_x = -a$.

Проекцию s_x находим по формуле (4) § 12:

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Подставив в это выражение приведенные в задаче данные и учитывая, что $v_x = 0$, получим

$$s_x = \frac{\left(20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{-2\cdot 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{400}{0{,}2}\ \text{м} = 2000\ \text{м}.$$

Время движения до остановки находим из формулы

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

Так как $v_x = 0$, то $0 = v_0 - at$, откуда

$$t = \frac{v_0}{a};\ t = \frac{20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 200\ \text{с}.$$

Упражнение 7

1. Построить в одних координатных осях графики скорости двух тел, движущихся равноускоренно: одно с возрастающей по модулю скоростью, другое — с убывающей. Начальные скорости и ускорения тел соответственно равны 1 м/с и 0,5 м/с^2; 9 м/с и 1,5 м/с^2. Какой путь пройдет второе тело до остановки? Через сколько времени скорости обоих тел станут одинаковыми и какой путь пройдет за это время первое тело?

2. На рисунке 44 изображены графики проекций скоростей движения трех тел. Каков характер движения этих тел? Что можно сказать о скоростях движения тел в моменты времени, соответствующие точкам *A* и *B* графика? Определить ускорения и написать выражения для скорости и перемещения этих тел.

3. Пользуясь приведенными на рисунке 45 графиками проекций скоростей трех тел, выполнить следующие задания: а) определить ускорения этих тел; б) составить для каждого тела формулу зависимости скорости от времени; в) найти, в чем сходны и в чем различаются движения, соответствующие графикам *2* и *3*.

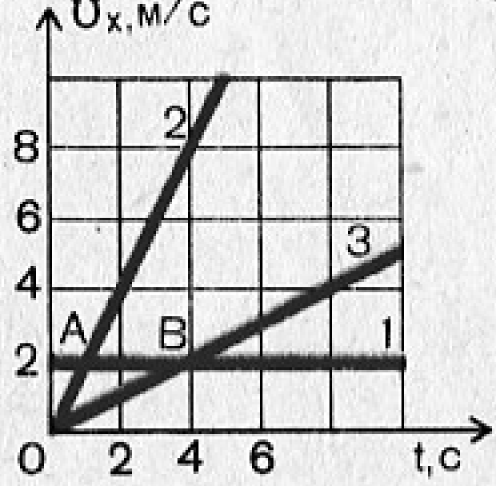
4. На рисунке 46 показаны графики проекций скоростей движения трех тел. По этим графикам: а) определить, чему соответствуют отрезки *OA*, *OB* и *OC* на осях координат; б) найти ускорения, с которыми движутся тела; в) написать выражения для скорости и перемещения каждого тела.

5. Самолет при взлете проходит взлетную полосу за 15 с и в момент отрыва от земли имеет скорость 100 м/с. С каким ускорением двигался самолет и какова длина взлетной полосы?

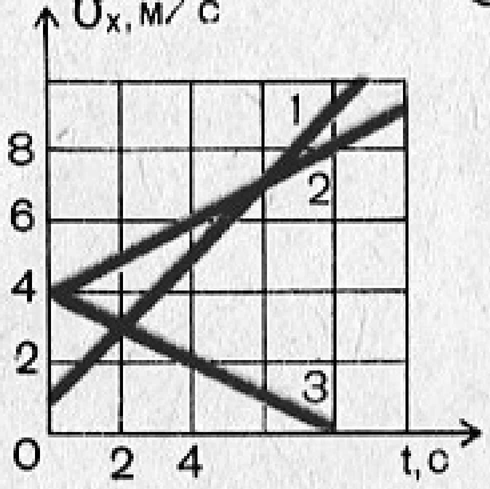
6. Снаряд, скорость которого равна 1000 м/с, пробивает стену блиндажа за 10^{-3} с и после этого имеет скорость 200 м/с. Считая движение снаряда в толще стены равноускоренным, найти толщину стены.

7. Ракета движется с ускорением 45 м/с^2 и к некоторому моменту времени достигает скорости 900 м/с.

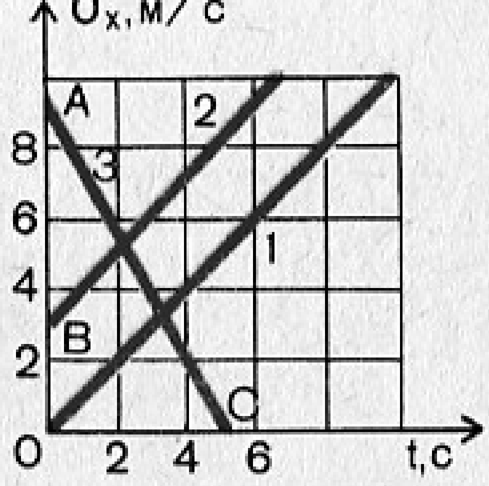
44



45



46



Какой путь она пройдет в следующие 2,5 с?

8. На каком расстоянии от Земли оказался бы космический корабль через 30 мин после старта, если бы он все время двигался прямолинейно с ускорением 9,8 м/с^2?

9. Наблюдения показали, что скаковая лошадь достигает своей наибольшей скорости 15 м/с после того, как она, приняв старт, «разгонится» на протяжении 30 м. С каким постоянным ускорением скачет лошадь на этом участке?

10. Чтобы оторваться от земли, самолет должен набрать скорость 180 км/ч. На каком расстоянии от места старта на взлетной дорожке самолет достигает этого значения скорости, если его ускорение постоянно и равно 2,5 м/с^2?

11. Пассажирский поезд тормозит и движется при этом с ускорением 0,15 м/с^2. На каком расстоянии от места включения тормоза скорость поезда станет равной 3,87 м/с, если в момент начала торможения скорость была 54 км/ч?

Задания

1. Сравнив формулу (1) (с. 47) с формулой перемещения $\vec{s}=\vec{v}_{ср}\,t$ (с. 39), доказать, что выражение $\frac{v_{0x}+v_x}{2}$ представляет собой проекцию средней скорости на ось X в равноускоренном движении.

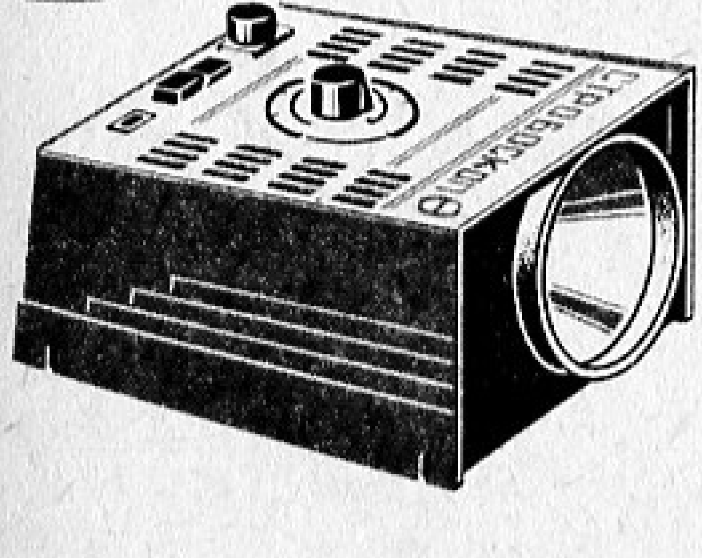
2. По графику проекции скорости (см. рис. 43) начертить график модуля скорости.

13. Измерение ускорения

Один из способов определения ускорения опытным путем — это так называемый *стробоскопический метод*. Он состоит в том, что движущееся тело в темноте освещают через равные промежутки времени световой вспышкой с помощью прибора, называемого *стробоскопом*. Его внешний вид показан на рисунке 47.

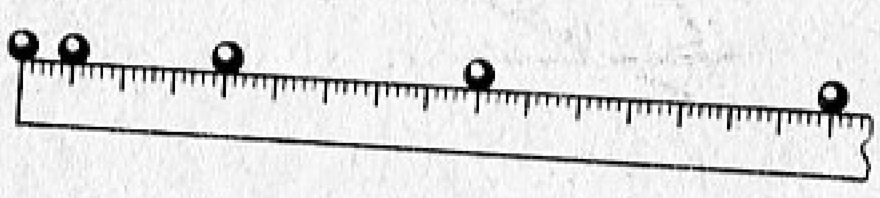
Ясно, что тело будет видно только в тех положениях, в которых оно оказывается освещенным. Если тело в процессе его движения фотографировать (затвор фотоаппарата должен быть открыт в течение всего времени движения), то на фотографической пленке будут видны последовательные положения тела через равные промежутки времени.

47



На рисунке 48, сделанном по стробоскопической фотографии, изображено движение шарика по на-

48



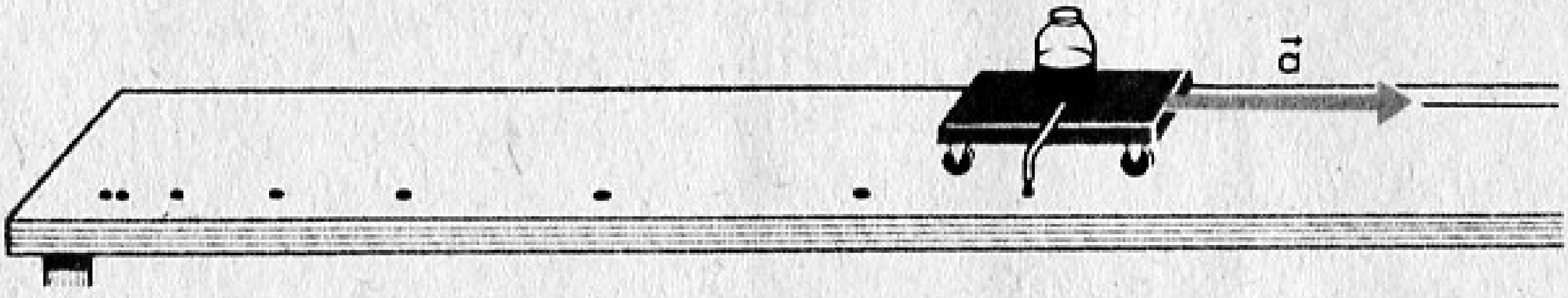
клонной плоскости с интервалом времени между вспышками 0,2 с. Чтобы по такой фотографии найти ускорение, нужно измерить длину l_1 и l_2 любых двух соседних участков, пройденных шариком между вспышками. Эти длины равны модулям перемещений $\vec{s}_1$ и $\vec{s}_2$ за промежутки времени τ между вспышками.

Записав формулы для s_1 и s_2 и приняв во внимание, что скорость в конце любого промежутка времени равна скорости в начале следующего за ним промежутка, получим выражение для модуля ускорения:

$$a=\frac{l_2-l_1}{\tau^2}. \qquad (1)$$

Очень легко использовать для измерения ускорения такой способ. На тело, ускорение которого нужно измерить, помещают сосуд с окрашенной жидкостью, снабженный краном, заканчивающимся трубкой с тонким отверстием. При открытом кране из отверстия через равные промежутки времени (которые измеряют секундомером) падают капли (рис. 49). При

49



движении тела упавшие капли отмечают его положение через равные промежутки времени. Для определения ускорения нужно, как и в стробоскопическом методе, измерить длины двух соседних промежутков l_1 и l_2 между каплями. Ускорение вычисляют по формуле (1).

Задание

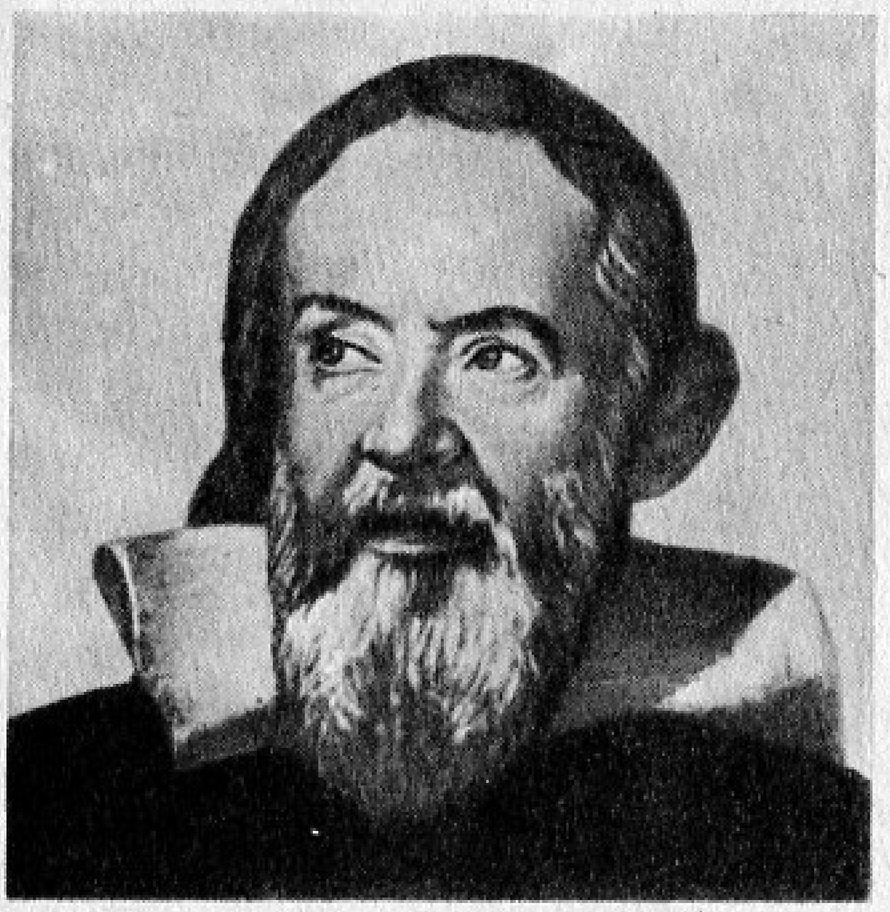
Вывести выражение (1).

14. Свободное падение тел. Ускорение свободного падения

Интересный пример прямолинейного равноускоренного движения представляет свободное падение тела и движение тела, брошенного вертикально вверх.

Такие движения тел изучал Галилео Галилей. Он установил, что эти движения равноускоренные. Его измерения показали, что при таких движениях ускорение направлено вертикально вниз и по абсолютному значению равно примерно 9,8 м/с^2.

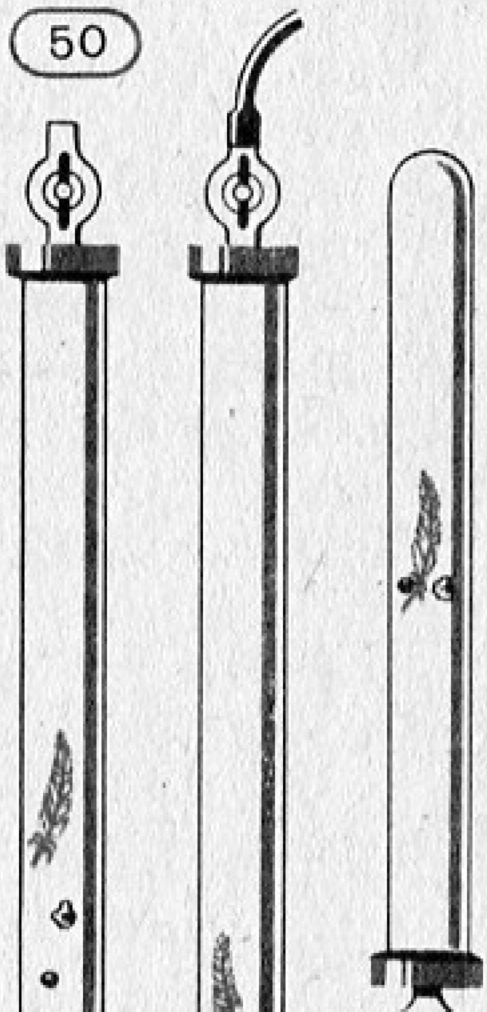
Особенно удивительно и в течение долгого времени было загадкой то, что это *ускорение одинаково для всех тел.*



Галилей Галилео (1564—1642) — знаменитый итальянский физик и астроном. Он первым применил опытный метод исследования природы. Открыл законы падения тел, установил закон инерции. Изобрел зрительную трубу и применил ее для астрономических наблюдений, сделав ряд важных открытий. Как сторонник теории Коперника о вращении Земли, Галилей дважды привлекался к суду инквизиции, вынудившей его публично отречься от этой теории. Согласно легенде, Галилей после своего вынужденного «отречения» воскликнул: «А все-таки вертится!»

Если взять стальной шар, футбольный мяч, развернутую газету, птичье перо и все эти разнородные предметы бросить с высоты в несколько метров и наблюдать за их движением, то мы увидим, что ускорения этих тел различны. Но это объясняется лишь тем, что на пути к земле телам приходится проходить сквозь воздух, который мешает их движению. Если бы тела падали в трубе, из которой воздух удален, то их ускорения оказались бы одинаковыми. Такой опыт можно провести с помощью толстостенной стеклянной трубки длиной около 1 м, один конец которой запаян, а другой снабжен краном. Поместим в трубку три разных предмета, например: дробинку, пробку и птичье перо. Затем быстро перевернем трубку. Все три тела упадут на дно трубки, но в разное время: сначала дробинка, затем пробка и, наконец, перо (рис. 50, *а*). Но так падают тела в том случае, когда в трубке имеется воздух. Стоит только воздух откачать насосом (рис. 50, *б*) и, закрыв после откачки кран, снова перевернуть трубку (рис. 50, *в*), мы увидим, что все три тела упадут одновременно. Следовательно, в вакууме все тела падают с одинаковым ускорением.

50



Падение в вакууме, которому ничто не мешает, называют свободным падением.

Чтобы отличить свободное падение от всех других ускоренных движений, принято ускорение свободного падения обозначать буквой g вместо a. Таким образом, вектор $\vec{g}$ всегда направлен вниз: вниз тело движется с возрастающей скоростью, вверх — с убывающей; модуль ускорения свободного падения $g=9{,}8$ м/с^2. Если, как это часто делают, направить координатную ось по вертикали (вверх или вниз) и обозначить ее через Y, то модуль проекции g_y будет равен модулю вектора $\vec{g}$, проекция будет положительной при направлении оси Y вниз и отрицательной, если ось Y направлена вверх.

Самое важное во второй главе

Основная задача механики состоит в нахождении положения тела в любой момент времени. Решение этой задачи идет по своеобразной «цепочке»: чтобы найти координату точки, нужно знать ее перемещение, а чтобы вычислить перемещение, нужно знать скорость движения. По такой «цепочке» скорость — перемещение — координата решают задачи механики для прямолинейного равномерного движения. Если движение ускоренное, то нужно знать ускорение, так что при таком движении задачи решают по «цепочке» ускорение — скорость — перемещение — координата. И для равномерного, и для ускоренного движения должны быть известны «начальные условия» — начальные координаты и начальная скорость.

При прямолинейном ускоренном движении мгновенная скорость тела (материальной точки) непрерывно изменяется от одного момента времени к другому. Поэтому для нахождения скорости в любой момент времени и в любой точке нужно знать быстроту ее изменения, т. е. ускорение:

$$\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}.$$

Проекцию скорости тела на выбранную координатную ось в любой момент времени t вычисляют по формуле

$$v_x=v_{0x}+a_xt.$$

Координату тела находят по формуле

$$x=x_0+v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2},$$

а проекцию перемещения $s_x=x-x_0$ по формуле

$$s_x=v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2}.$$

Значение проекции перемещения при равноускоренном движении можно определить также по формуле

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Из приведенных формул (кроме последней) получаются формулы для скорости, координат и перемещений при равномерном прямолинейном движении, если принять, что $a_x = 0$.

При вычислениях по приведенным формулам знаки проекций векторов $\vec{v}$, $\vec{v}_0$, $\vec{a}$, а также знак начальной координаты x_0 определяются условием задачи и направлением оси координат.

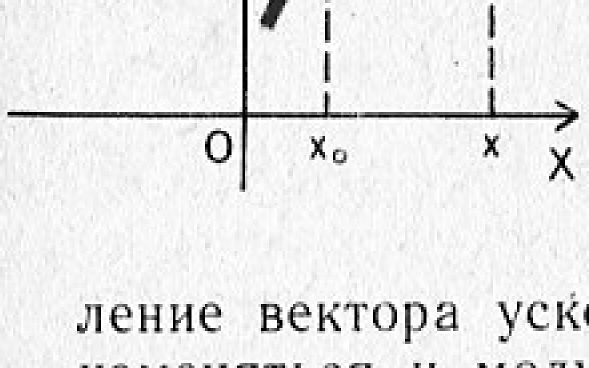
Глава 3

Криволинейное движение

Движение более сложное, чем прямолинейное

И в природе, и в технике очень часто встречаются движения, траектории которых представляют собой не прямые, а кривые линии. Называют такие движения *криволинейными*. По криволинейным траекториям движутся в космическом пространстве планеты и искусственные спутники, а на Земле — всевозможные средства транспорта, части машин и механизмов, воды рек, воздух атмосферы и т. д.

51

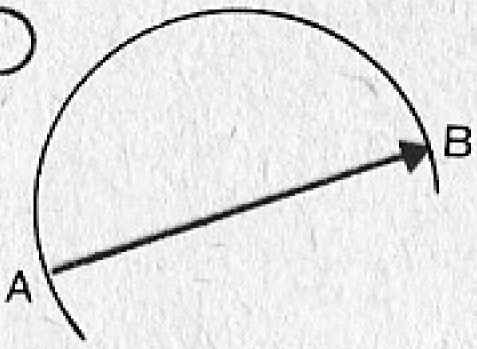


При криволинейном движении решать задачи механики труднее, потому что оно сложнее прямолинейного. При таком движении уже нельзя сказать, что изменяется только одна координата тела. Если, например, движение происходит на плоскости, то, как это видно из рисунка 51, изменяются две координаты: x и y. Направление движения, т. е. направление вектора скорости, также все время изменяется. Изменяться может и направление вектора ускорения. Если к этому добавить, что могут изменяться и модули скорости и ускорения, то станет ясно, насколько криволинейное движение сложнее прямолинейного.

15. Перемещение и скорость при криволинейном движении

При прямолинейном движении направление вектора скорости всегда совпадает с направлением перемещения. Что можно сказать о направлении перемещения и скорости при криволинейном движении?

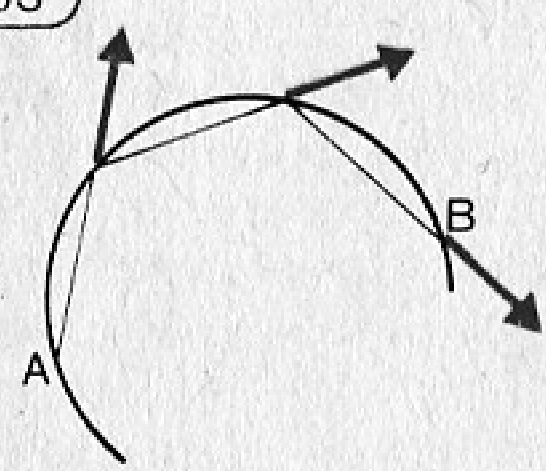
52



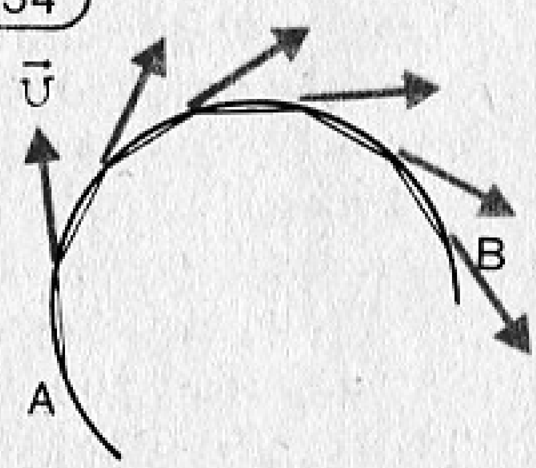
Перемещение — по хордам. На рисунке 52 представлена некоторая криволинейная траектория. Допустим, что тело движется по ней из точки A в точку B. Пройденный при этом телом путь — это дуга $\overset{\frown}{AB}$, а перемещение — это вектор $\overrightarrow{AB}$, направленный по хорде. Теперь мы не можем сказать, что вектор скорости во время движения направлен так же, как вектор перемещения $\overrightarrow{AB}$. Но проведем между точками A и B ряд хорд (рис. 53) и представим себе, что тело движется именно по этим хордам. На каждой из них тело движется прямолинейно и вектор скорости направлен вдоль хорды, т. е. вдоль вектора перемещения.

Мгновенная скорость — по касательной! Сделаем наши прямолинейные участки (хорды) более короткими (рис. 54). По-прежнему на каждом из них вектор скорости направлен вдоль хорды. Но видно, что эта ломаная линия уже более похожа на плавную кривую.

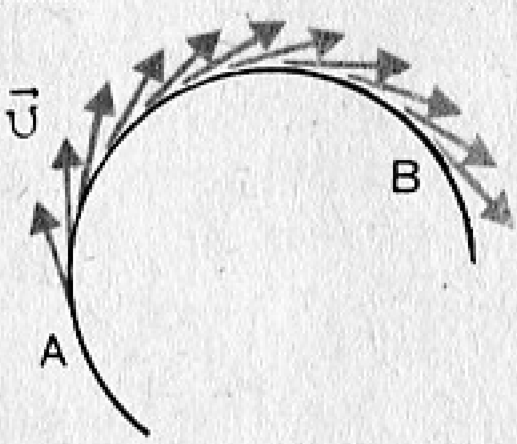
53



54



55

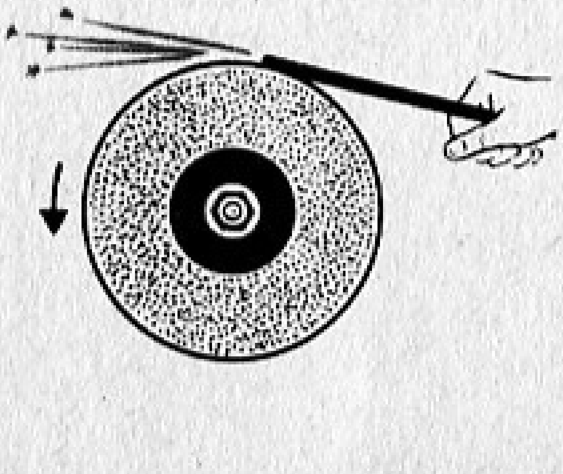


Ясно поэтому, что, продолжая уменьшать длину прямолинейных участков, мы их как бы стянем в точки и ломаная линия превратится в плавную кривую. Скорость же в каждой точке этой кривой будет направлена по касательной к кривой в этой точке (рис. 55).

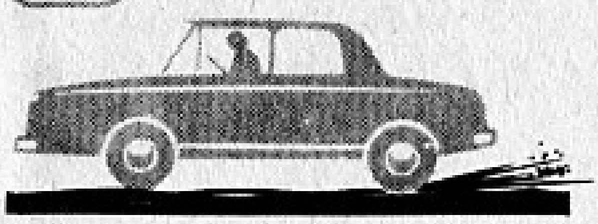
● *Скорость движения тела в любой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории в этой точке.*

В том, что скорость точки при криволинейном движении действительно направлена по касательной, убеждает нас, например, наблюдение за работой точила (рис. 56). Если прижать к вращающемуся точильному камню концы стального прутка, то раскаленные частицы, отрывающиеся от камня, будут видны в виде искр. Эти частицы летят с той скоростью, которой они обладали в момент отрыва от камня. Хорошо видно,

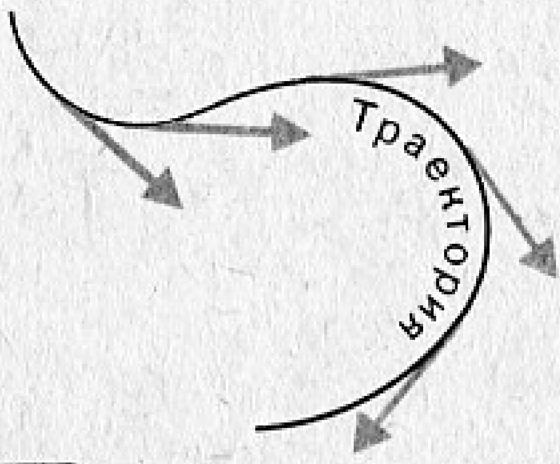
56



57

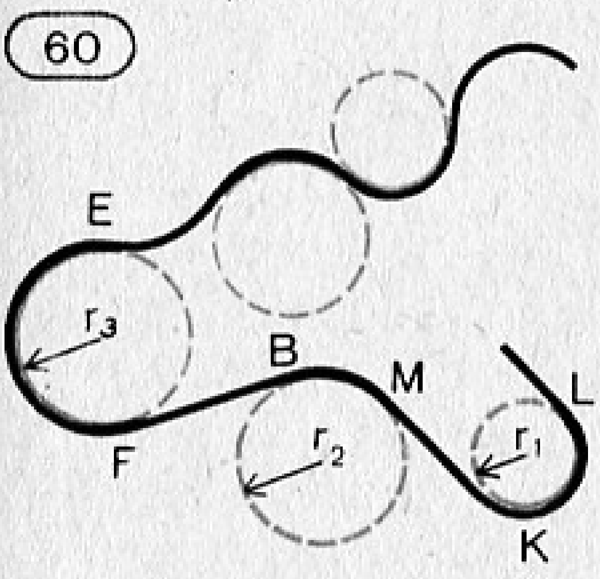


58



59

60



что направление вылета искр всегда совпадает с касательной к окружности в той точке, где пруток касается камня. По касательной к окружности движутся и брызги от колес буксующего автомобиля (рис. 57).

Таким образом, мгновенная скорость тела в разных точках криволинейной траектории имеет различные направления, как это показано на рисунке 58. Модуль же скорости может или быть всюду одинаковым (см. рис. 58), или изменяться от точки к точке (рис. 59).

Но даже если модуль скорости не изменяется, ее все равно нельзя считать постоянной. Ведь скорость — величина векторная. А для векторных величин модуль и направление одинаково важны. Поэтому криволинейное движение всегда движение ускоренное, даже если модуль скорости постоянен. Мы ограничимся рассмотрением именно такого криволинейного движения. Его называют *равномерным криволинейным движением*. Ускорение при равномерном криволинейном движении связано только с изменением направления вектора скорости. Как направлено и чему равно это ускорение?

Криволинейное движение — движение по дугам окружностей. И модуль, и направление ускорения должны зависеть от формы криволинейной траектории. Но нам не придется рассматривать каждую из бесчисленных форм криволинейных траекторий.

На рисунке 60 показана сложная траектория, по которой движется тело. Из рисунка видно, что отдельные участки криволинейной траектории представляют собой приблизительно дуги окружностей, изображенных пунктиром. Например, участок KL — это дуга окружности малого радиуса, участки EF и BM — это дуги окружностей больших радиусов.

Таким образом, движение по любой криволинейной траектории можно приближенно представить как движение по дугам некоторых окружностей. Поэтому задача нахождения ускорения при криволинейном равномерном движении сводится к отысканию ускорения при равномерном движении тела по окружности.

Вопросы

1. Как направлена мгновенная скорость при криволинейном движении?
2. Чем различаются изменения скорости при криволинейном и прямолинейном движении?
3. Могут ли совпадать направления скорости и ускорения при криволинейном движении?
4. Может ли тело двигаться по криволинейной траектории без ускорения?
5. Возможно ли движение тела с постоянной по модулю скоростью по траектории, представляющей собой ломаную линию?
6. Какая связь между криволинейным движением и движением по окружности?

16. Ускорение при равномерном движении тела по окружности

В предыдущем параграфе мы выяснили, что равномерное движение тела по окружности есть движение с ускорением, хотя по модулю скорость и не изменяется. Наша задача теперь выяснить, как направлено и чему равно это ускорение.

Вектор ускорения направлен к центру. Ускорение, как известно, определяется равенством

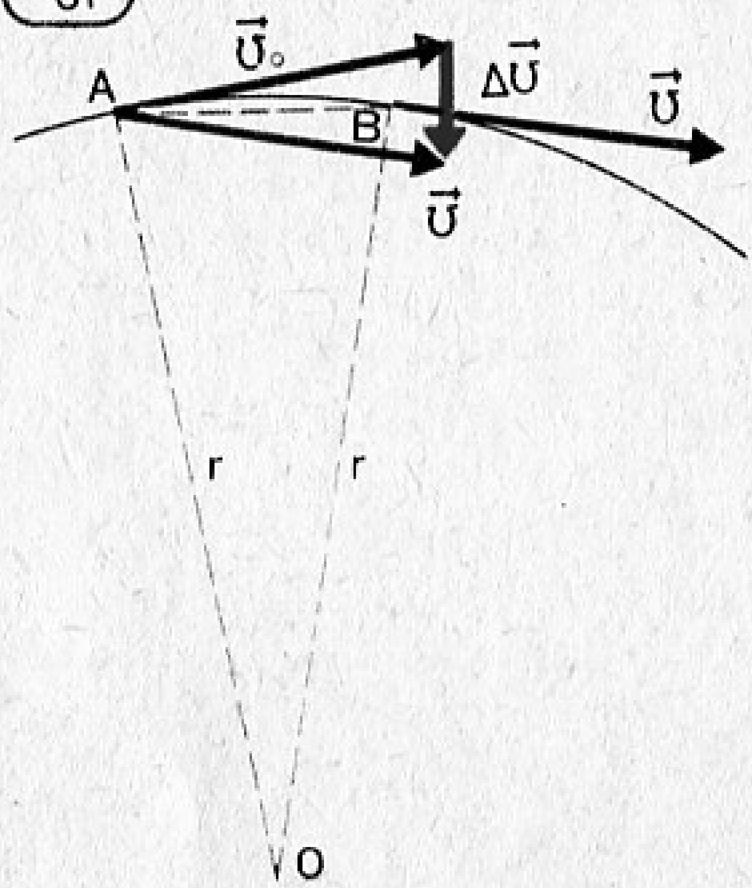
$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}. \quad (1)$$

Обозначим для краткости разность двух значений скорости (изменение скорости $\vec{v} - \vec{v}_0$) через $\Delta\vec{v}$. Тогда

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{t}. \quad (2)$$

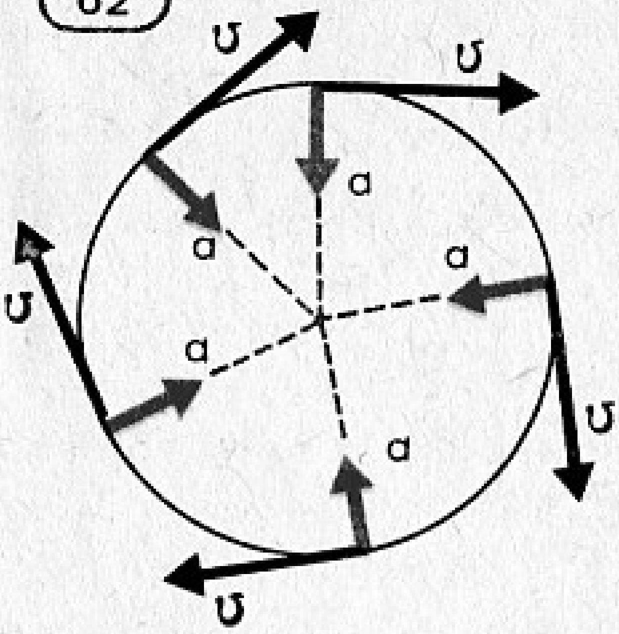
Ясно, что вектор $\vec{a}$ направлен так же, как вектор $\Delta\vec{v}$, потому что время t — величина скалярная.

61



Допустим, что тело движется по окружности радиусом r и в некоторый момент времени, который мы примем за начальный ($t=0$), оно находится в точке A (рис. 61). Скорость $\vec{v}_0$ в этой точке направлена по касательной. Рассмотрим еще одну точку, очень близкую к точке A,— точку B, в которой тело, двигаясь по окружности, окажется через очень малый промежуток времени t. Мы будем считать, что точки A и B настолько близки друг к другу, что дуга $\overset{\frown}{AB}$ неотличима от хорды AB, хотя на рисунке это и нельзя изоб-

62



разить. Но как бы точка B ни была близка к точке A, скорость $\vec{v}$ в точке B все же отличается от скорости $\vec{v}_0$ направлением, хотя и не отличается от нее по модулю ($v=v_0$). Теперь мы можем найти вектор $\Delta\vec{v}=\vec{v}-\vec{v}_0$ способом, известным нам из § 4: перенесем вектор $\vec{v}$ параллельно самому себе так, чтобы он и вектор $\vec{v}_0$ исходили из точки A (см. рис. 61), и соединим концы обоих векторов отрезком прямой, направив его от $\vec{v}_0$ к $\vec{v}$. Получившийся направленный отрезок и есть вектор $\Delta\vec{v}$. Из рисунка видно, что вектор $\Delta\vec{v}$ направлен внутрь окружности, и нетрудно поэтому понять, что если точки A и B будут предельно близки друг к другу, то он будет направлен к центру окружности. Туда же будет направлен и вектор ускорения $\vec{a}$. Таким образом, при равномерном движении тела по окружности его ускорение во всех точках окружности «устремлено» к ее центру. Поэтому его называют *центростремительным ускорением.*

Ускорение тела, равномерно движущегося по окружности, в любой ее точке центростремительное, т. е. направлено по радиусу окружности к ее центру.

Эта особенность ускорения при равномерном движении по окружности показана на рисунке 62.

Чему равен модуль центростремительного ускорения? Числовое значение (модуль) ускорения мы легко найдем из рисунка 61.

Треугольник, составленный из векторов $\vec{v}_0$, $\vec{v}$ и $\Delta\vec{v}$ (см. рис. 61), равнобедренный, так как $v=v_0$. Треугольник OAB на том же рисунке тоже равнобедренный, потому что стороны OA и OB — радиусы окружности. Углы при вершинах обоих треугольников равны, так как они образованы взаимно перпендикулярными сторонами: $\vec{v}_0 \perp OA$ и $\vec{v} \perp OB$. Поэтому треугольники подобны, как равнобедренные с равными углами при вершинах. То, что один из треугольников образован векторами, не играет роли. Из подобия треугольников следует пропорциональность сходственных сторон:

$$\frac{\Delta v}{AB}=\frac{v}{r}.$$

Здесь v и Δv — модули скорости и изменения скорости при переходе тела из точки A в точку B, r — радиус окружности и AB — хорда. Но, как указывалось раньше, если точки A и B очень близки друг к другу, хорда AB неотличима от дуги $\overset{\frown}{AB}$. Длина же дуги $\overset{\frown}{AB}$ — это путь, пройденный телом с постоянной по модулю скоростью $\vec{v}$. Он равен vt. Поэтому можно написать:

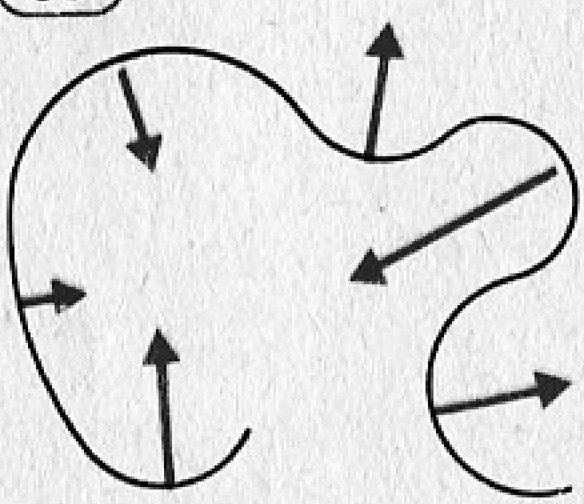
$$\frac{\Delta v}{vt}=\frac{v}{r}, \text{ или } \frac{\Delta v}{t}=\frac{v^2}{r}.$$

Так как рассматриваемый нами промежуток времени t очень мал, то $\frac{\Delta v}{t}$ есть модуль мгновенного ускорения. Следовательно,

$$\boxed{a=\frac{v^2}{r}.} \qquad (3)$$

Таким образом, при равномерном движении по окружности во всех ее точках центростремительное ускорение по модулю одно и то же. Но направлено оно всегда по радиусу к центру (см. рис. 62), так что направление ускорения от точки к точке изменяется. Равномерное движение тела по окружности нельзя поэтому считать равноускоренным.

63



Напомним, что ускорение при равномерном движении по окружности нас интересует потому, что всякое движение по криволинейной траектории можно представить как движение по дугам окружностей различных радиусов.

Теперь мы можем сказать, что при равномерном движении в любой точке криволинейной траектории тело движется с ускорением, направленным к центру той окружности, частью которой является участок траектории вблизи этой точки. Модуль же ускорения зависит от скорости тела в этой точке и от радиуса соответствующей окружности. На рисунке 63 показана некоторая сложная траектория и указаны векторы центростремительного ускорения в различных ее точках.

Вопросы

1. Как направлено ускорение тела, движущегося по окружности с постоянной по модулю скоростью?
Как определяется модуль этого ускорения?
2. Если при движении тела по окружности модуль его скорости изменяется, будет ли ускорение тела направлено к центру окружности?
3. Можно ли считать движение по окружности с постоянным по модулю ускорением равноускоренным движением?
4. Катер со спортсменом на водных лыжах движется по окружности. Спортсмен может следовать за ним по той же окружности, но может двигаться вне и внутри этой окружности. Каково соотношение скоростей спортсмена и катера в этих трех случаях?

17. Период и частота обращения тела

Период обращения. Движение тела по окружности часто характеризуют не скоростью, а промежутком времени, за который тело совершает один полный оборот. Называют эту величину *периодом обращения* тела и обозначают буквой T. Так, например, в сообщениях о запуске очередного искусственного спутника Земли обычно указывается именно период его обращения и никогда не указывается скорость его движения по орбите. Но если известен период T, то легко найти и скорость v. За время, равное периоду T, тело проходит путь, равный длине окружности $2\pi r$. Следовательно,

$$\boxed{v=\frac{2\pi r}{T},}$$

где r — радиус окружности, по которой движется тело.

Подставив это выражение вместо скорости в формулу (3) предыдущего параграфа, мы получим другое выражение для центростремительного ускорения:

$$\boxed{a=\frac{4\pi^2 r}{T^2}.} \qquad T=\frac{t\ \text{сек}}{N\ \text{обор}} \qquad (1)$$

Частота обращения. Движение тела по окружности можно характеризовать также числом оборотов, совершаемых телом за единицу времени. Эту величину называют *частотой обращения* тела и обозначают буквой n. Частота обращения очень просто связана с периодом обращения T. Если, например, период обращения T равен 0,1 с, то за 1 с тело совершает 10 оборотов. Это значит, что $n=\frac{1}{T}$, т. е. частота — это величина, обратная периоду. Единица частоты обращения — 1/с, или $с^{-1}$.

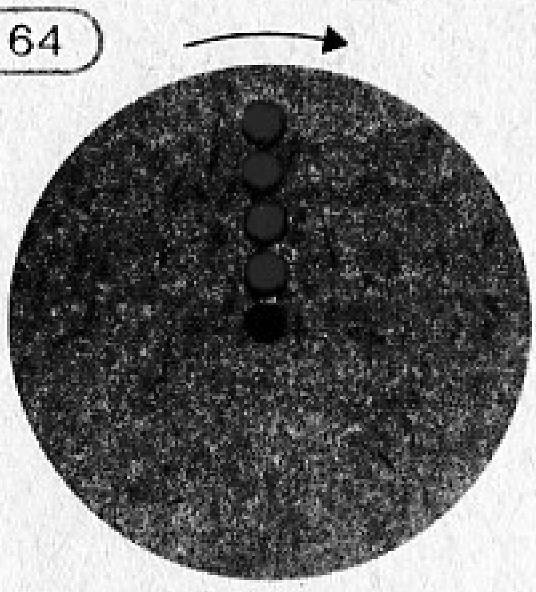
Скорость v движения по окружности можно выразить через частоту обращения n. В самом деле, скорость равна пути, пройденному телом за 1 с. За один оборот тело проходит путь, равный $2\pi r$. Значит, при n оборотах в секунду тело за 1 с пройдет путь, равный $2\pi rn$. Следовательно, $v=2\pi rn$.

Подставим это выражение для v в формулу (3) предыдущего параграфа. Тогда получим $a=\frac{4\pi^2r^2n^2}{r}$, или

$$\boxed{a=4\pi^2n^2r.} \qquad (2)$$

При решении задач можно пользоваться всеми тремя фор-

64



мулами для центростремительного ускорения — формулой (3) § 16 и формулами (1) и (2) этого параграфа.

Из формул (1) и (2) видно, что если заданы период или частота обращения, то модуль центростремительного ускорения тем больше, чем больше радиус окружности. Например, при вращении колеса (рис. 64) все выделенные точки движутся по окружностям разных радиусов с одним и тем же периодом, с одной и той же частотой. Но центростремительное ускорение больше у тех точек, которые находятся дальше от оси вращения колеса.

Вопросы

1. Что такое период обращения?
2. Что такое частота обращения?
3. Как связаны между собой частота и период обращения?
4. Как выражается центростремительное ускорение тела через период обращения?
5. Как выражается центростремительное ускорение через частоту обращения?
6. Какие точки вращающегося колеса (см. рис. 64) имеют скорость v движения по окружности бо́льшую, а какие — меньшую?

Упражнение 8

1. Точильный круг, радиус которого равен 10 см, при вращении делает оборот за 0,20 с. Найти скорость точек, наиболее удаленных от оси вращения.
2. Автомобиль движется по закруглению дороги радиусом 100 м со скоростью 54 км/ч. Найти центростремительное ускорение автомобиля.
3. Период обращения первого корабля-спутника «Восток» вокруг Земли равнялся 90 мин. Среднюю высоту корабля-спутника над Землей можно считать равной 320 км. Радиус Земли 6400 км. Вычислить скорость корабля.
4. Какова скорость движения автомобиля, если его колеса радиусом 30 см делают 10 оборотов в 1 с?
5. Луна движется вокруг Земли на расстоянии 384 000 км от нее, совершая один оборот за 27,3 сут. Вычислить центростремительное ускорение Луны.

18. Движение на вращающемся теле

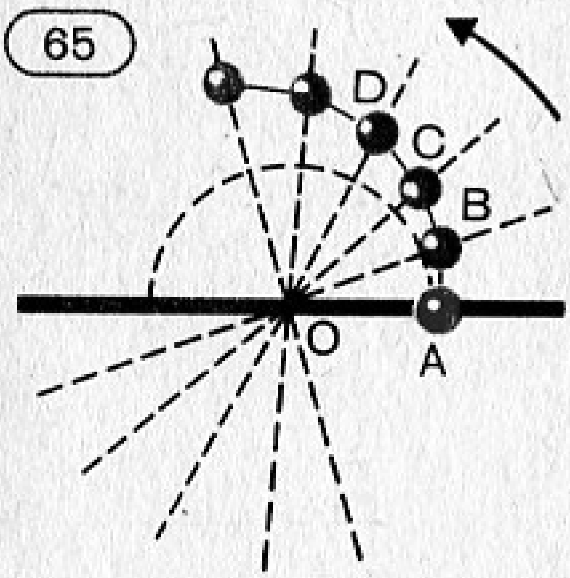
Все мы живем на поверхности земного шара, который вращается (вместе с нами!) вокруг своей оси. Мы, однако, этого вращения Земли не замечаем, если не считать смены дня и ночи, вызванной этим вращением. Но не замечаем мы вращения Земли только потому, что вращается она очень медленно, делая всего 1 оборот в сутки (около одной стотысячной оборота в секунду).

Но если какое-нибудь тело вращается с достаточно большой частотой, то всякое другое тело, на нем находящееся, совершает очень любопытное движение. Его легко наблюдать, если проделать простой опыт: небольшое проволочное кольцо надеть на какой-нибудь стержень (спицу, карандаш и т. д.) и быстро повернуть стержень в горизонтальной плоскости. Кольцо соскользнет со стержня. Почему оно соскальзывает?

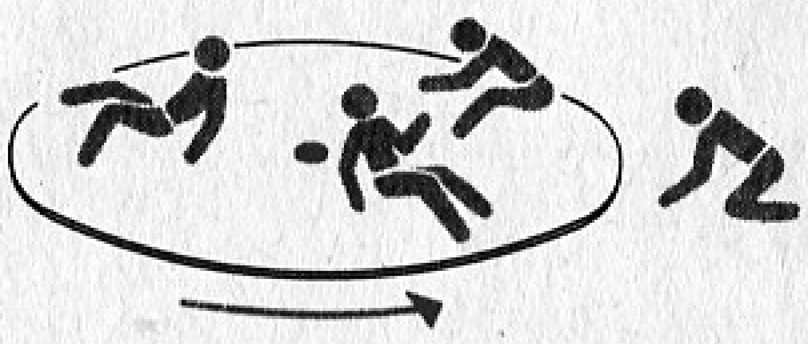
Рассмотрим этот опыт более подробно.

Представим себе стержень, на который надет просверленный шарик. Пусть этот стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину (рис. 65). Чтобы выяснить, как должен вести себя шарик на вращающемся стержне, будем вращение стержня рассматривать как множество последовательных малых поворотов его вокруг оси.

65



66



Как ведет себя шарик при таких поворотах? Пусть в некоторый начальный момент шарик находится в точке A на расстоянии OA от оси вращения O. Если бы шарик был закреплен на стержне, то он при вращении стержня двигался бы по окружности радиусом OA, показанной на рисунке. Но шарик не закреплен. Поэтому он будет двигаться вдоль вектора скорости, который, как мы знаем, направлен по касательной к окружности, т. е. перпендикулярно OA. Когда стержень совершит малый поворот, шарик окажется в точке B. Ясно, что OB больше, чем OA, потому что треугольник OAB (см. рис. 65) прямоугольный и в нем сторона OB — гипотенуза, а OA — катет.

При следующем малом повороте шарик опять продвинется перпендикулярно новому положению стержня, т. е. OB, и попадет в точку C. В прямоугольном треугольнике OBC сторона OC (гипотенуза) больше, чем OB (катет). То же относится к треугольнику OCD и т. д. Таким образом, мы видим, что при вращении стержня шарик все время удаляется от оси O, скользя вдоль стержня.

Если связать со стержнем систему координат и направить одну из осей, например ось X, вдоль стержня, то относительно этой системы отсчета шарик будет двигаться по прямой вдоль оси X. Нетрудно догадаться, что относительно неподвижной системы отсчета (Земли) траектория движения стержня будет значительно более сложной (раскручивающаяся спираль). Это еще одно проявление относительности движения.

Примерно то же, что с шариком на стержне, происходит с ребятами на вращающемся вокруг вертикальной оси диске (рис. 66). Ребята соскальзывают к краям диска.

Самое важное в третьей главе

При криволинейном движении тела (материальной точки) непрерывно изменяется направление вектора его скорости: в каждой точке траектории он направлен по касательной к траектории в данной точке. Поэтому даже равномерное движение по криволинейной траектории, при котором модуль скорости не изменяется, есть движение ускоренное.

Движение тела по окружности характеризуется не только скоростью $\vec{v}$, но и периодом обращения T и частотой обращения n. Модуль скорости связан с этими величинами соотношениями

$$v=\frac{2\pi r}{T} \text{ и } v=2\pi n r,$$

где r — радиус окружности.

При равномерном движении тела по окружности вектор ускорения в любой точке окружности направлен перпендикулярно вектору скорости к центру окружности. Поэтому его называют центростремительным ускорением. Модуль центростремительного ускорения связан с величинами v, T и n соотношениями

$$a=\frac{v^2}{r};\ a=\frac{4\pi^2 r}{T^2};\ a=4\pi^2 n^2 r.$$

Основы динамики

Глава 4

Законы движения

Самый важный вопрос — почему?

В разделе «Основы кинематики» мы ознакомились с величинами, применяемыми для описания различных движений, наблюдаемых в окружающем нас мире. Мы узнали также, что для вычисления скоростей тел, их перемещений и, наконец, координат тел в любой момент времени нужно знать ускорения. Ведь главное, чем отличается одно движение от другого,— это именно ускорение. Так, прямолинейное равномерное движение отличается от других движений тем, что при таком движении ускорение равно нулю; равноускоренное прямолинейное движение — тем, что ускорение по модулю и по направлению постоянное; равномерное движение по окружности — тем, что ускорение в любой точке окружности направлено к ее центру и т. д.

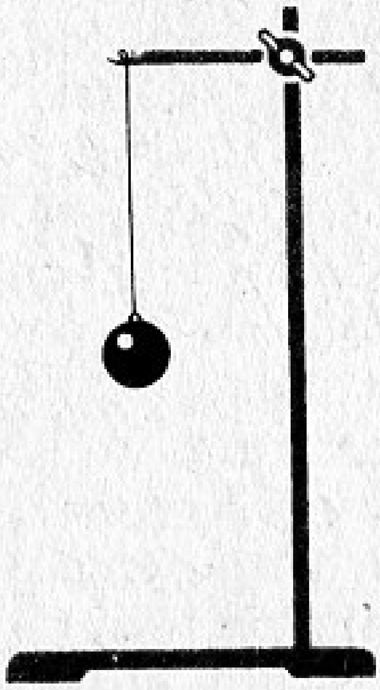
Движения тел (относительно выбранной системы отсчета) начинаются и прекращаются, они становятся более быстрыми и более медленными, изменяются их направления. Во всех этих случаях изменяются скорости, т. е. появляются ускорения. Понятно поэтому, насколько важно уметь находить (вычислять) ускорения. Без этого нельзя решать задачи механики, без этого нельзя управлять движением. Но чтобы находить ускорения, нужно знать, почему и как они возникают. Физика вообще всегда старается выяснить не только, *как* происходит то или иное явление, но и *почему* оно происходит и *почему* оно происходит так, а не иначе. В кинематике мы выяснили, как происходит движение (например, с ускорением или без ускорения). А на вопрос о том, почему тела движутся так, а не иначе, отвечает главная часть механики — *динамика*.

19. Тела и их окружение. Первый закон Ньютона

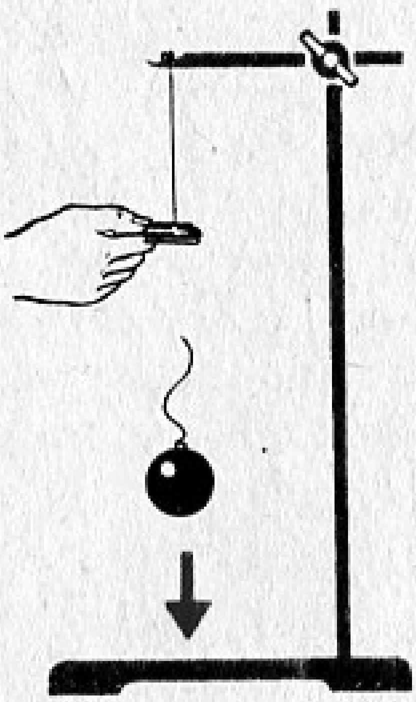
Чтобы найти причину возникновения ускорений, нужно обратиться к опыту, к наблюдениям. Но сначала выясним, при каких условиях тело движется без ускорения, т. е. когда его скорость с течением времени не меняется.

Всякое тело, движется оно или покоится, не одиноко в мире. Вокруг него есть много других тел — близких и далеких, больших и малых, покоящихся и движущихся. Естественно предположить, что некоторые из них, а может быть и все, как-то действуют на то тело, которое мы рассматриваем, как-то влияют

67



68



на его состояние движения. Заранее нельзя сказать, какие из окружающих тел существенно влияют, а какие мало влияют на это состояние. Это надо исследовать в каждом отдельном случае.

Рассмотрим сначала какое-нибудь покоящееся тело. Ускорение такого тела, как и его скорость, равно нулю.

На рисунке 67 показан шарик, подвешенный на резиновом шнуре. Относительно Земли он находится в покое. Около шарика имеется множество различных тел: шнур, на котором он висит, стены комнаты, множество предметов в ней и в соседних помещениях и, конечно, Земля. Понятно, что не все эти тела одинаково действуют на шарик. Если, например, убрать или переставить мебель в комнате, то это не окажет какого-либо заметного влияния на шарик. Но если перерезать шнур (рис. 68), шарик сразу начнет падать вниз с ускорением.

Хорошо известно, что именно под влиянием Земли все тела падают вниз. Но пока шнур не перерезан, шарик все же находится в покое. Этот простой опыт показывает, что из всех тел, окружающих шарик, только два заметно влияют на него: резиновый шнур и Земля — и их совместное влияние обеспечивает состояние покоя шарика. Стоило устранить одно из этих тел — шнур, и состояние покоя нарушилось.

Если бы можно было, сохранив действие растянутого шнура, убрать... Землю, то это тоже нарушило бы покой шарика: он стал бы двигаться в противоположном направлении (вверх).

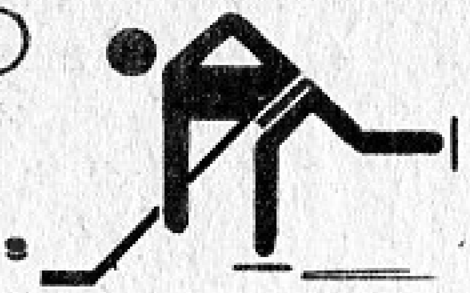
Это приводит к выводу, что действия на шарик двух тел — шнура и Земли — *компенсируют* (иногда говорят, *уравновешивают*) друг друга.

Когда говорят, что влияния двух или нескольких тел компенсируют друг друга, то это значит, что результат их совместного влияния такой же, как если бы этих тел вовсе не было.

Рассмотренный нами пример и много других подобных примеров позволяют сделать следующий вывод: *тело находится в состоянии покоя, если действия на него других тел компенсируются.*

Но мы знаем, что движение и покой относительны. Если по отношению к одной системе тело покоится, то относительно других систем отсчета тело может двигаться. Рассмотрим, на-

69



пример, шайбу, лежащую на льду хоккейного поля (рис. 69). Шайба покоится относительно льда (Земли), потому что влияние на нее Земли компенсируется влиянием льда. Но для хоккеиста, движущегося мимо шайбы прямолинейно и равномерно, шайба тоже движется прямолинейно и равномерно в противоположную сторону. Таким образом, одно и то же тело (шайба) относительно одной системы отсчета (связанной с Землей) находится в покое, относительно другой (связанной с хоккеистом) движется прямолинейно и равномерно.

Но вот хоккеист ударил по шайбе клюшкой. В результате очень непродолжительного действия клюшки шайба приходит в движение, приобретая некоторую скорость. Замечательно, что после удара, когда действие клюшки на шайбу уже прекратилось, шайба продолжает свое движение. Между тем после удара влияние на шайбу других тел осталось таким же, как и до удара: по-прежнему действие Земли компенсируется действием льда, а клюшка, как и до удара, никакого влияния на движение шайбы не оказывает. Шайба же после удара движется по прямой линии с почти постоянной скоростью, которую она приобрела в момент удара. Правда, шайба в конце концов остановится, но из опыта известно, что, чем более гладкими будут лед и шайба, тем более продолжительным будет движение шайбы. Можно поэтому догадаться, что если совсем устранить то действие льда на движущуюся шайбу, которое называется трением, то шайба продолжала бы двигаться относительно Земли с постоянной скоростью безостановочно.

Однако если бы рядом с этой движущейся равномерно шайбой двигался хоккеист с такой же скоростью, то относительно него (системы отсчета, связанной с ним) шайба находилась бы в покое. И в этом случае одно и то же тело в одной системе отсчета (Земля) движется прямолинейно и равномерно, относительно другой (хоккеист) находится в покое.

Первый закон Ньютона. Этот пример и многие другие подобные ему подводят нас к одному из основных законов механики, который называется первым законом движения или *первым законом Ньютона.*

Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не влияют другие тела (или влияния других тел компенсируются).

Само явление сохранения скорости тела (в частности, состояния покоя) при компенсации внешних воздействий на тело называют *инерцией.* Поэтому первый закон Ньютона часто называют *законом инерции.* Обиходное выражение «движение по инерции» и означает движение тела с постоянной скоростью (т. е. прямолинейное и равномерное), когда влияния других тел скомпенсированы.

Инерциальные системы отсчета. Системы отсчета, о которых говорится в первом законе Ньютона, т. е. системы отсчета, относительно которых тело при компенсации внешних воздействий движется прямолинейно и равномерно или находится в покое, называются *инерциальными системами отсчета*. В рассмотренных нами примерах инерциальными были система отсчета, связанная с Землей, и система отсчета, связанная с хоккеистом, движущимся прямолинейно и равномерно относительно Земли. Инерциальна та или иная система отсчета или нет — это можно узнать только из опыта. Так как опыт показывает, что система отсчета, связанная с Землей, может приближенно считаться инерциальной, то и система отсчета, связанная с любым телом, движущимся относительно Земли прямолинейно и равномерно, тоже инерциальная. Но надо иметь в виду, что существуют и другие системы отсчета. Это системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы с *ускорением*. Например, система отсчета, связанная с хоккеистом, движущимся относительно льда с ускорением,— система неинерциальная: ведь относительно него шайба, покоящаяся на льду, движется с ускорением, хотя воздействия на нее других тел скомпенсированы.

Закон инерции отнюдь не очевиден, как это может показаться с первого взгляда. С его открытием было покончено с одним давним заблуждением. До этого на протяжении веков считалось, что при отсутствии внешних воздействий на тело (или, что то же самое, при компенсации всех воздействий) тело может находиться только в состоянии покоя, что покой — это как бы естественное состояние тела. Для движения же тела с постоянной скоростью необходимо, чтобы на него постоянно же действовало другое тело. Казалось, что это подтверждал повседневный опыт: для того чтобы повозка двигалась с постоянной скоростью, ее должна все время тянуть лошадь; чтобы стол двигался по полу, его нужно непрерывно тянуть или толкать и т. д.

Великий итальянский ученый Галилео Галилей был первым, кто указал, что это неверно и что при отсутствии внешнего воздействия тело может не только покоиться, но и двигаться прямолинейно и равномерно. Прямолинейное и равномерное движение является, следовательно, таким же «естественным» состоянием тел, как и покой. И если стол, для того чтобы он двигался, нужно тянуть или толкать, то это объясняется тем, что при движении стола пол не только компенсирует влияние Земли, но и создает еще дополнительное влияние на стол, называемое трением. Воздействие тех, кто тянет или толкает стол, и нужно для того, чтобы скомпенсировать трение. Галилей сделал вывод, что, не будь трения, тело (стол), приведенное в движение, продолжало бы двигаться с постоянной скоростью и без воздействия извне.

Гениальный английский физик Исаак Ньютон обобщил выводы Галилея и включил их в число основных законов движения.

Вопросы

1. Гребцы, пытающиеся заставить лодку двигаться против течения, не могут с этим справиться, и лодка остается в покое относительно берега. Действия каких тел на лодку при этом компенсируются?
2. В чем состоит явление инерции?
3. В чем состоит первый закон Ньютона?
4. На столе для игры в настольный теннис лежит мяч. Стол сдвинули с места, при этом мяч пришел в движение.
Указать тело отсчета, относительно которого в этом случае верен закон инерции, и тело отсчета, относительно которого закон не выполняется.
5. На рисунке 1 показан пример поступательного движения, при котором тело (чемодан) движется непрямолинейно. Нарушается ли в этом случае первый закон Ньютона?

Задания

1. Привести примеры тел, находящихся в состоянии покоя. Действие каких тел компенсируется в этих случаях?
2. Привести примеры тел, движущихся прямолинейно и равномерно. Указать тела, действия которых при этом взаимно компенсируются.

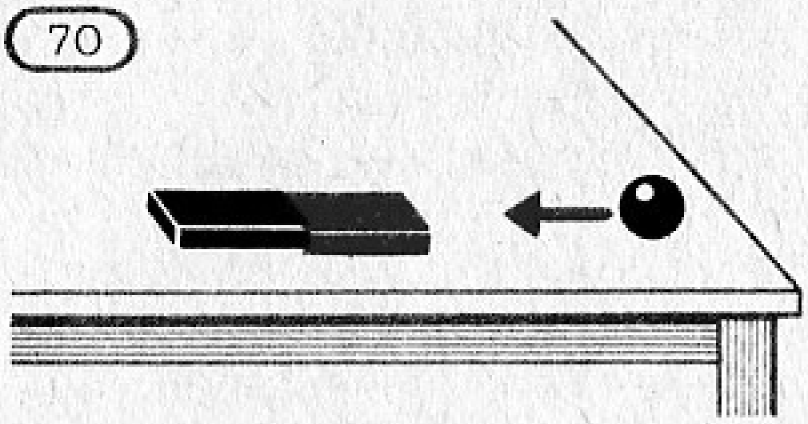
20. Взаимодействие тел. Ускорение тел при их взаимодействии

Согласно первому закону Ньютона тело движется без ускорения, т. е. прямолинейно и равномерно относительно инерциальной системы отсчета, если на тело не действуют другие тела или если воздействия есть, но они скомпенсированы.

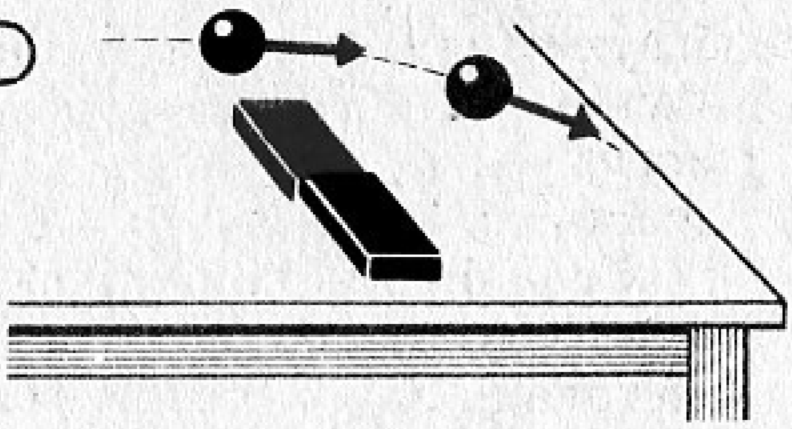
Выясним теперь, при каких условиях тела движутся с ускорением. Опыт показывает, что когда тело движется с ускорением, то всегда можно указать другое тело или несколько тел, влияние которых вызвало это ускорение. Так, тела, свободно падающие вниз, движутся с ускорением. Телом, вызвавшим их ускорение, является Земля. Шайба, лежащая на льду, изменила свою скорость во время удара. Тело, сообщившее шайбе ускорение,— это клюшка.

Приблизим намагниченный стальной стержень (магнит) к железному шарику. Шарик, до этого покоившийся, начнет двигаться, у него появится ускорение (рис. 70), вызванное

70



71



действием магнита. И до тех пор пока действует магнит, шарик будет двигаться с ускорением, непрерывно увеличивая свою скорость.

Если мы приблизим магнит к движущемуся шарику так, как показано на рисунке 71, то изменится *направление* его скорости: траектория шарика искривится. Это, как мы знаем, означает, что у шарика появилось центростремительное ускорение. В этом опыте мы снова видим, что влияние внешнего тела является причиной именно изменения движения, а не самого движения. Ведь шарик двигался и до того, как мы приблизили к нему магнит!

● Таким образом, *причиной ускорения тела является влияние на него других тел.*

От чего зависят модуль и направление ускорения, которое сообщается телу благодаря влиянию другого тела? Чтобы найти ответ на этот вопрос, мы опять прибегнем к опыту.

Взаимодействие тел. В самом простом случае в опыте должны участвовать два тела: то, которое влияет, и то, которое подвергается этому влиянию.

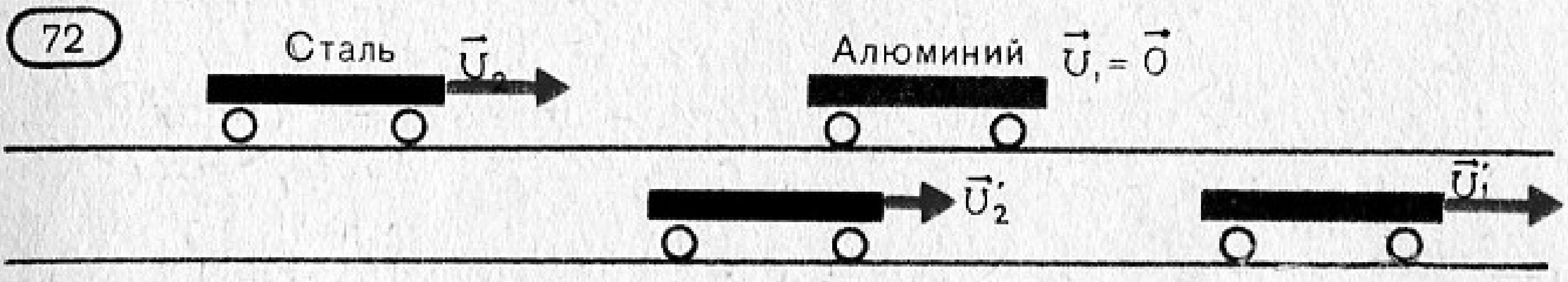
Но в действительности оба тела, так сказать, «равноправны». Каждое из них и влияет на другое тело, и само подвергается влиянию. Когда, например, футболист в стремительном беге сталкивается с другим футболистом, то оба они изменяют свою скорость.

Вообще, каждый раз, когда какое-нибудь тело A получает ускорение из-за того, что на него действует тело B, само тело B также получает ускорение. Происходит, как говорят, *взаимодействие* тел, и оба они получают ускорения. Каковы эти ускорения?

Множество опытов, проведенных с различными телами, показали, что при *взаимодействии* двух тел их *ускорения направлены противоположно друг другу*. Кроме того, для двух данных взаимодействующих тел *отношение модулей их ускорений* всегда одно и то же. Это отношение совершенно не зависит от того, как происходит взаимодействие тел. Это может быть столкновение двух тел; это может быть взаимодействие тех же тел, связанных между собой пружиной, нитью, проволокой; тела, наконец, могут взаимодействовать, не соприкасаясь друг с другом, как, например, взаимодействуют планеты с Солнцем или Луна с Землей, магнит с куском железа. Сами же модули ускорений каждого из тел могут быть совершенно различными при различных взаимодействиях. Одинаково лишь их отношение.

Если бы мы, например, взяли две тележки одинакового размера — одну алюминиевую, а другую стальную (рис. 72) и заставили бы их столкнуться, то во время столкновения обе они изменили бы свою скорость, получили ускорения. Измерения

72



показали бы, что ускорение $\vec{a}_1$ алюминиевой тележки по модулю в три раза больше ускорения $\vec{a}_2$ стальной независимо от того, какие скорости имели тележки до столкновения:

$$\frac{a_1}{a_2} = 3.$$

Направления ускорений обеих тележек противоположны друг другу.

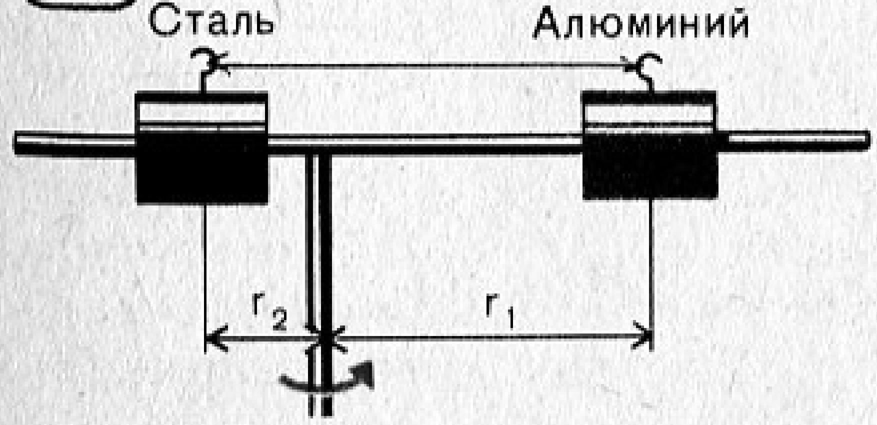
Измерять ускорения тележек при столкновении очень трудно, потому что столкновение длится очень короткое время. Значительно проще провести опыт, в котором взаимодействующие тела движутся равномерно по окружности, и измерить центростремительные ускорения этих тел.

Схема такого опыта показана на рисунке 73. Два одинаковых по размеру цилиндра — алюминиевый и стальной — с просверленными по осям отверстиями надеты на стержень, вдоль которого они могут скользить с малым трением.

Установим стержень с цилиндрами на центробежную машину и приведем его во вращение. Цилиндры тотчас же соскользнут к концам стержня (см. § 18). В этом опыте цилиндры не взаимодействуют друг с другом.

Свяжем теперь цилиндры тонкой нитью и снова приведем стержень во вращение. Теперь цилиндры взаимодействуют друг с другом посредством связывающей их нити.

73



При определенных расстояниях цилиндров до оси вращения стержня они не будут соскальзывать со стержня, а будут двигаться по окружностям. Радиусы r_1 и r_2 этих окружностей — это расстояния цилиндров до оси вращения. Но по окружности тело движется с центростремительным ускорением, направленным к центру и равным $4\pi^2n^2r$, где n — частота обращения и r — радиус окружности. Отношение модулей ускорений алюминиевого и стального цилиндров поэтому равно

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{4\pi^2n^2r_1}{4\pi^2n^2r_2}=\frac{r_1}{r_2}.$$

Измерив радиусы r_1 и r_2, мы увидим, что для алюминиевого цилиндра радиус r_1 втрое больше радиуса r_2 окружности, по которой движется стальной цилиндр. Это значит, что отношение ускорений цилиндров равно 3.

Можно изменить длину нити, связывающей цилиндры; можно изменять число оборотов стержня в единицу времени. Все это изменит ускорение каждого из цилиндров. Но опыт покажет, что отношение ускорений в любом случае останется равным 3. Так мы убедились, что при любом взаимодействии данных двух тел отношение модулей их ускорений одно и то же.

Вопросы

1. Что является причиной ускорения тела?
2. Что можно сказать об ускорениях двух взаимодействующих тел?
3. В результате взаимодействия двух тел скорость одного из них увеличилась. Как изменилась скорость другого тела?

Упражнение 9

1. Найти скорость алюминиевой тележки, о которой шла речь в этом параграфе, после ее столкновения со стальной тележкой, если начальная скорость стальной тележки равна 4 м/с, а ее скорость после столкновения стала равной 2 м/с. Алюминиевая тележка до столкновения покоилась.
2. Алюминиевый и стальной цилиндры, опыт с которыми описан в этом параграфе, связаны нитью длиной 8 см. На каком расстоянии от оси вращения стержня расположится каждый из цилиндров?
3. В том же опыте со стальным и алюминиевым цилиндрами (см. с. 73) цилиндры связаны нитью другой длины. При этом оказалось, что алюминиевый цилиндр при вращении стержня расположился на расстоянии 9 см от оси вращения стержня. Какова длина нити?

Задание

Привести примеры, показывающие, что взаимодействие тел является причиной изменения движения (скорости) тел, а не самого движения.

21. Инертность тел

Из опытов, о которых говорилось в предыдущем параграфе, следует, что отношение модулей ускорений, получаемых двумя телами при их взаимодействии, зависит не от способа взаимодействия, а только от самих тел. Следовательно, каждое тело обладает каким-то особым свойством, которое и определяет отношение модуля его ускорения к модулю ускорения того тела, с которым оно взаимодействует.

Что же это за свойство?

Когда тело движется без ускорения, т. е. с неизменной скоростью, говорят, что оно движется по инерции. При взаимодействии тел каждое из них изменяет свою скорость. В опытах, рассмотренных в § 20, мы видели, что ускорения взаимодействующих тел различны. Из того факта, что ускорение одного из тел по модулю оказывалось меньше, чем другого, можно заключить, что за одно и то же время, в течение которого длится взаимодействие, одно из тел изменяет свою скорость меньше, чем другое. Напомним, что ускорение тела равно отношению изменения скорости к промежутку времени t, в течение которого произошло это изменение:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

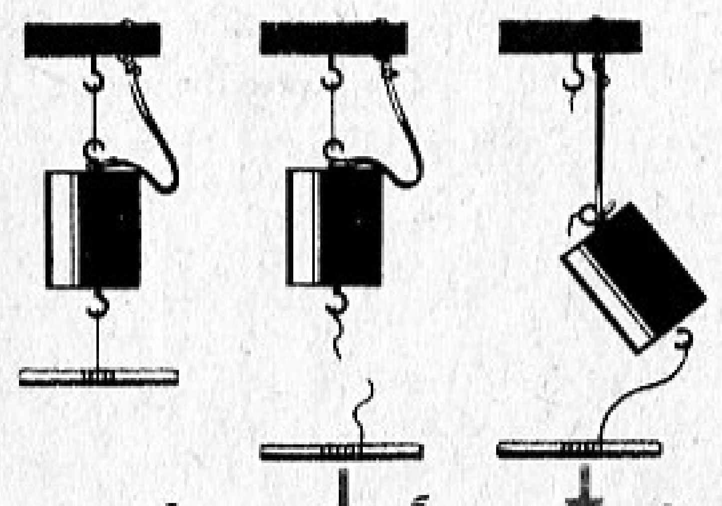
Поэтому, чем меньше ускорение тела, тем меньше меняется его скорость за данное время t.

О том теле, которое в результате взаимодействия меньше изменяет свою скорость, говорят, что оно более инертно, чем второе. Ведь если бы тело совсем не меняло свою скорость, то оно двигалось бы по инерции, т. е. прямолинейно и равномерно.

Инертность — это свойство, присущее всем телам. *Состоит оно в том, что для изменения скорости тела требуется некоторое время. Чем больше времени требуется для изменения скорости на заданное значение, тем инертнее тело.*

Из двух взаимодействующих тел то тело более инертно, которое медленнее изменяет свою скорость.

74



а. б. в.

Следующий опыт ясно показывает, как проявляется инертность тел и какую роль играет время воздействия одного тела на другое.

На тонкой нити подвешен цилиндр (рис. 74, *а*). Снизу к нему прикреплена вторая такая же нить. Если резко дернуть за нижнюю нить, то она обрывается, а цилиндр продолжает висеть на верхней нити (рис. 74, *б*). Но если нижнюю нить тянуть, а не дергать, то оборвется верхняя нить и цилиндр упадет (рис. 74, *в*). Это объясняется тем, что когда за нижнюю нить дергать резко, то время ее воздействия на цилиндр оказывается настолько малым, что цилиндр не успевает значительно увеличить свою скорость (не успевает набрать скорость) и совершить заметное перемещение вниз. Поэтому верхняя нить не обрывается. Нижняя же нить обладает малой инертностью и при рывке приобретает значительную скорость, поэтому ее перемещение оказывается достаточным для разрыва. Когда же за нижнюю нить тянут медленно, она воздействует на цилиндр длительное время, и за это время цилиндр успевает приобрести такую скорость, что его перемещение оказывается достаточным для разрыва и без того растянутой верхней нити.

Вопросы

1. Может ли скорость тела изменяться мгновенно?
2. В чем состоит свойство тел, называемое инертностью?

Задание

Привести примеры, показывающие, что при взаимодействии меняется скорость обоих тел.

22. Масса тел

Инертность, которой обладает каждое тело,— одно из важнейших его свойств, потому что от нее зависит ускорение тела в результате его взаимодействия с другими телами.

В физике изучают такие свойства тел, которые можно характеризовать определенной величиной. Свойство тел, которое мы назвали инертностью, тоже характеризуется особой величиной. Такой величиной является *масса*.

То из двух взаимодействующих тел, которое получает меньшее по модулю ускорение, т. е. более инертно, имеет бо́льшую массу. Если обозначить массы взаимодействующих тел через m_1 и m_2, то можно написать

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}}. \qquad (1)$$

● *Отношение модулей ускорений двух взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс.*

Мы, например, видели, что отношение ускорения алюминиевого цилиндра к ускорению стального равно 3. Это вызвано тем, что масса алюминиевого цилиндра в три раза меньше массы стального цилиндра.

Таким образом, мы теперь знаем, как найти отношение масс двух тел. Для этого нужно измерить их ускорения при взаимодействии. А как найти массу каждого отдельного тела? Чтобы найти число, выражающее массу отдельного тела, нужно сначала выбрать какое-нибудь тело, массу которого условно принимают за единицу,— *эталон массы*. Затем провести опыт; в этом опыте тело, масса которого измеряется, должно как-то взаимодействовать с эталоном массы (см. рис. 73). Тогда оба они, и тело, и эталон, получат ускорения, которые можно найти из опыта, и мы сможем написать равенство

$$\frac{a_{эт}}{a_т}=\frac{m_т}{m_{эт}},$$

или

$$m_т=\frac{a_{эт}}{a_т}m_{эт}, \qquad (2)$$

где $m_т$ и $a_т$ — масса и модуль ускорения тела, а $m_{эт}$ и $a_{эт}$ — масса и модуль ускорения эталона. Но масса эталона равна единице, поэтому

$$m_т=\frac{a_{эт}}{a_т} \text{ единиц массы.}$$

Масса тела — это величина, характеризующая его инертность. Она определяет отношение модуля ускорения эталона массы к модулю ускорения тела при их взаимодействии.

Напомним (см. «Физику, 6—7», § 22), что за эталон массы принят специально изготовленный цилиндр из сплава платины и иридия. Масса этого цилиндра и есть международная единица массы — килограмм (сокращенно: кг). С достаточной точностью можно считать, что массой 1 кг обладает 1 л чистой воды при 15 °С.

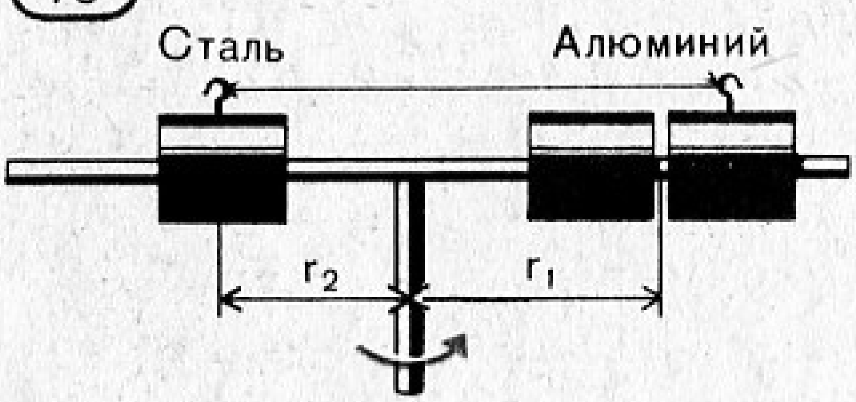
Масса наряду с такими величинами, как длина и время, входит в число основных величин СИ.

Не следует думать, что каждый раз, когда нужно измерить массу какого-нибудь тела, его заставляют взаимодействовать с эталоном массы и находят ускорения тела и эталона. Такой способ практически, конечно, неудобен. Существует другой способ измерения массы — *взвешивание,* которым обычно и пользуются. Об этом способе измерения массы было рассказано в курсе физики VI класса. Но в некоторых случаях определение массы по ускорениям при взаимодействии является единственно возможным способом. Нельзя, например, взвешиванием определить массу планет, звезд и других небесных тел. На весах нельзя также измерять очень малые массы, например массы атомов и частиц, из которых они состоят.

Масса тела выражает его собственное свойство (инертность), которое не зависит ни от того, в каких взаимодействиях тело участвует, ни от того, как оно движется. Где бы тело ни находилось, как бы оно ни двигалось, масса его остается одной и той же.

Массы складываются. Об одном интересном и важном свойстве массы можно узнать, если поставить еще один опыт (рис. 75). Соединим вместе два одинаковых алюминиевых цилиндра и повторим опыт с центробежной машиной (см. § 20). Теперь стальной цилиндр взаимодействует не с одним, а с двумя соединенными вместе алюминиевыми цилиндрами. Опыт покажет, что отношение ускорения соединенных вместе двух алюминиевых цилиндров к ускорению стального цилиндра равно не 3, а $^3/_2$. Значит, масса двух одинаковых цилиндров, соединенных вместе и ставших как бы одним телом, вдвое больше массы одного из них. Следовательно, *когда два или несколько тел соединяют в одно, их массы складываются.*

75



Еще раз о теории относительности. Мы говорили, что масса тела не зависит от того, как оно движется. Но это не совсем верно. В § 8 было сказано, что по теории относительности в разных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, время течет по-разному. Это приводит ко многим удивительным следствиям. В частности, оказывается, что масса тела изменяется при его движении. Допустим, что масса некоторого покоящегося тела равна m_0. Если бы можно было с помощью, например, центробежной машины измерить массу этого же тела, когда оно движется со скоростью $\vec{v}$, то оказалось бы, что она равна не m_0, а

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где c — скорость света. Масса тела, следовательно, стала больше. Однако заметным это увеличение массы становится только при скоростях, близких к скорости света ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). С такими скоростями обычные тела никогда не движутся. Самое быстрое тело, с которым приходится иметь дело жителям Земли,— это сама Земля, движущаяся вокруг Солнца со скоростью 30 км/с. А при таких скоростях массу можно считать постоянной.

Вопросы

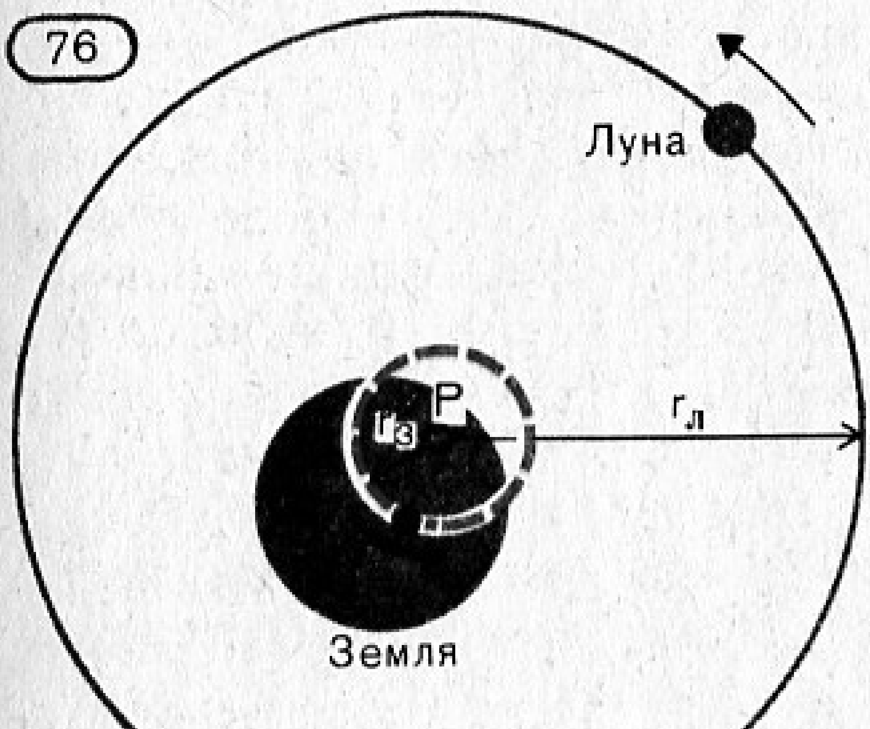
1. Какой величиной характеризуется инертность тела?
2. Какова связь между массами тел и модулями ускорений, которые они получают при взаимодействии?
3. Как определяется масса отдельного тела?
4. Что представляет собой эталон массы?
5. Каким способом измеряют массу?

Пример решения задачи

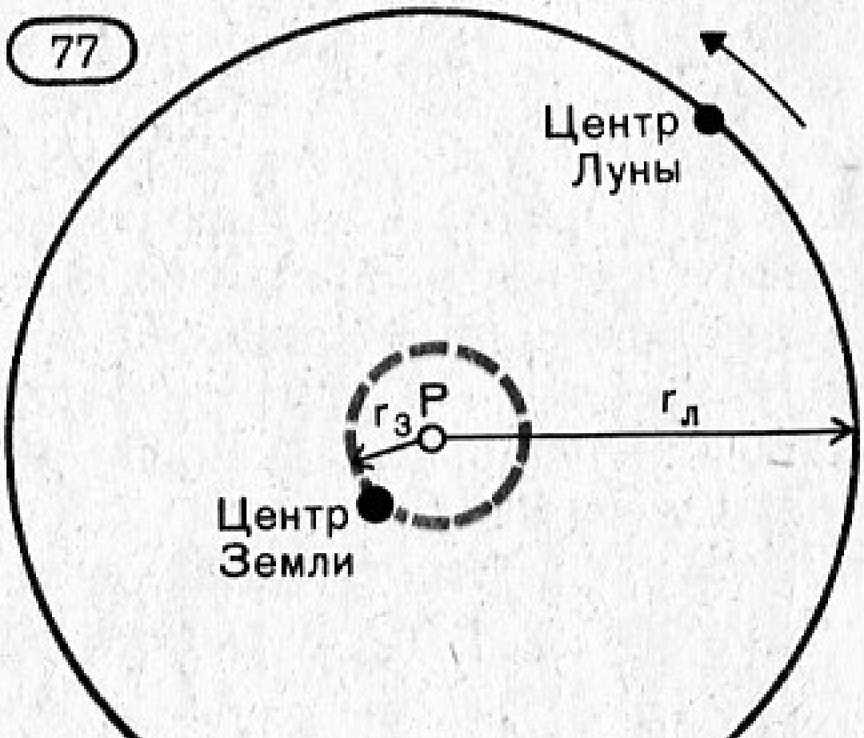
Сравнить массы Луны и Земли, если известны радиусы орбит Луны и центра Земли.

Р е ш е н и е. Обычно считают, что Луна (под влиянием Земли) обращается вокруг нее так, как будто центр Земли есть неподвижный центр лунной орбиты. Но этого не может быть, потому что при взаимодействии тел ускорения получают оба взаимодействующих тела. На самом деле и Луна влияет на Землю, заставляя ее двигаться по окружности и сообщая ей центростремительное ускорение. Но вокруг какого центра?

76



77



Астрономические наблюдения показали, что Луна обращается не вокруг центра Земли, а вокруг некоторой точки P (рис. 76), которая отстоит от центра Земли на 4700 км. Вокруг этой же точки P движется по окружности и центр Земли (рис. 77). Центр Земли движется по окружности радиусом $r_з \approx 4700$ км, а центр Луны — по окружности радиусом $r_л \approx 380\,000$ км. Выходит, что Земля и Луна ведут себя совершенно так же, как алюминиевый и стальной цилиндры в опыте, рассмотренном в § 20. Мы видели там, что отношение модулей центростремительных ускорений, сообщаемых цилиндрами друг другу, равно отношению радиусов окружностей, по которым они движутся. Следовательно, можно записать что

$$\frac{a_л}{a_з} = \frac{r_л}{r_з}.$$

Но отношение модулей ускорений взаимодействующих тел равно, как мы знаем, обратному отношению их масс, поэтому

$$\frac{r_л}{r_з} = \frac{m_з}{m_л}.$$

Так как $r_л \approx 380\,000$ км, а $r_з \approx 4700$ км, то

$$\frac{m_з}{m_л} = \frac{380\,000 \text{ км}}{4700 \text{ км}} \approx 81.$$

Упражнение 10

1. Тележка движется по горизонтальной поверхности со скоростью 50 см/с. С ней сталкивается вторая тележка, которая движется в том же направлении со скоростью 150 см/с. После столкновения обе тележки продолжают движение в прежнем направлении с одинаковой скоростью 100 см/с. Найти отношение масс этих тележек.

2. Тележка движется по горизонтальной плоскости со скоростью 30 см/с и сталкивается с покоящейся тележкой такой же массы, как и ее собственная.
В результате столкновения движущаяся тележка останавливается. С какой скоростью будет двигаться другая тележка?

23. Сила

Напомним, что наша цель состоит в том, чтобы выяснить, как вычислять ускорения движущихся тел, без чего нельзя решить главную задачу механики.

В предыдущих параграфах мы видели, что когда некоторое тело *1*, масса которого равна m_1, получает ускорение $\vec{a}_1$, то это вызвано тем, что на него влияет какое-то другое тело *2* массой m_2. Оно в свою очередь тоже получает ускорение $\vec{a}_2$. При этом

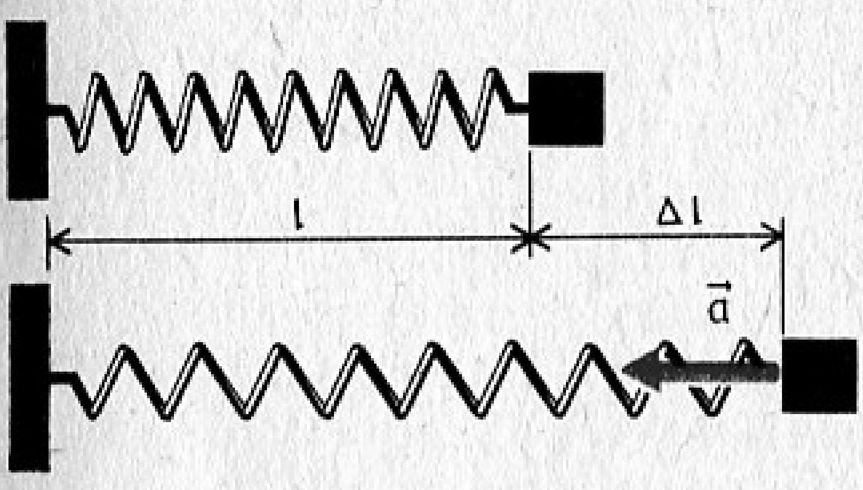
$$a_1 = \frac{m_2}{m_1} a_2.$$

Из этой формулы как будто бы следует, что нельзя изучать движение и вычислять ускорение только одного тела — назовем его ускоряемым телом. Непременно нужно знать массу и ускорение еще одного тела — ускоряющего тела.

Сила — причина ускорения. Обычно нас интересует движение именно одного, ускоряемого тела, а не того тела или тел, которые на него влияют, сообщая ему ускорение. Когда, например, артиллерийский снаряд после выстрела покидает ствол орудия, он взаимодействует с Землей и воздухом, сквозь который он пролетает. И Земля, и воздух сообщают снаряду ускорения и сами при этом получают какие-то ускорения. Но артиллеристу важно знать ускорение только снаряда. Зачем же ему интересоваться массами и ускорениями Земли и воздуха? Поэтому обычно вычисляют ускорение лишь одного тела — того, движение которого изучается. *Влияние же другого тела, вызывающего ускорение, коротко называют силой, действующей на ускоряемое тело.* И вместо того чтобы говорить, что ускорение тела вызвано влиянием на него другого тела, говорят, что *ускорение вызвано приложенной к телу* (или действующей на него) *силой.*

Рассмотрим такой пример. Пусть один конец пружины длиной l закреплен (рис. 78, вверху). Прикрепим к другому концу брусок — он останется в покое. Удлиним пружину (без бруска) на Δl (рис. 78, внизу) и опять прикрепим к ней брусок. Отпустив растянутую пружину, мы увидим, что брусок движется с ускорением. Оно, очевидно, вызвано взаимодействием бруска и пружины. Но теперь мы скажем, что оно вызвано *силой*, возникшей при растяжении пружины. Эту силу называют *силой упругости.* Так как сила упругости появляется только из-за растяжения пружины (при отсутствии растяжения отсутствует и сила!), то она зависит только от того, насколько пружина растянута.

78



Другой пример. Известно, что свободно падающее тело или тело, брошенное вверх, движется с ускорением. Это ускорение вызвано взаимодействием тела с Землей. Но теперь мы скажем, что ускорение вызвано *силой*, приложенной к телу со стороны Земли. Называют эту силу *силой тяжести.*

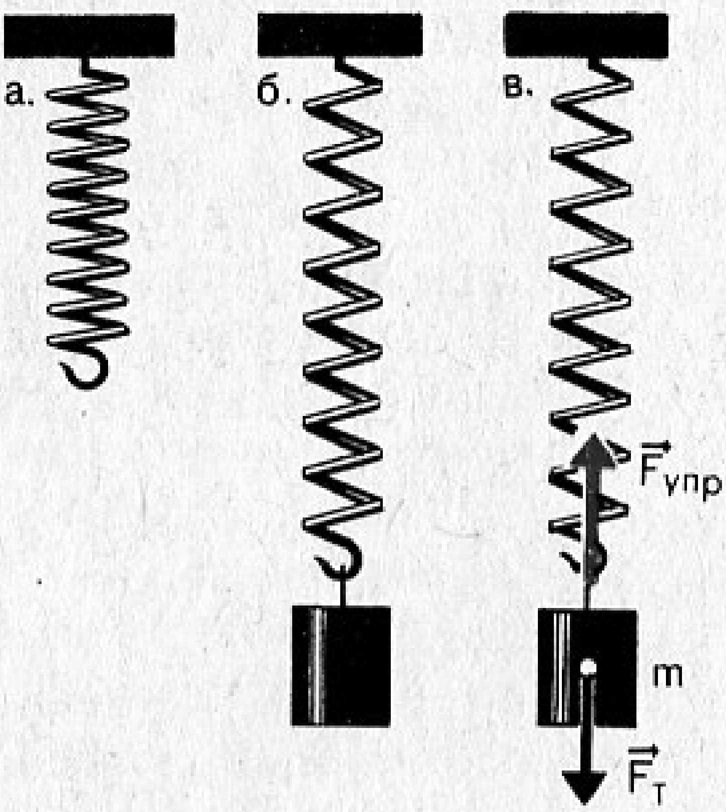
Сила — физическая величина. Сила упругости и сила тяжести как будто бы совершенно не похожи друг на друга. Не похожи уже потому, что пружина действует на тело, с которым соприкасается, а Земля — без такого соприкосновения. Но оба эти действия сходны в том, что они сообщают телам ускорения.

Одна сила может сообщить какому-нибудь телу большое ускорение, другая — малое. Сила, следовательно,— это физическая величина, которую можно выразить числом. Но не только числом!

Рассмотрим рисунок 79, *б*. Здесь показан груз, подвешенный к пружине и покоящийся в этом положении.

На груз действует сила тяжести, потому что существует Земля, и сила упругости, поскольку пружина растянута (сравни с рис. 79, *а*). Каждая из этих сил может сообщить телу ускорение. Сила тяжести, будь она одна, сообщила бы телу ускорение $\vec{g}$. Сила упругости, если бы она была единственной силой, сообщила бы телу какое-то ускорение $\vec{a}$. Но тело, находящееся под действием этих двух сил, покоится, его ускорение равно нулю. А это значит, что ускорения $\vec{g}$ и $\vec{a}$ равны по модулю и противоположны по направлению: $\vec{g} = -\vec{a}$.

79



А что можно сказать о силах? Ясно, что если к телу приложены две силы, а ускорения у тела нет, то сумма этих сил равна нулю. А это значит, что они, как и ускорения, равны по абсолютному значению (модулю), но противоположны по направлению.

Отсюда следует, что *сила выражается не только числом, но и направлением, т. е. сила — величина векторная*. Поэтому на рисунке 79, *в* мы изобразили силу упругости ($\vec{F}_{упр}$) и силу тяжести ($\vec{F}_т$) в виде противоположно направленных стрелок одинаковой длины.

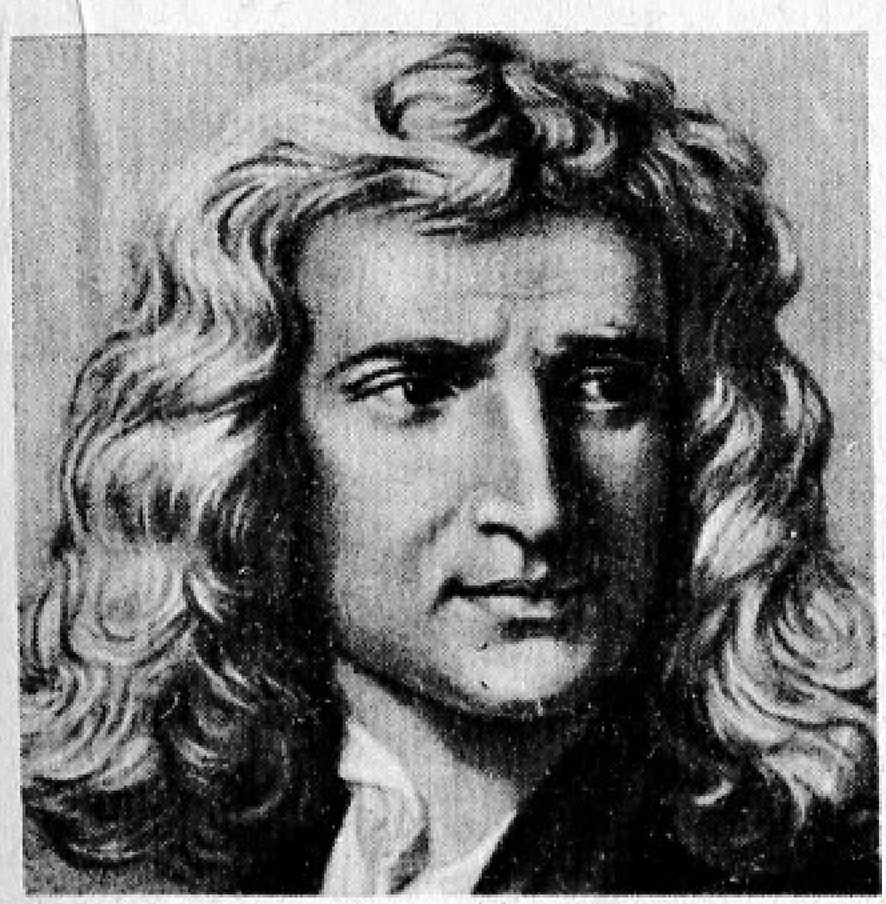
Итак, словом «сила» мы называем физическую величину, выражающую действие одного тела на другое.

Но что это за величина? Чему она равна? А главное, как она связана с ускорением? На эти вопросы отвечает важнейший закон движения — второй закон Ньютона.

24. Второй закон Ньютона

Сила и ускорение. Чтобы выяснить, как связаны сила и ускорение, нужно обратиться к опыту. В этом опыте *одна и та же сила* должна сообщать ускорения различным телам, т. е. телам различной массы, причем ускорения этих тел могут быть измерены.

Для проведения опыта нужно выбрать тело, которое действует на все другие тела с одинаковой силой. Таким телом может служить растянутая или сжатая пружина, в которой действует сила упругости. От всех других сил сила упругости отличается той замечательной особенностью, что она зависит



Ньютон Исаак (1643—1727) — один из величайших физиков и математиков всех времен. Ньютон сформулировал общие законы механического движения, открыл закон всемирного тяготения и создал основы дифференциального и интегрального исчисления. Ньютоном проведены замечательные исследования по оптике. В основе своей все эти открытия и исследования выполнены Ньютоном в возрасте около 25 лет. Опубликованы они были много позже в двух книгах — в грандиозном труде «Математические начала натуральной философии» и «Оптика».

только от того, на сколько растянута или сжата пружина, но не зависит от того, к какому телу пружина прикреплена[1]. Поэтому на *любое* тело, прикрепленное к пружине, растянутой на определенную длину, действует одна и та же сила — сила упругости пружины.

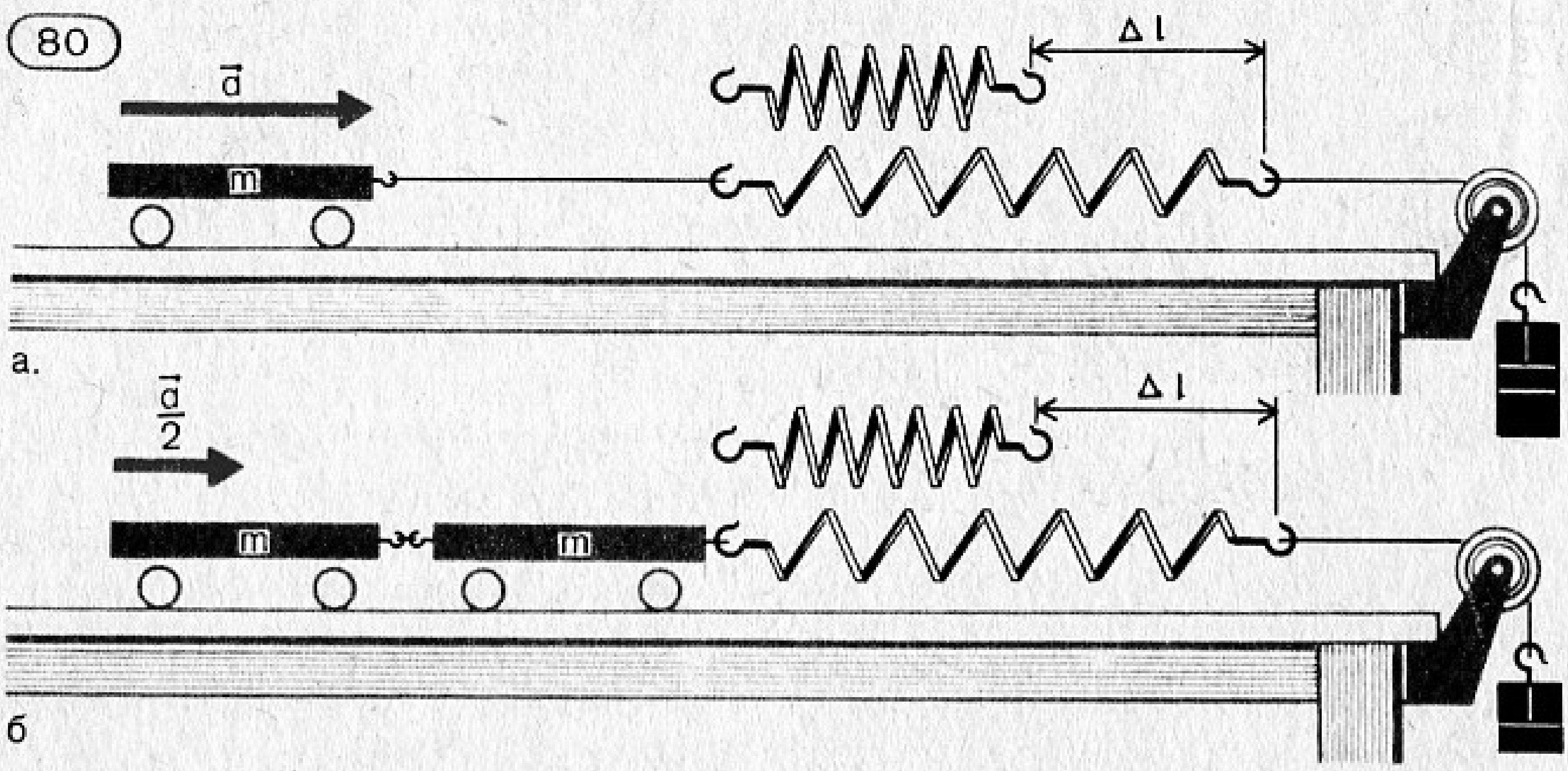
Так как сила одна и та же, то какая-то величина должна быть одинакова для всех тел, ускоряемых этой силой. На опыте и следует выяснить, что это за величина.

Можно, например, провести такой, на первый взгляд простой, опыт. К тележке известной массы m прикрепим один конец пружины, а другой ее конец прикрепим к нити с грузом, перекинутой через блок (рис. 80, *а*). Вследствие притяжения к Земле груз движется вниз и растягивает пружину. Пружина, растянутая на определенную длину Δl, действует силой упругости на тележку и сообщает ей ускорение. Это ускорение можно измерить, например, стробоскопическим методом (см. § 13). Пусть ускорение оказалось равным a.

Повторим этот опыт, но не с одной, а с двумя одинаковыми тележками, соединенными вместе (рис. 80, *б*), так что их общая масса равна $2m$. Нам надо измерить ускорение этого «поезда» при *том же удлинении пружины* Δl, так как сила должна быть одной и той же! Чтобы удлинение пружины было таким же, как в первом опыте, нужно будет подобрать и подвесить к нити другой груз. Опыт покажет, что при том же удлинении пружины Δl ускорение двух соединенных тележек равно $\frac{a}{2}$. Если составить «поезд» из трех, четырех и т. д.

[1] Опыт показывает, что других сил, обладающих таким свойством, в природе нет.

80

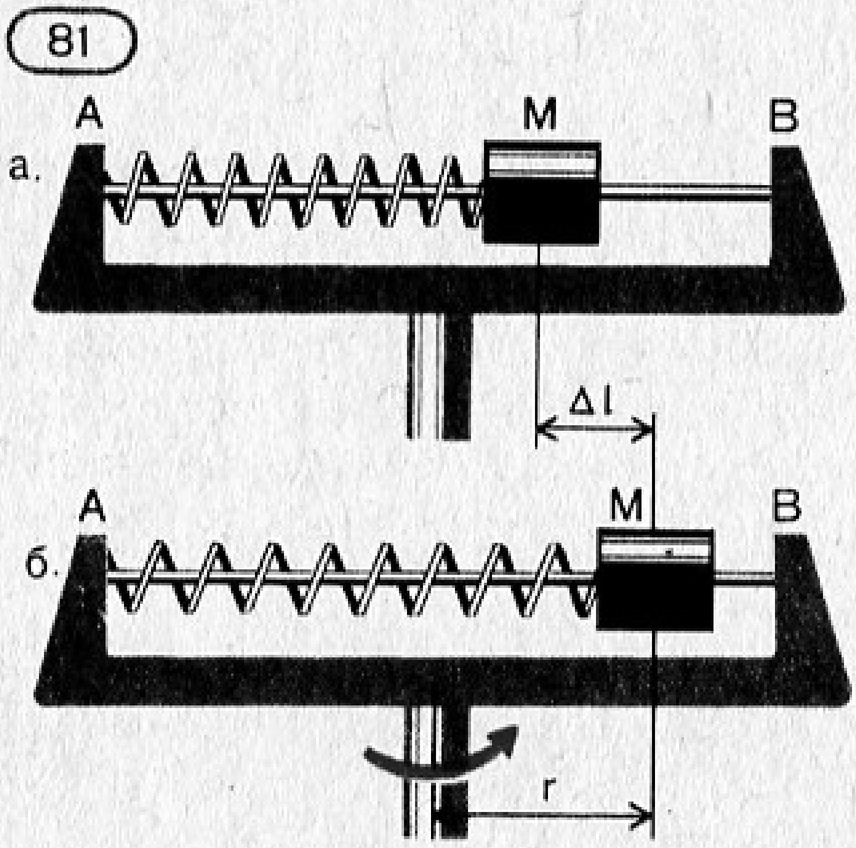


тележек, то при том же удлинении Δl пружины ускорение окажется в три, четыре и т. д. раза меньше, чем у одной тележки. Выходит, что при увеличении массы тележки в какое-то число раз ускорение, сообщаемое ей той же силой, уменьшается во столько же раз. А это означает, что *одинаковым оказывается произведение массы тележки на ее ускорение.*

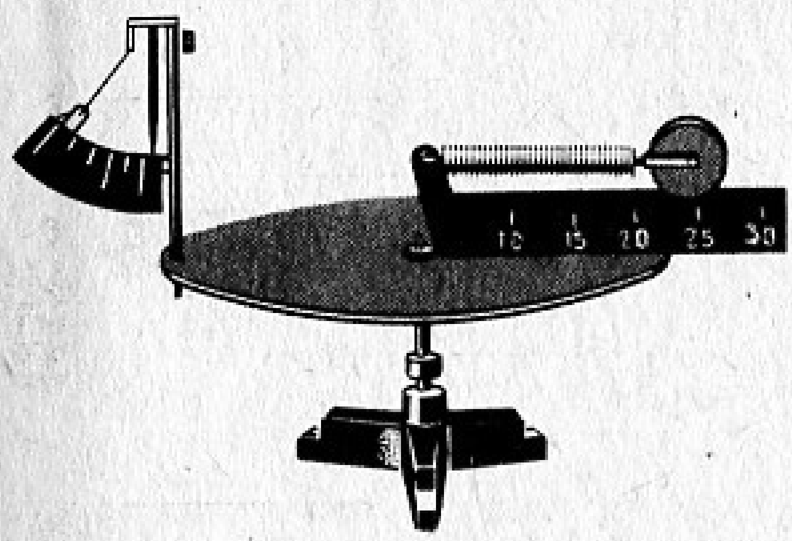
Проще провести тот же опыт, если телам различной массы сообщать центростремительные ускорения. Воспользуемся снова центробежной машиной.

Поместим тело M в виде алюминиевого цилиндра с просверленным по его оси отверстием на стержень центробежной машины (рис. 81, *а*). Прикрепим к цилиндру конец пружины, а другой ее конец закрепим на раме машины в точке A. Приведем машину во вращение. Тогда, как мы видели в § 18, цилиндр M начнет скользить по стержню, удаляясь от точки A и растягивая тем самым пружину. Не будь пружины, цилиндр дошел бы до упора в точке B. Но вследствие действия силы упругости растянутой пружины цилиндр, удалившись несколько от оси вращения (на расстояние Δl), станет двигаться по окружности радиусом r (рис. 81, *б*). Центростремительное ускорение цилиндра M направлено по радиусу к центру. Вдоль радиуса направлена и ось пружины. Следовательно, ускорение цилиндра M направлено вдоль оси пружины, вдоль которой действует и сила упругости. Ясно, что именно эта сила сообщает

81



82



телу центростремительное ускорение.

Центростремительное ускорение $\vec{a}$ по модулю равно

$$a = 4\pi^2 n^2 r,$$

где n — частота обращения, r — радиус окружности, по которой движется тело.

Измерив n и r, мы найдем модуль ускорения $\vec{a}$.

Заменим алюминиевый цилиндр таким же по размерам стальным цилиндром. Мы уже знаем, что его масса в три раза больше массы алюминиевого цилиндра. Приведем машину снова во вращение и подберем такое число оборотов, чтобы растяжение пружины было точно таким же, как и в первом опыте. Тогда и сила, действующая на стальной цилиндр, будет такой же.

Из опыта мы узнаем, что ускорение стального цилиндра в три раза меньше, чем алюминиевого.

На рисунке 82 показан школьный прибор, на котором выполняется описываемый опыт.

Второй закон Ньютона. Опыт, описанный выше, можно провести со множеством других тел различных масс. И снова, как и в опыте с тележками, мы увидим, что ускорения разных тел будут различными, но произведение массы тела на его ускорение для всех тел будет одно и то же. Так из опыта мы нашли, что если на разные тела действует одна и та же сила, то и величина, равная произведению массы тела на ускорение, остается одной и той же.

Это дало И. Ньютону основание утверждать, что сила равна произведению массы тела на его ускорение, и сформулировать важнейший закон механики, который был назван *вторым законом Ньютона*.

Сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение.

Если обозначить силу буквой F, то математически второй закон Ньютона выражается формулой $F = ma$. Эта формула относится к *модулю* силы. Но так как ускорение — величина векторная, а масса — скаляр, то и сила — векторная величина. Поэтому формулу, выражающую второй закон Ньютона, следует писать в таком виде:

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}.} \qquad (1)$$

Из формулы (1) можно получить выражение для ускорения $\vec{a}$:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}, \qquad (2)$$

из которого видно, что ускорение тела всегда направлено так же, как сила, вызывающая его.

Вопросы

1. Что такое сила?

2. Сила — величина скалярная или векторная?

3. Тело, брошенное по вертикали вверх, движется с ускорением. Какая сила сообщает его телу? Какое тело действует с этой силой? Куда направлены сила и ускорение? Как направлена скорость в этом движении?

4. Можно ли, исходя из формулы $F=ma$, утверждать, что сила F, приложенная к телу, «зависит» от массы тела m и от его ускорения a?

5. Можно ли на основании формулы $a=\frac{F}{m}$ сказать, что ускорение a тела зависит от приложенной к нему силы и от его массы?

25. Что мы узнаём из второго закона Ньютона?

Один закон для всех сил. Второй закон Ньютона в виде $\vec{F}=m\vec{a}$ мы получили из опыта, проведенного с растянутой пружиной. Может быть, он и верен только для сил упругости? Легко видеть, что это не так. Вернемся к рисунку 79. Мы выяснили, что ускорения $\vec{a}$ и $\vec{g}$, которые сообщили бы телу сила упругости и сила тяжести, равны по модулю и противоположны по направлению: $\vec{a}=-\vec{g}$. Но если верно равенство $\vec{a}=-\vec{g}$, то верно и равенство $m\vec{a}=-m\vec{g}$. Так как мы уже знаем, что $m\vec{a}$ — это сила упругости, то ясно, что величина $m\vec{g}$ выражает собой силу тяжести. Она тоже равна произведению массы тела на его ускорение. Таким же образом можно доказать, что второй закон Ньютона справедлив для силы любой природы.

Сила и движение. Второй закон Ньютона показывает, что *приложенная к телу сила определяет его ускорение,* т. е. изменение скорости, а не саму скорость. Это значит, что *сила — причина изменения движения (скорости),* а не причина самого движения. *Направление ускорения всегда совпадает с направлением силы.* Направление же скорости, а значит и перемещения тела, может и не совпадать с направлением силы.

Если направление силы, приложенной к телу, совпадает с направлением его скорости, тело движется прямолинейно, а скорость по модулю увеличивается. Прямолинейно тело движется и тогда, когда направления векторов силы и скорости противоположны. Но тогда скорость тела по модулю уменьшается. В обоих случаях, если сила постоянна по модулю и по направлению, то тело совершает равноускоренное движение.

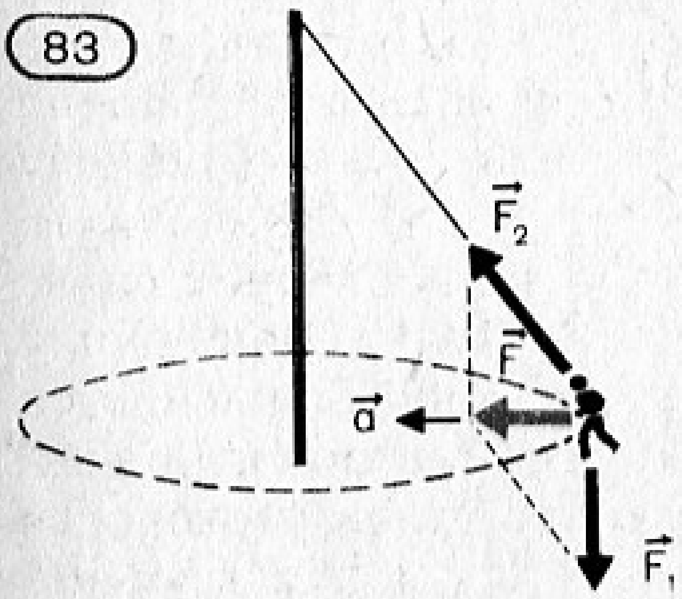
Но сила может быть направлена и перпендикулярно скорости. Тогда и ускорение перпендикулярно скорости. Из § 16 мы уже знаем, что с таким ускорением тело движется по окружности с постоянной по модулю скоростью, когда ускорение тела центростремительное: скорость тела изменяется только по направлению. Именно так двигалось тело в нашем опыте с центробежной машиной под действием силы упругости. Так второй закон Ньютона позволил нам узнать, почему и при каких условиях тела совершают те движения, которые мы изучали в кинематике.

На тело действует несколько сил. На тело могут действовать не одна, а сразу несколько сил. Как показывает опыт, эти силы «не мешают» друг другу сообщать ускорения телу, к которому они приложены, и ускорение тела оказывается таким, какое сообщила бы ему одна-единственная сила, равная геометрической (векторной) сумме всех сил.

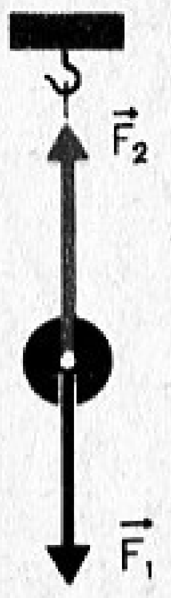
Сила, равная геометрической сумме всех приложенных к телу сил, называется равнодействующей силой. В формуле $\vec{F}=m\vec{a}$ под $\vec{F}$ нужно понимать равнодействующую всех сил, действующих на тело. Приведем пример. На качелях, известных под названием «гигантские шаги», на человека действуют одновременно две силы (рис. 83): сила $\vec{F}_1$ — со стороны Земли, направленная вниз, и сила $\vec{F}_2$ — со стороны каната, направленная вдоль каната. Под действием двух сил «пассажир» движется по окружности вокруг столба, к которому прикреплен канат. Значит, ускорение направлено к центру окружности, а не вдоль силы $\vec{F}_1$ или $\vec{F}_2$. Из рисунка видно, что к центру окружности направлена и сила $\vec{F}$, которая равна геометрической сумме сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. «Пассажир», следовательно, движется так, как будто бы на него действуют не две силы: $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, а всего одна — их равнодействующая $\vec{F}$:

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2.$$

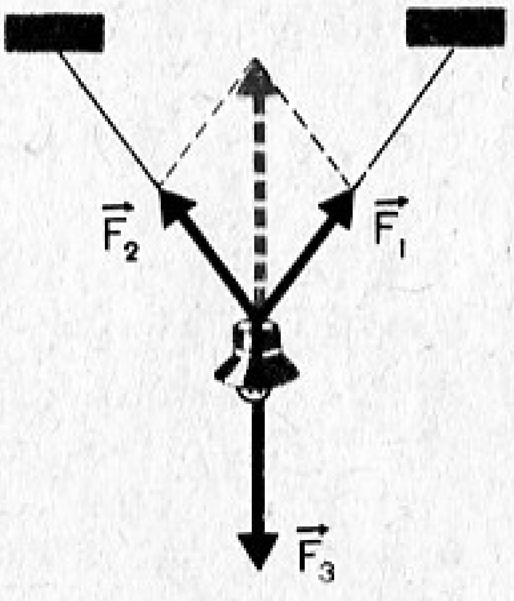
83



84



85



Случай, когда силы есть, а ускорения нет. Векторная сумма сил, действующих на тело, может быть равна нулю. Тогда согласно второму закону Ньютона тело ведет себя так, как будто бы на него никакие силы вообще не действуют. Ускорение тела равно нулю. Этот случай мы и имели в виду, когда в § 19 говорили о компенсации влияний (действий) нескольких тел на данное тело. В примере с подвешенным на шнуре шариком (см. рис. 67) «компенсация» действий просто означает, что сумма сил, приложенных к шарику (рис. 84), равна нулю.

На рисунке 85 показан случай, когда равна нулю равнодействующая не двух, а трех сил: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, действующих на тело (фонарь).

Другая формулировка первого закона Ньютона. Пользуясь понятием силы, мы можем теперь дать другую формулировку *первого закона Ньютона.*

Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю. Эти системы отсчета мы назвали инерциальными.

Второй закон Ньютона также справедлив только в инерциальных системах отсчета.

Единица силы. Из формулы $F=ma$, выражающей второй закон Ньютона, можно вывести единицу силы. Ясно, что сила будет равна единице, если единице равна масса тела и единице же равно его ускорение. Поэтому *за единицу силы в СИ принимается сила, которая телу массой* 1 кг *сообщает ускорение* 1 м/с^2. Эта единица называется ньютоном (сокращенно: Н):

$$1\ \text{Н}=1\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Вопросы

1. Как движется тело, к которому приложена сила, постоянная по модулю и по направлению?
2. Как направлено ускорение тела, вызванное действующей на него силой?
3. Может ли тело, на которое действует одна-единственная сила, двигаться без ускорения, находиться в покое?
4. Верно ли утверждение: скорость тела определяется только действующей на него силой?
5. Верно ли утверждение: тело всегда движется туда, куда направлена приложенная к нему сила?
6. Верно ли утверждение: перемещение тела определяется только действующей на него силой?
7. Сформулировать первый закон Ньютона, пользуясь понятием силы.
8. Тело движется с некоторой постоянной скоростью. Как оно станет двигаться после того, как к нему будут приложены две равные по модулю и противоположные по направлению силы?

9. Тело массой m движется по окружности радиусом r с постоянной по модулю скоростью $\vec{v}$. Чему равен модуль ускорения и как оно направлено? Чему равен модуль силы, сообщающей это ускорение? Как она направлена?

Упражнение 11

1. Тело массой 1,0 кг падает на землю с постоянным ускорением 9,8 м/с^2. Чему равна действующая на него сила (сила тяжести)?

2. Автомобиль, масса которого 1000 кг, движется по кольцевой дороге радиусом 100 м со скоростью 20 м/с. Чему равна сила, действующая на автомобиль? Как она направлена?

3. Автомобиль, масса которого 2160 кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение 30 с остается постоянным. За это время он проходит 500 м. Какова по модулю сила, приложенная в течение этого времени к автомобилю?

4. За много лет до Ньютона великий итальянский художник и ученый Леонардо да Винчи высказал следующее утверждение: «Если сила за заданное время перемещает тело на определенное расстояние, то та же сила половину такого тела переместит на такое же расстояние за вдвое меньшее время». Верно это утверждение или ложно?

26. Измерение сил

Сила относится к важнейшим величинам в механике. Это потому, что, зная значение силы $\vec{F}$, действующей на тело массой m, можно вычислить его ускорение $\vec{a}$ по формуле

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}.$$

А ускорение тела — это та величина, без которой нельзя решить основную задачу механики. Но для того чтобы узнать значение силы, ее надо измерить.

Как же измерить силу, действующую на тело?

Вспомним, как мы измеряли силу тяжести, с которой Земля действует на любые тела вблизи ее поверхности (см. «Физику, 6—7», § 31).

Для этой цели тело подвешивали к вертикально расположенной пружине. Пружина растягивалась на такую длину, при которой сила упругости $\vec{F}_{упр}$, направленная по оси пружины вверх, уравновешивала силу тяжести $\vec{F}_т$:

$$\vec{F}_{упр}=-\vec{F}_т.$$

Сила же $\vec{F}_{упр}$, с которой растянутая пружина действует на тело, была известна (см. опыты, описанные на с. 83, 84).

Там мы нашли, что сила тяжести, действующая на тело массой m, равна $m\vec{g}$. Значит, измерение силы тяжести заключалось в том, что ее уравновешивали известной ранее силой.

Таким же способом можно измерить любую другую силу действующую на любое тело. Ее надо уравновесить известной силой, приложенной к этому же телу.

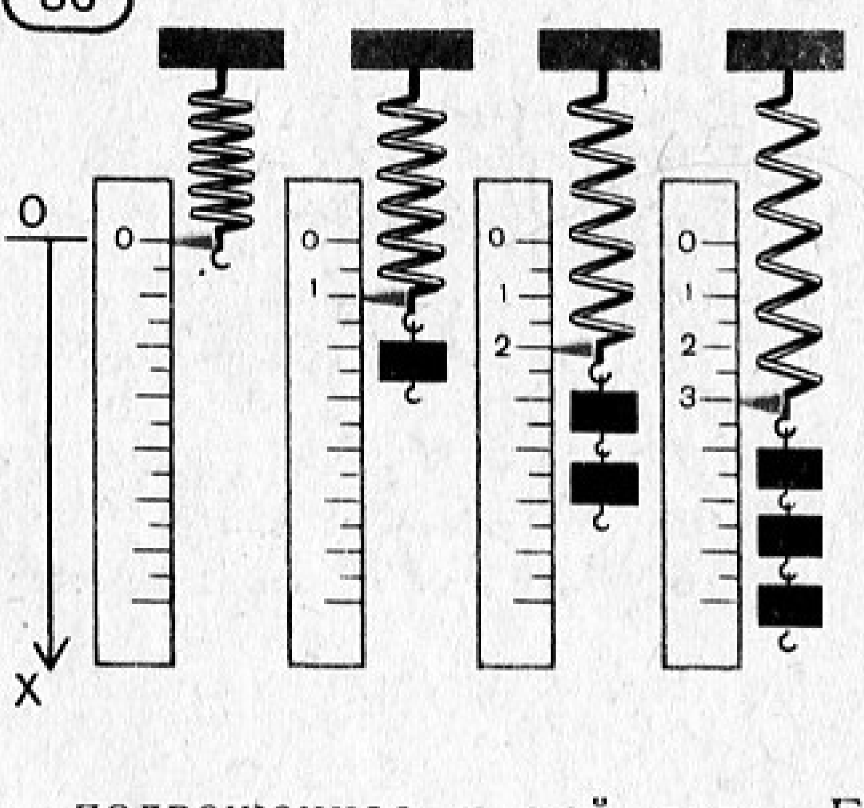
Пружина особенно удобна для измерения сил потому, что, будучи растянута (или сжата) на определенную длину, она действует на *все тела* с одной и той же силой. Кроме того, при помощи одной и той же пружины можно получить различные силы, растягивая ее на различную длину.

Чтобы пользоваться пружиной для измерения сил, надо заранее определить значения сил упругости при различных ее растяжениях. Другими словами, нужно установить, как сила упругости зависит от удлинения пружины. Для этого можно было бы снова воспользоваться центробежной машиной, поместив туда пружину с прикрепленным к ней телом известной массы и измерив ее удлинение при различных скоростях вращения.

Но теперь, когда известно значение силы тяжести, действующей на тело, можно более простым способом установить, какие силы упругости соответствуют различным удлинениям данной пружины.

Для этого надо к вертикально расположенной пружине подвешивать тела различной массы и каждый раз измерять удлинение пружины с помощью шкалы (рис. 86). Действительно, мы уже знаем, что на тело массой m действует сила тяжести, равная по модулю mg. Когда тело подвешено к пружине и находится в покое, эта сила тяжести уравновешена силой упругости пружины. Следовательно, и сила упругости пружины по модулю тоже равна mg.

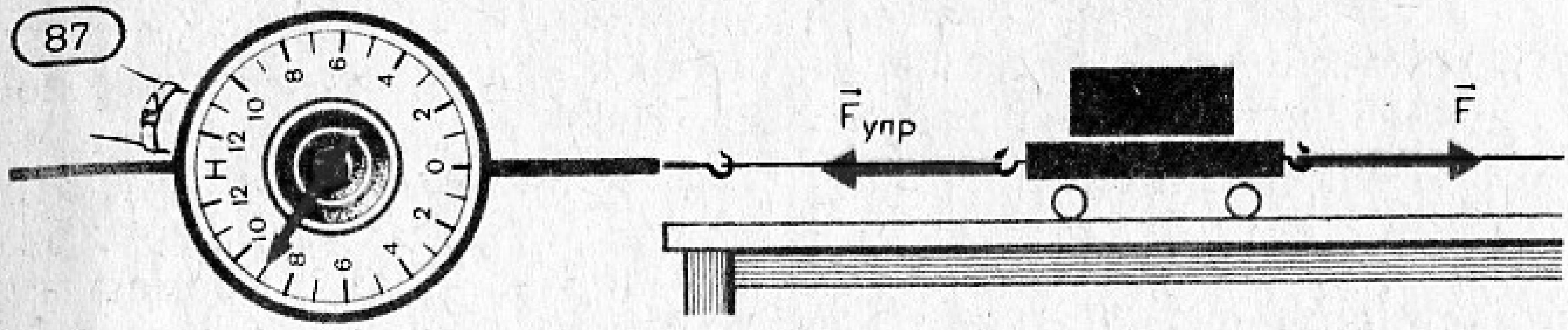
86



Так можно установить зависимость удлинения пружины от силы тяжести, действующей на подвешенное к ней тело. Если против делений шкалы поставить числа, указывающие значение силы упругости в ньютонах, то пружина будет градуирована. Такая градуированная пружина — это уже прибор, пригодный для измерения любых сил. Называют этот прибор *динамометром*.

Как измеряют силу динамометром? Допустим, что на какое-то тело действует горизонтально направленная сила $\vec{F}$, которую нужно измерить (рис. 87). Прикрепим к этому телу крючок горизонтально расположенного динамометра. Сам динамометр неподвижен. Под действием силы $\vec{F}$ тело получает

87



ускорение и движется, увлекая за собой прикрепленный к нему крючок динамометра. Пружина удлиняется, возникает сила упругости, направленная против силы $\vec{F}$. Когда сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила $\vec{F}$ станут по модулю равными, тело остановится и стрелка динамометра укажет на шкале значение силы $\vec{F}$.

Заметим, что динамометр вместе с телом, к которому приложена измеряемая сила, не обязательно должен находиться в покое. Ничего не изменится, если они вместе будут двигаться прямолинейно и равномерно. Ведь прямолинейное равномерное движение тоже происходит при равенстве противоположно направленных сил. На рисунке 88 показано, например,

88

как «на ходу» измеряют силу, с которой земля (почва) действует на платформу, влекомую трактором. Чтобы измерение было верным, нужно только, чтобы трактор двигался с постоянной скоростью.

27. Третий закон Ньютона

Мы много раз указывали на то, что действия тел друг на друга всегда взаимны, что тела всегда взаимодействуют. Теперь мы можем сказать, что каждое из взаимодействующих тел действует на другое с некоторой силой. Именно поэтому каждое из тел и получает ускорение. В § 22 мы видели, что отношение модулей ускорений обоих тел равно обратному отношению их масс: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

Отсюда $m_1 a_1 = m_2 a_2$.

Там же указывалось, что ускорения, которые при взаимодействии сообщаются обоим телам, направлены в противоположные стороны. Поэтому можно написать:

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2.$$

Но $m_1\vec{a}_1 = \vec{F}_1$, а $m_2\vec{a}_2 = \vec{F}_2$, где $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ — силы, действующие на первое и второе тело. Следовательно,

$$\boxed{\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.}$$

Это равенство выражает *третий закон Ньютона.*

Тела действуют друг на друга с силами, направленными вдоль одной и той же прямой, равными по модулю и противоположными по направлению.

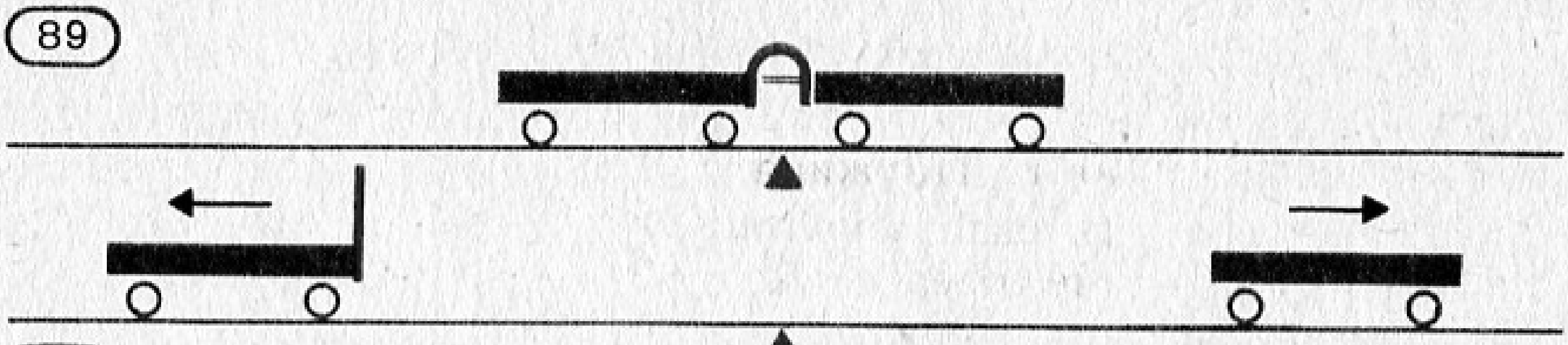
Этот закон Ньютона показывает, что силы из-за «взаимного» действия тел друг на друга всегда появляются по две. Если на какое-то тело действует сила, то обязательно есть какое-то другое тело, на которое первое действует с такой же по абсолютному значению силой, но направленной в противоположную сторону. Ускорения, которые эти силы сообщают телам, тоже имеют противоположные направления.

Третий закон Ньютона справедлив относительно инерциальных систем отсчета.

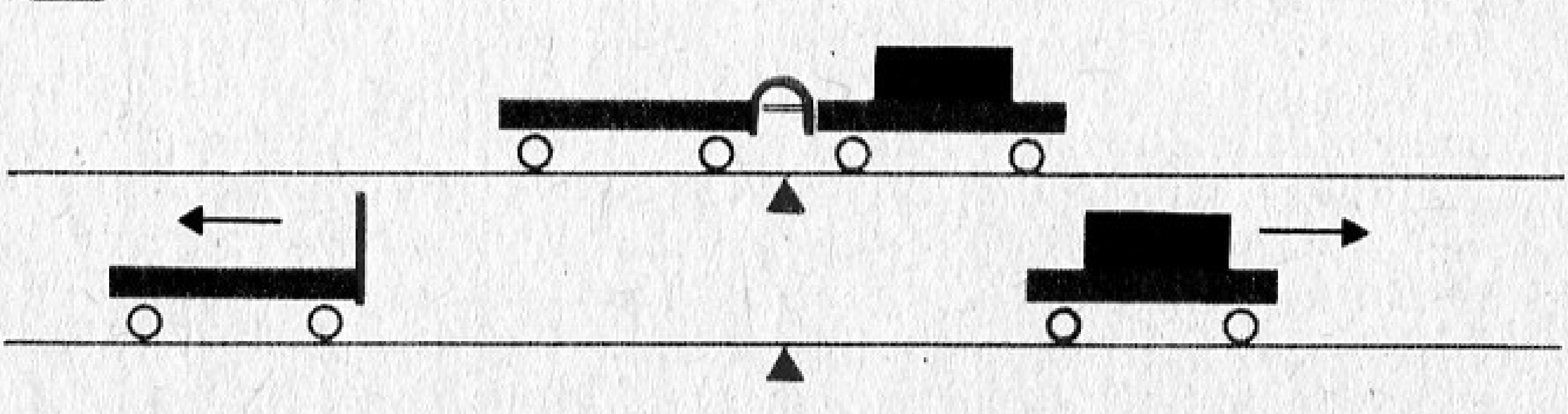
Следующий опыт поясняет смысл третьего закона Ньютона.

Возьмем две одинаковые тележки, к одной из которых прикреплена упругая стальная пластинка. Согнем эту пластинку и свяжем ее ниткой, а вторую тележку приставим к первой так, чтобы она плотно соприкасалась с другим концом пластинки (рис. 89). Перережем теперь нить. Пластинка начнет выпрямляться, и мы увидим, что в движение придут обе тележки. Это значит, что обе они получили ускорение. Так как массы

89



90



тележек одинаковы, то одинаковы по модулю и их ускорения, а следовательно, и скорости, о чем можно судить по одинаковой длине перемещений тележек за одинаковое время.

Если на одну из тележек положить какой-нибудь груз (рис. 90), то мы увидим, что перемещения тележек после освобождения пластинки будут неодинаковыми. Это значит, что их ускорения тоже неодинаковы: ускорение нагруженной тележки меньше.

В этом примере, как и в любых других, можно отметить еще одну особенность тех двух сил, которые согласно третьему закону Ньютона появляются одновременно при взаимодействии двух тел: силы эти всегда одной природы. Если, например, на одно тело со стороны другого действует сила упругости, то оно «отвечает» этому другому телу тоже силой упругости.

● Всегда следует помнить, что *силы, появляющиеся при взаимодействии тел, приложены к разным телам и поэтому они не могут уравновешивать друг друга.* Уравновешиваться могут лишь силы, приложенные к одному и тому же телу.

Вопросы

1. Сформулировать третий закон Ньютона.
2. Компенсируют ли друг друга силы, возникающие при взаимодействии двух тел?
3. У третьего закона Ньютона есть и такая формулировка, данная самим Ньютоном: «Действию всегда есть равное и противоположное противодействие».
Есть ли физическое различие между действием и противодействием?
4. Почему при столкновении легковой машины с нагруженным грузовиком повреждения у легковой машины всегда больше, чем у грузовой?

Пример решения задачи

В опыте, схема которого представлена на рисунке 90, масса каждой из тележек равна 200 г. Масса груза на правой тележке равна 300 г. Пружинящая пластинка выпрямляется за 2 с, и средняя сила упругости $\vec{F}_{ср}$ пластинки равна 1 Н. Какое перемещение совершит каждая из тележек за это время? Массой пружины и трением пренебречь.

Р е ш е н и е. Будем считать, что в течение 2 с пластинка действует с постоянной силой, равной по модулю $F_{ср}$

Направим координатную ось X по направлению движения правой тележки. На левую тележку действует сила упругости пластинки, направленная в противоположную сторону. Проекция этой силы на ось X отрицательна и по модулю равна $F_{ср}$. Согласно третьему закону Ньютона на правую тележку действует такая же по модулю сила, но сонаправленная с осью X.

Поэтому ее проекция на ось X положительна. Тогда в соответствии со вторым законом Ньютона можно написать:

$$-F_{\text{ср}}=m_{\text{л}}a_{\text{л}x};\ F_{\text{ср}}=m_{\text{п}}a_{\text{п}x},$$

где $m_{\text{л}}$ и $m_{\text{п}}$ — массы левой и правой (нагруженной) тележек, $a_{\text{л}x}$ и $a_{\text{п}x}$ — проекции на ось X ускорений левой и правой тележек.

Отсюда

$$a_{\text{л}x}=-\frac{F_{\text{ср}}}{m_{\text{л}}};\ a_{\text{п}x}=\frac{F_{\text{ср}}}{m_{\text{п}}}.$$

Проекции $s_{\text{л}x}$ и $s_{\text{п}x}$ перемещений найдем по формулам:

$$s_{\text{л}x}=\frac{a_{\text{л}x}t^2}{2}=-\frac{F_{\text{ср}}t^2}{2m_{\text{л}}};\ s_{\text{п}x}=\frac{a_{\text{п}x}t^2}{2}=\frac{F_{\text{ср}}t^2}{2m_{\text{п}}}.$$

Подставляя данные из условия задачи, получаем:

$$s_{\text{л}x}=-\frac{1\ \text{Н}(2\ \text{с})^2}{2\cdot 0{,}2\ \text{кг}}=-10\ \text{м};\ s_{\text{п}x}=\frac{1\ \text{Н}(2\ \text{с})^2}{2\cdot 0{,}5\ \text{кг}}=4\ \text{м}.$$

Упражнение 12

1. Два человека тянут веревку в противоположные стороны с силой 50 Н каждый. Разорвется ли веревка, если она выдерживает натяжение до 80 Н?

2. Два мальчика, массы которых 40 и 50 кг, стоят на коньках на льду. Первый мальчик отталкивается от второго с силой 10 Н. Какие ускорения получат мальчики?

Самое важное в четвертой главе. Значение законов Ньютона

Опыт и наблюдения показывают, что причиной изменения движения тел, т. е. причиной изменения их скорости, являются воздействия на них других тел. Без такого воздействия движение тела не может измениться, т. е. не может появиться ускорение. Количественно действие одного тела на другое выражается величиной, называемой *силой*.

Действие одного тела на другое не одностороннее. Тела взаимно действуют друг на друга — они *взаимодействуют*. Ускорение тела при взаимодействии зависит от особого свойства тела — его инертности, выражаемого величиной, называемой *массой*.

Эти опытные факты лежат в основе трех законов движения (динамики), открытых Ньютоном в конце XVII в. Эти законы поразительно кратки и просты, если движения рассматриваются относительно надлежащим образом выбранных систем отсчета — инерциальных систем.

Первый закон Ньютона утверждает, что такие системы отсчета существуют, и позволяет находить их.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых скорость поступательно движущегося тела не изменяется, если сумма сил, действующих на него, равна нулю.

Второй закон Ньютона устанавливает связь между силой и вызванным ею ускорением.

Сила, действующая на тело, независимо от ее природы равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Третий закон Ньютона показывает, что действие одного тела на другое носит взаимный характер.

Тела действуют друг на друга с силами одной и той же природы, равными по модулю и противоположными по направлению:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2.$$

Законы движения выражаются двумя простыми (на первый взгляд) формулами. Но содержится в них необыкновенно много. Ведь вокруг нас происходят самые разнообразные движения: течет вода в реках, низвергаются водопады, проносятся над Землей ветры и ураганы, мчатся по дорогам автомобили, плавают корабли по морям, летают в воздухе самолеты, в космическом пространстве движутся галактики, звезды, планеты и созданные человеком космические корабли. Эти движения и тела, которые их совершают, не похожи одно на другое. Различаются и силы, действующие на них. Но для всех этих движений, тел и сил в равной мере справедливы законы Ньютона, математически выраженные в приведенных выше формулах, на вид таких простых.

Механика Ньютона была первой в истории физики (да и вообще науки) законченной теорией, правильно описывающей целый обширный класс явлений — движения тел. Недаром один из современников Ньютона выразил свое восхищение этой теорией в стихотворении, которое мы приводим в вольном переложении С. Я. Маршака:

Был этот мир глубокой тьмой окутан.
Да будет свет! И вот явился Ньютон.

Законы Ньютона в принципе позволяют решить любую задачу механики. Если известны силы, приложенные к телу, можно найти ускорение тела в любой точке траектории в любой момент времени.

Так завершается та «цепочка», о которой говорилось в конце третьей главы: по известным силам и массе тела находят ускорение, затем вычисляют его скорость и перемещение за любой промежуток времени и, наконец, координаты тела в любой момент времени. Для этого должны быть известны «начальные условия» — начальное положение и начальная скорость тела.

Например, ученым, которые руководят полетом космического корабля, необходимо, конечно, заранее знать положение корабля в любой момент времени. Они могут узнать его, пользуясь такой «цепочкой». Им известно начальное положение корабля на стартовой площадке и его начальная скорость. Им известны и силы, которые действуют на корабль в любой точке траектории. Пользуясь этими данными, они и решают задачу механики применительно к космическому полету. Но так как силы, действующие на корабль, все время изменяются, то вычисления настолько сложны, что приходится привлекать на помощь вычислительные машины.

Мы все время говорили, что основная задача механики — определение положения движущегося тела в любой момент времени. Но не следует думать, что законами движения пользуются исключительно для определения именно положения тела. На практике часто требуется вычислять такие величины, как скорость тела, его ускорение, силы, действующие на него, и т. д. Законы Ньютона позволяют, разумеется, решать и такие, более простые задачи.

Глава 5

Силы в природе

Много ли сил в природе?

Мы уже знаем, что причина изменения движения, т. е. появления ускорения у тел,— это сила. Силы же возникают при взаимодействии тел друг с другом. Но какие существуют виды взаимодействий и много ли их?

На первый взгляд может показаться, что различных видов воздействий тел друг на друга, а следовательно, и различных видов сил существует очень много. Ускорение можно сообщить телу, толкнув или потянув его рукой; с ускорением движется всякое тело, падающее на Землю; с ускорением начинает двигаться корабль, когда ветер надувает его паруса; натянув и отпустив тетиву лука, мы сообщаем ускорение стреле. Во всех этих случаях действуют какие-то силы и все они кажутся совершенно различными. А ведь можно назвать еще и другие силы. Каждый слышал об электрических и магнитных силах, о силе землетрясений, о силе прилива и отлива и т. д.

Но действительно ли в природе существует так много разных сил? Оказывается, нет.

При рассмотрении механического движения тел приходится иметь дело всего лишь с тремя видами сил: *с силой упругости, силой трения и силой тяготения.* К ним и сводятся все те как будто бы разнообразные силы, о которых мы только что говорили. Но и эти три силы — проявление всего только двух действительно различных основных сил природы: электромагнитных сил и сил всемирного тяготения.

Расскажем сначала об электромагнитных силах.

Из курса физики VII класса известно, что между наэлектризованными телами действует особая сила, которая называется *электрической силой.*

Напомним, что электрические силы могут быть как силами притяжения, так и силами отталкивания. В природе существуют заряды двух видов. Их условились называть положительными и отрицательными зарядами. Два тела с одноименными зарядами отталкиваются. Если же знаки зарядов различны, то между телами действуют силы притяжения.

У электрических зарядов есть интересное свойство. Когда заряды движутся между ними, кроме электрической силы, возникает еще одна сила, которую называют *магнитной силой.*

Обе эти силы — электрическая и магнитная — настолько тесно связаны, что их нельзя отделить друг от друга: они действуют *одновременно.* А так как большей частью приходится иметь дело с движущимися зарядами, то действующие между ними силы нельзя назвать ни электрическими, ни магнитными. Их называют *электромагнитными силами.*

Откуда же берется «электрический заряд», который у тела может быть, а может и не быть?

Любое тело состоит из молекул и атомов. В свою очередь атомы, хотя они и чрезвычайно малы (несколько стомиллионных долей сантиметра), состоят из еще меньших частиц — атомного ядра и электронов. Вот они-то, ядра и электроны, обладают электрическими зарядами. Ядро имеет положительный заряд, электроны — отрицательный.

В нормальных условиях в атоме столько электронов, что их общий отрицательный заряд равен положительному заряду ядра, так что атом в целом как бы не имеет заряда. Он, как говорят, электрически нейтрален. Тогда и тела, составленные из таких нейтральных атомов, электрически нейтральны. Между такими телами практически нет электрических сил взаимодействия.

Зато в одном и том же твердом (или жидком) теле соседние атомы настолько близко расположены один к другому, что силы взаимодействия между зарядами, из которых они состоят, весьма значительны.

Силы взаимодействия атомов зависят от расстояний между ними. Зависимость эта сложная и до сих пор еще точно неизвестна. Но достоверно установлено, что силы взаимодействия между атомами могут изменять свое направление при изменении расстояния между ними. Если расстояние между атомами очень мало, то они отталкиваются друг от друга. Но если расстояние между ними увеличить, то атомы начинают притягиваться. При некотором расстоянии между атомами силы их взаимодействия становятся равными нулю. Естественно, что на таких именно расстояниях атомы и располагаются друг относительно друга (в твердом теле и жидкости). Заметим, что расстояния эти очень малы. Они приблизительно такие же, как и размеры самих атомов.

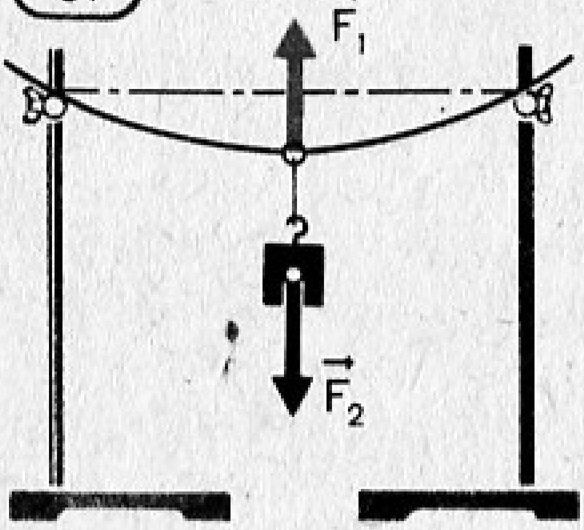
28. Силы упругости

При растяжении тéла расстояние между атомами несколько увеличивается и между ними начинают действовать силы притяжения. Эти силы сообщают атомам ускорения и заставляют их снова сблизиться до прежнего расстояния.

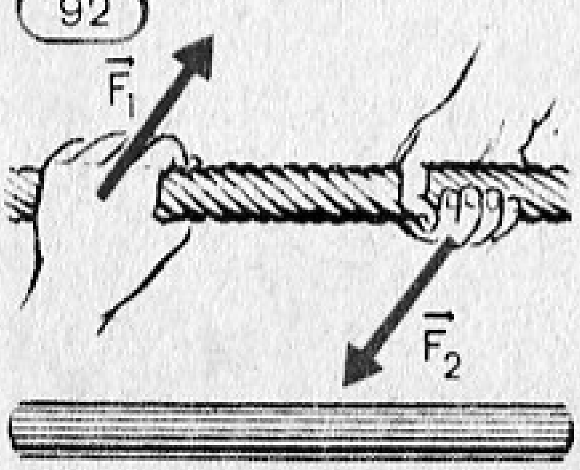
Наоборот, если тело сжать и тем самым сблизить атомы, появятся силы отталкивания, которые заставят атомы снова разойтись и занять прежние места.

Таким образом, при растяжении или сжатии тéла в нем возникают электрические по своей природе силы, которые восстанавливают прежние размеры тела.

91



92

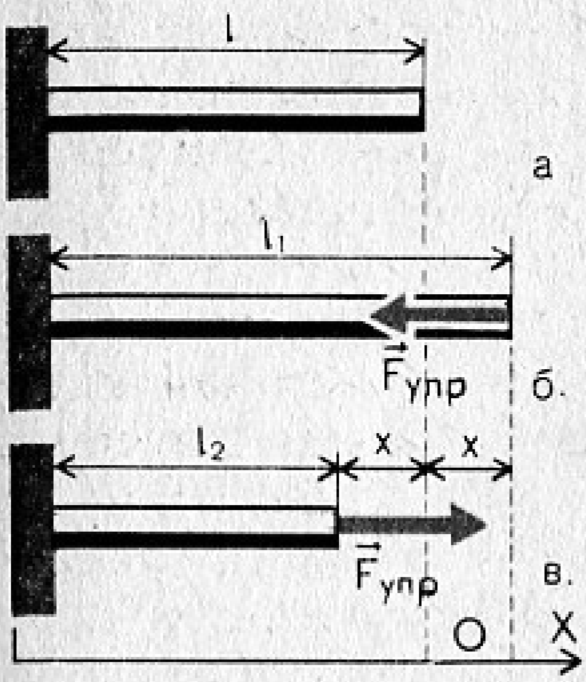


Такие восстанавливающие силы возникают также, когда тела сгибают (рис. 91) или скручивают (рис. 92), потому что и в этих случаях изменяется взаимное расположение атомов.

Растяжение и *сжатие, изгиб* и *кручение* называют *деформациями тел.* Опыт показывает, что при любом виде деформации, если она не очень велика по сравнению с размерами самого тела, возникает сила, которая возвращает тело в то состояние, в котором оно было до деформации. Эта сила и называется *силой упругости.*

В § 24 и 26 мы ознакомились с силами упругости, которые возникают при деформации пружины. Теперь мы можем

93



сказать, что сила упругости возникает при деформации любого тела, а не только пружины; всякое тело может играть роль пружины!

Так как сила упругости возвращает тело к первоначальному состоянию, то она направлена противоположно перемещениям частиц тела при деформации. Если, например, стержень, один из концов которого закреплен (рис. 93, *а*), растянут так, что частицы в нем смещены относительно закрепленного конца вправо (рис. 93, *б*), то возникает сила упругости, направленная влево. Если же стержень сжат, как это показано на рисунке 93, *в*, то частицы в нем смещены влево, а сила упругости направлена вправо.

● *Сила упругости — это сила, возникающая при деформации тела и направленная в сторону, противоположную перемещениям частиц тела при деформации.*

В дальнейшем мы будем рассматривать силы упругости, возникающие только *при деформации растяжения или сжатия.*

На рисунке 93, *в* изменение длины растянутого стержня, его удлинение обозначено буквой x. Из рисунка 93, *б, в* видно, что как при растяжении стержня, так и при его сжатии x — это еще и проекция на ось X вектора перемещения свободного конца стержня при деформации. При растяжении стержня проекция положительная, при сжатии — отрицательная.

Закон Гука. Опыты, подобные описанным в § 26 (см. рис. 86), проводились не только с пружинами, но и с твердыми стержнями. Они позволили выяснить, как связана сила упругости с вызывающей ее деформацией. Оказалось, что при достаточно малых удлинениях (малых по сравнению с длиной самого стержня) модуль вектора силы упругости прямо пропорционален модулю вектора перемещения свободного конца стержня. Но проекции на ось X этих векторов, как мы уже говорили (см. рис. 93, *б, в*), противоположны по знаку. Поэтому математически эту зависимость выражают равенством

$$\boxed{(F_{\text{упр}})_x = -kx.} \tag{1}$$

Здесь k — коэффициент пропорциональности, называемый *жесткостью* тела (или пружины). Жесткость зависит от размеров тела (пружины) и материала, из которого оно изготовлено. Единица жесткости в СИ — ньютон на метр (Н/м).

Формула (1) выражает *закон Гука*: ***сила упругости, возникающая при деформации тела (пружины), пропорциональна удлинению тела (пружины) и направлена в сторону, противоположную направлению перемещений частиц тела при деформации.***

Из сказанного ясно, что сила упругости зависит от координат одних частей тела относительно других.

Вопросы

1. Перечислить существующие в природе виды взаимодействий. К какому из них относится взаимодействие, приводящее к появлению силы упругости?

2. Какие из перечисленных в начале этой главы сил являются силами упругости?

3. При каких условиях возникают силы упругости?

4. Что такое жесткость тела?

5. В чем состоит закон Гука?

Упражнение 13

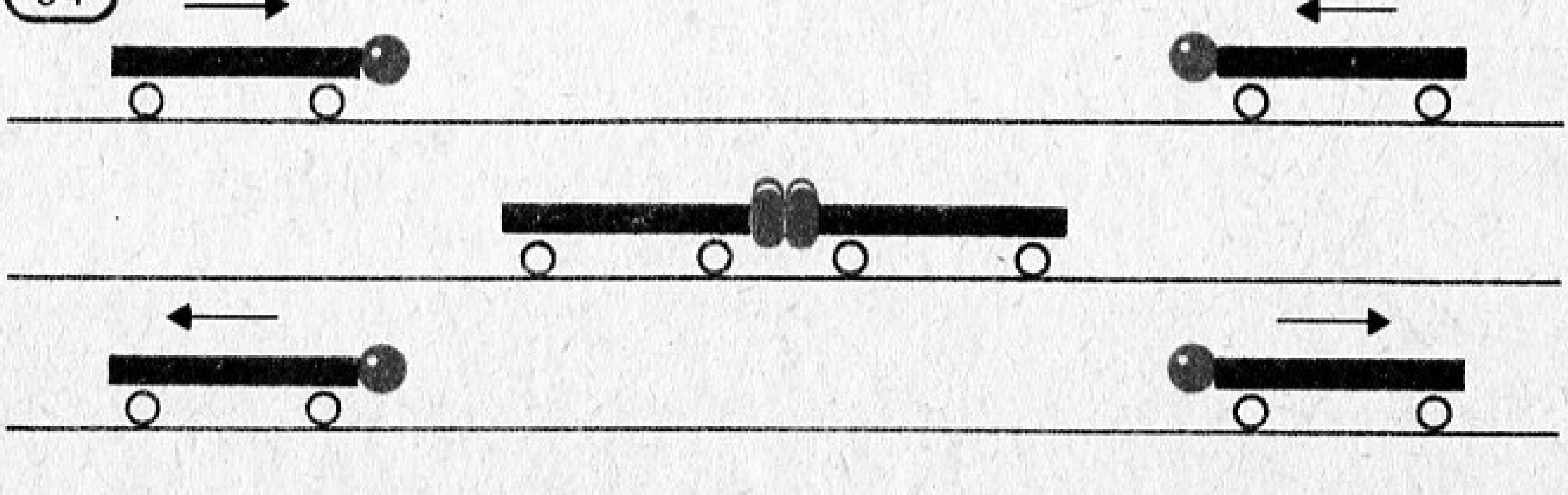
1. К вертикальной пружине, верхний конец которой закреплен, подвешен груз массой 0,1 кг. После того как прекратились колебания груза, выяснилось, что пружина удлинилась на 2 см. Определить жесткость пружины.

2. Две одинаковые тележки массой 100 г каждая связаны между собой сжатой пружиной. Длина пружины (в сжатом состоянии) равна 6 см. Жесткость пружины 30 Н/м. После того как пружина разжалась, тележки разъехались с ускорением 6 м/с^2. Найти длину недеформированной пружины.

29. Причина деформации — движение

Как возникает деформация тела? Возьмем две тележки с укрепленными впереди шариками из мягкой резины (рис. 94). Приведем тележки в движение навстречу друг другу так, чтобы они столкнулись. Когда шарики коснутся один другого, оба они изменят свою форму, деформируются. Одновремен-

94

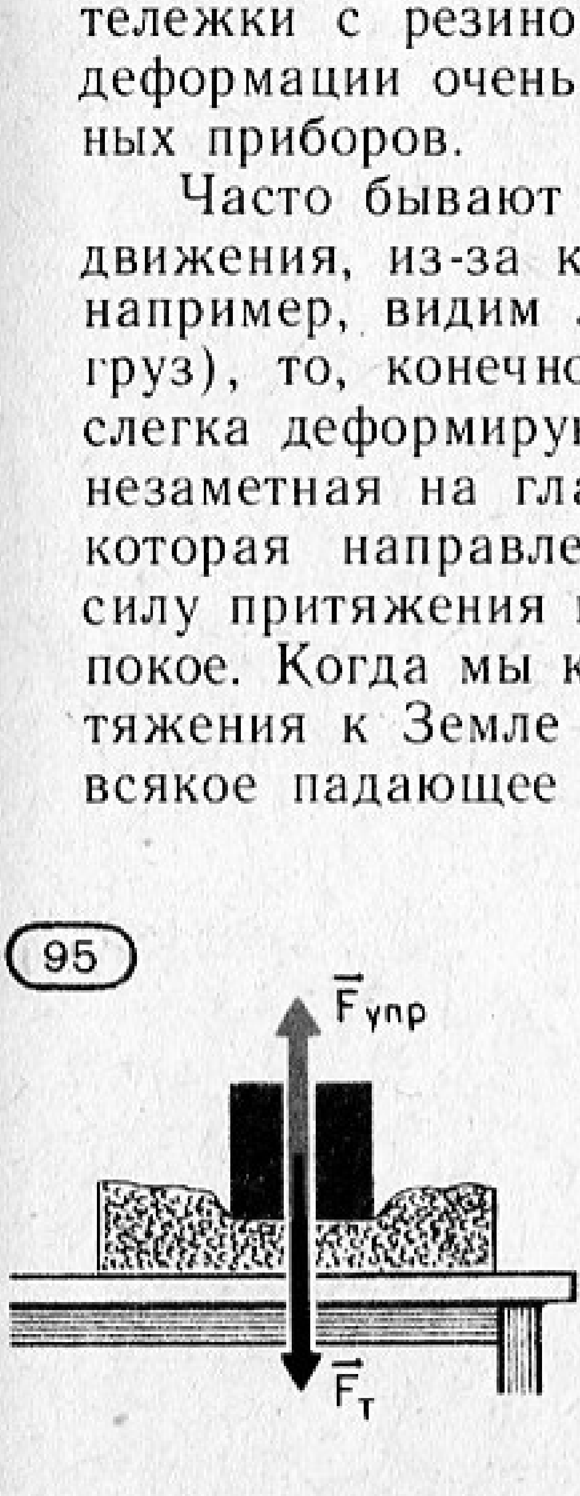


но скорости тележек, с которыми скреплены шарики, станут постепенно уменьшаться. В конце концов тележки на мгновение остановятся, а затем начнут двигаться назад, изменив направления своих ускорений. Ясно, что причиной ускорения является сила упругости, возникающая при деформации шариков. Из этого опыта видно, что деформация произошла из-за того, что шарики уже после соприкосновения продолжали еще некоторое время двигаться в прежнем направлении, пока возникающая из-за деформации сила упругости не остановила их. После этого деформированные шарики, восстанавливая свою форму, заставили тележки двигаться в противоположном направлении. Но как только шарики восстановили свою форму, исчезла и сила упругости. Можно, следовательно, сказать, что *причиной деформации шарика явилось движение одной его части относительно другой, а следствием деформации — сила упругости.*

Если мы теперь заменим резиновые шарики стальными и повторим опыт, то увидим, что результат будет совершенно таким же. Тележки столкнутся, на миг остановятся, а затем станут двигаться в противоположных направлениях. Но мы теперь не увидим изменения формы шариков, их деформации. Это не значит, что деформации нет. Ведь тележки со стальными шариками ведут себя совершенно так же, как и тележки с резиновыми шариками. Но у стальных шариков деформации очень малы, и их нельзя заметить без специальных приборов.

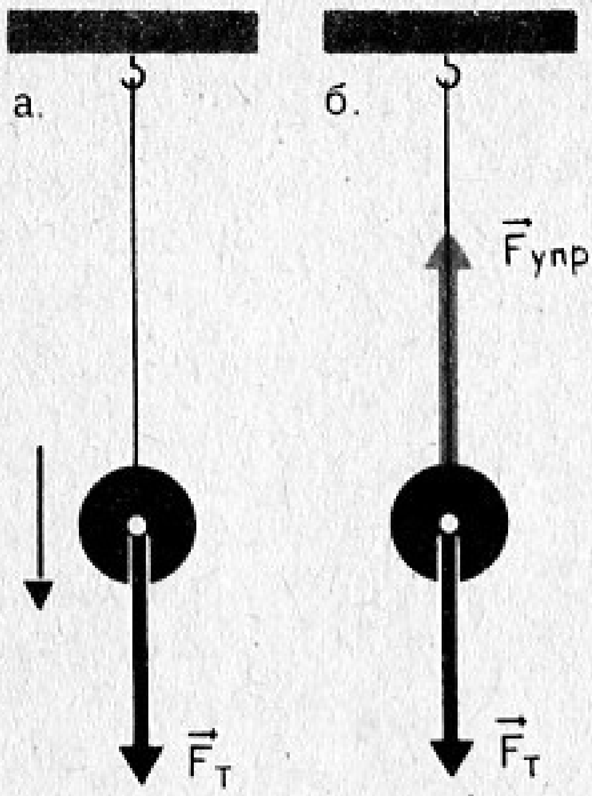
Часто бывают незаметны не только деформации, но и те движения, из-за которых деформации возникают. Когда мы, например, видим лежащую на столе книгу (или какой-либо груз), то, конечно, не можем заметить, что и груз, и стол слегка деформируются. Но именно деформация стола, совсем незаметная на глаз, приводит к появлению силы упругости, которая направлена вертикально вверх и уравновешивает силу притяжения груза к Земле. Поэтому груз и находится в покое. Когда мы кладем груз на стол, он под действием притяжения к Земле начинает двигаться вертикально вниз, как всякое падающее тело. Вот при этом движении груз и смещает частицы, из которых состоит соприкасающаяся с ним часть стола. Стол деформируется, и возникает сила упругости, как раз равная по модулю силе притяжения груза к Земле, но направленная вверх.

95



Если положить груз на подставку из мягкой резины, то невооруженным глазом будут видны и перемещение, и конечная деформация резины (рис. 95).

96



То же можно сказать и о действии подвеса (рис. 96, *а, б*).

Во многих случаях деформации, приводящие к появлению силы упругости, хорошо заметны. Легко заметить удлинение спиральной пружины или резинового шнура. С помощью быстрой съемки можно увидеть и деформацию футбольного мяча при ударе футболиста. На цветной вклейте *II* показано, какую форму принимает этот круглый предмет в момент удара. Теряет свою сферическую форму и теннисный мяч при ударе ракетки (см. цветную вклейку *II, б*).

Силу упругости, действующую на тело со стороны опоры или подвеса, часто называют *силой реакции опоры* или *силой реакции подвеса* (или *натяжением подвеса*).

Приведенные здесь примеры показывают, что сила упругости возникает при соприкосновении взаимодействующих тел. Деформируются, разумеется, всегда оба тела.

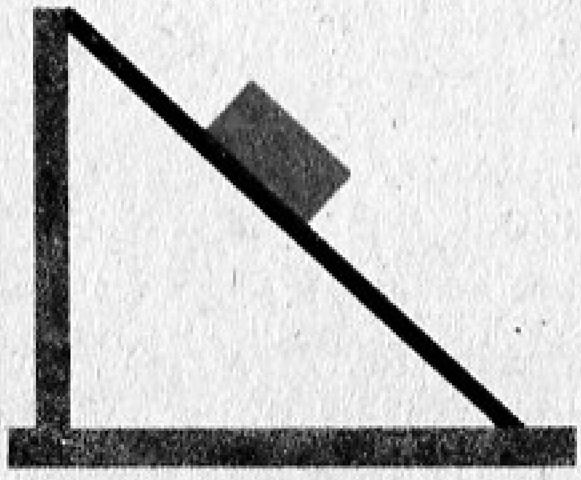
Важная особенность силы упругости состоит в том, что она направлена *перпендикулярно* поверхности соприкосновения взаимодействующих тел, а если во взаимодействии участвуют такие тела, как сжатые или растянутые пружины, то сила упругости направлена вдоль их осей.

Вопросы

1. При каких условиях возникают деформации тел?
2. На рисунке 97 изображен стрелок, стреляющий из лука. Как направлены силы упругости, сообщающие ускорение стреле?
3. На наклонной плоскости неподвижно лежит груз (рис. 98). Действует ли на него сила упругости? Деформация какого тела вызывает ее?
4. Что такое реакция опоры?

97

98



Задание

Объяснить появление силы упругости $F_{упр}$ в опыте, показанном на рисунке 96, *а, б*.

30. Сила всемирного тяготения

Ньютон открыл законы движения тел. Согласно этим законам движение с ускорением возможно только под действием силы. Так как падающие тела движутся с ускорением, то на них должна действовать сила, направленная вниз, к Земле. Только ли Земля обладает свойством притягивать к себе тела, находящиеся вблизи ее поверхности? В 1667 г. Ньютон высказал предположение, что вообще между всеми телами действуют силы взаимного притяжения. Он назвал эти силы *силами всемирного тяготения.*

Почему же мы не замечаем взаимного притяжения между окружающими нас телами? Может быть, это объясняется тем, что силы притяжения между ними слишком малы?

Ньютону удалось показать, что сила притяжения между телами зависит от масс обоих тел и, как оказалось, достигает заметного значения только тогда, когда взаимодействующие тела (или хотя бы одно из них) обладают достаточно большой массой.

Роль масс притягивающихся тел. Ускорение свободного падения отличается той любопытной особенностью, что оно в данном месте одинаково для всех тел, для тел любой массы. Как объяснить это странное свойство?

Единственное объяснение, которое можно найти тому, что ускорение не зависит от массы тела, заключается в том, что *сама сила $\vec{F}$, с которой Земля притягивает тело, пропорциональна его массе m.*

Действительно, в этом случае увеличение массы m, например, вдвое приведет к увеличению модуля силы $\vec{F}$ тоже вдвое, а ускорение, которое равно отношению $\frac{F}{m}$, останется неизменным. Ньютон и сделал этот единственно правильный вывод: сила всемирного тяготения пропорциональна массе того тела, на которое она действует.

Но ведь тела притягиваются взаимно, причем силы взаимодействия всегда одной природы. Следовательно, и сила, с которой тело притягивает Землю, пропорциональна массе Земли. По третьему закону Ньютона эти силы равны по модулю. Значит, если одна из них пропорциональна массе Земли, то и равная ей другая сила (с которой Земля притягивает тело) также пропорциональна массе Земли. Отсюда следует, что сила взаимного притяжения пропорциональна массам обоих взаимодействующих тел. А это значит, что *она пропорциональна произведению масс обоих тел.*

От чего еще зависит сила взаимного притяжения двух тел?

Роль расстояния между телами. Ньютон предположил, что сила взаимного притяжения двух тел должна зависеть от расстояния между телами. Из опыта хорошо известно, что вблизи Земли ускорение свободного падения равно 9,8 м/с^2 и оно одинаково для тел, падающих с высоты 1, 10 или 100 м. Но отсюда еще нельзя заключить, что ускорение не зависит от расстояния до Земли. Ньютон считал, что отсчитывать расстояния надо не от поверхности Земли, а от ее центра. Но радиус Земли равен 6400 км. Понятно поэтому, что несколько десятков или сотен метров над поверхностью Земли не могут заметно изменить ускорение свободного падения.

Чтобы выяснить, как влияет расстояние между телами на силу их взаимного притяжения, нужно знать, с каким ускорением движутся тела, удаленные от поверхности Земли на большие расстояния.

Ясно, что измерить ускорение свободного падения тел, находящихся на высоте в несколько тысяч километров над поверхностью Земли, трудно. Удобнее измерить центростремительное ускорение тела, движущегося вокруг Земли по окружности под действием силы притяжения к Земле. Вспомним, что таким же приемом мы пользовались при изучении силы упругости. Мы измеряли центростремительное ускорение цилиндра, движущегося по окружности под действием этой силы (см. § 24).

В изучении силы всемирного тяготения сама природа пришла на помощь физикам и дала возможность определить ускорение тела, движущегося по окружности вокруг Земли. Таким телом служит естественный спутник Земли — Луна. Ведь если верно предположение Ньютона, то надо считать, что центростремительное ускорение Луне при ее движении по окружности вокруг Земли сообщает сила ее притяжения к Земле. Если бы сила тяготения между Луной и Землей не зависела от расстояния между ними, то центростремительное ускорение Луны было бы таким же, как ускорение свободного падения тел вблизи поверхности Земли. В действительности центростремительное ускорение, с которым движется Луна по орбите, равно 0,0027 м/с^2 (см. упр. 8, задачу 5). А это приблизительно в 3600 раз меньше, чем ускорение падающих тел вблизи Земли. В то же время известно, что расстояние от центра Земли до центра Луны приблизительно составляет 384 000 км. Это в 60 раз больше радиуса Земли, т. е. расстояния от центра Земли до ее поверхности.

Таким образом, увеличение расстояния между притягивающимися телами в 60 раз приводит к уменьшению ускорения в 60^2 раз.

Отсюда можно заключить, что ускорение, сообщаемое телам силой всемирного тяготения, а значит, и сама эта сила обратно пропорциональны квадрату расстояния между взаимодействующими телами. К такому заключению и пришел Ньютон.

Закон всемирного тяготения. Можно, следовательно, написать, что два тела массами M и m притягиваются друг к другу с силой $\vec{F}$, модуль которой выражается формулой

$$\boxed{F = G\frac{Mm}{r^2},} \qquad (1)$$

где r — расстояние между телами; G — коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел в природе. Называется этот коэффициент *постоянной всемирного тяготения* или *гравитационной постоянной.*

Приведенная формула выражает *закон всемирного тяготения,* открытый Ньютоном.

Все тела притягиваются друг к другу с силой, модуль которой прямо пропорционален произведению их масс и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними.

Под действием силы всемирного тяготения движутся и планеты вокруг Солнца, и искусственные спутники вокруг Земли.

Но что надо понимать под расстоянием между взаимодействующими телами?

Оказывается, формула (1), выражающая закон всемирного тяготения, справедлива, когда расстояние между телами настолько велико по сравнению с их размерами, что тела можно считать материальными точками. Направлена эта сила вдоль линии, соединяющей материальные точки. Материальными точками при вычислении силы тяготения между ними можно считать Землю и Луну, планеты и Солнце.

Если тела имеют форму шаров, то даже в том случае, когда их размеры сравнимы с расстоянием между ними, они притягиваются друг к другу как материальные точки, расположенные в центрах шаров. В этом случае r — это расстояние между центрами шаров, а сила направлена вдоль линии, соединяющей центры шаров.

Формулой (1) можно также пользоваться при вычислении силы притяжения между шаром большого радиуса и телом произвольной формы небольших размеров, находящимся близко к поверхности шара. Тогда размерами тела можно пренебречь по сравнению с радиусом шара. Именно так мы поступаем, когда рассматриваем притяжение тел к земному шару. Тогда r в формуле (1) — это радиус земного шара.

Сила тяготения — это еще один пример силы, которая зависит от взаимного расположения взаимодействующих тел, т. е. от их координат. Ведь сила тяготения зависит от расстояния r между телами.

31. Постоянная всемирного тяготения

В формулу, выражающую закон всемирного тяготения Ньютона, входит коэффициент G — постоянная всемирного тяготения (гравитационная постоянная). Что это за величина?

Коэффициент G имеет простой и ясный смысл. Если массы обоих взаимодействующих тел M и m равны единице ($M = m = 1$ кг) и расстояние r между ними тоже равно единице ($r = 1$м), то, как это видно из формулы (1), сила F получается численно равной постоянной всемирного тяготения G.

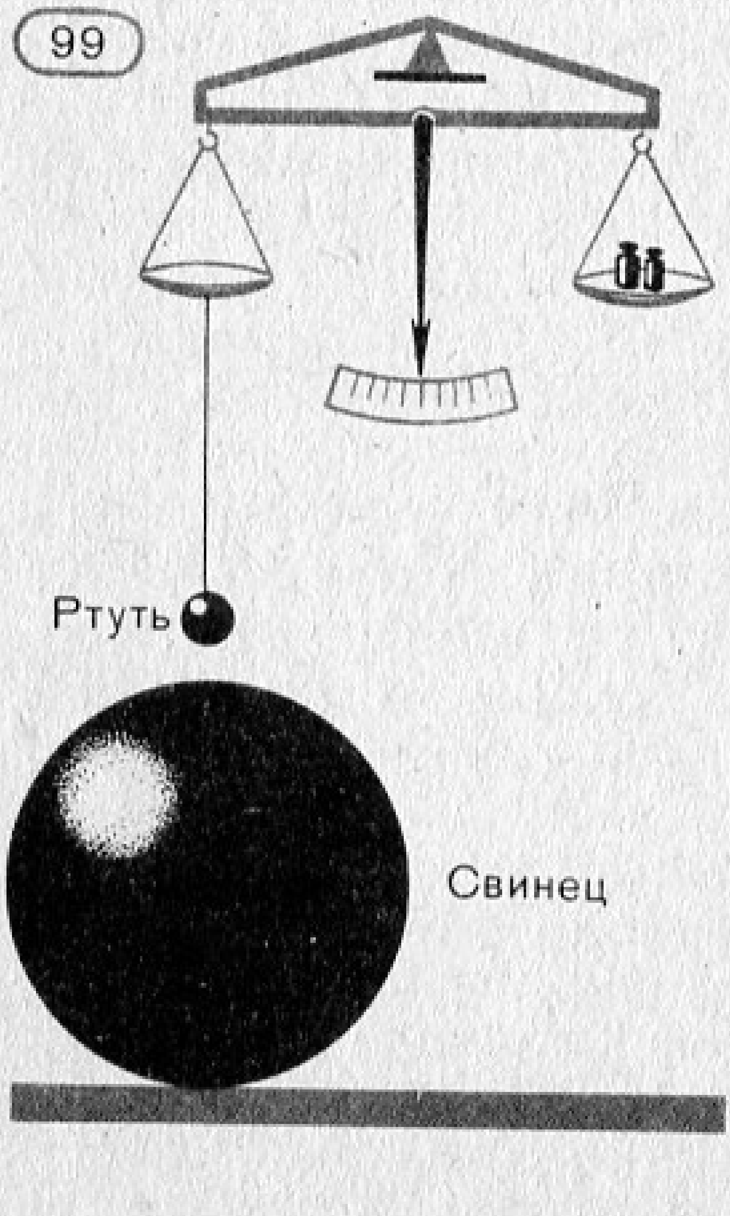
В каких единицах выражается постоянная G? Из формулы закона всемирного тяготения следует, что

$$G = \frac{Fr^2}{Mm}.$$

Если сила выражается в ньютонах (Н), расстояние в метрах (м) и масса в килограммах (кг), то величина, стоящая в правой части равенства, выражается в $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$. Но в любой формуле, если она правильна, величины, стоящие в обеих частях равенства, должны выражаться в одинаковых единицах (5 м, например, не могут быть равны 5 кг). Отсюда следует, что постоянная G должна выражаться в $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

Что касается числового значения постоянной всемирного тяготения, то оно может быть определено только из опыта, в котором нужно, очевидно, каким-нибудь способом измерить силу $\vec{F}$, действующую на одно из тел известных масс m_1 и m_2, расположенных на известном расстоянии r одно от другого.

99



Такие опыты были неоднократно проделаны. Один из них состоял в следующем. К одной из чашек чувствительных весов на длинной нити подвешивали стеклянный шар, наполненный ртутью (рис. 99). На другую чашку весов помещали гири, уравновешивающие весы. После того как весы были тщательно уравновешены, под шаром со ртутью, как можно ближе к нему, устанавливали шар из свинца большой массы (около 6000 кг). Вследствие притяжения ртутного шара к свинцовому равновесие весов нарушалось. Чтобы снова уравновесить весы, надо на чашку с гирями положить дополнительную гирю. Сила притяжения этой дополнительной гири к Земле, очевидно, равна силе притяжения ртутного шара к свинцовому, т. е.

$$F = G\frac{m_{св}m_{рт}}{r^2}.$$

Здесь $m_{св}$ — масса свинцового шара, $m_{рт}$ — масса ртутного шара и r — расстояние между их центрами. Отсюда легко вычислить значение G:

$$G = \frac{Fr^2}{m_{св}m_{рт}}.$$

Из этого и из многих других опытов было получено значение постоянной G:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Это очень маленькое число. Именно благодаря тому, что оно так мало, мы и не замечаем притяжения между окружающими нас телами. Ведь даже два шара массой каждый в тонну при расстоянии между ними 1 м притягиваются друг к другу с силой всего в 6,67 стотысячных долей ньютона.

Вопросы

1. Как изменится сила притяжения между двумя шарами, если: а) один из них заменить другим, масса которого вдвое больше; б) заменить и второй шар шаром вдвое большей массы?

2. Как изменится сила притяжения между двумя шарами, если расстояние между ними увеличить вдвое?

3. Тела, находящиеся на поверхности Земли, взаимно притягиваются друг к другу. Почему мы этого не замечаем?

4. Какая сила заставляет Землю и другие планеты двигаться вокруг Солнца?

Упражнение 14

1. В опыте, описанном в этом параграфе, масса ртутного шара 5 кг, его радиус 4,5 см, масса свинцового шара 6 т, его радиус 0,5 м. Гирю какой массы надо добавить на правую чашку весов, чтобы уравновесить силу притяжения между свинцовым и ртутным шарами?

2. Два корабля массой 50 000 т каждый стоят на рейде на расстоянии 1 км один от другого. Какова сила притяжения между ними?

3. Вычислить силу притяжения между Луной и Землей. Масса Луны $m_л$ приблизительно равна $7 \cdot 10^{22}$ кг, масса Земли $m_з$ приблизительно равна $6 \cdot 10^{24}$ кг, расстояние $R_{зл}$ между Луной и Землей считать равным $3{,}84 \cdot 10^8$ м.

4. Космонавт высадился на Луну. Его притягивают и Луна и Земля. Во сколько раз сила притяжения космонавта к Луне больше, чем к Земле? Радиус Луны равен 1730 км.

32. Сила тяжести

Сила тяжести. Одно из проявлений силы всемирного тяготения — сила тяжести, т. е. сила притяжения тел к Земле. Обозначим массу Земли M, ее радиус R, массу данного тела m, тогда сила, действующая на тело вблизи поверхности Земли, согласно закону всемирного тяготения будет равна:

$$F = G\frac{Mm}{R^2}. \qquad (1)$$

Это и есть *сила тяжести.* Направлена она к центру Земли.

Если на тело действует только эта сила (а все другие уравновешены), то оно совершает свободное падение. Ускорение свободного падения можно найти, применив второй закон Ньютона:

$$g = \frac{F}{m} = G\frac{Mm}{R^2 m} = G\frac{M}{R^2}. \qquad (2)$$

Отсюда видно, что *ускорение свободного падения $\vec{g}$ не зависит от массы m тела,* и, следовательно, оно одинаково для всех тел. Таково удивительное свойство силы всемирного тяготения, а значит, и силы тяжести. Оно опытным путем было обнаружено еще Галилеем. Удивительное потому, что по второму закону Ньютона ускорение тела должно быть обратно пропорционально массе. Но сама сила тяготения пропорциональна массе тела, на которое она действует. Именно поэтому ускорение свободного падения одинаково для всех тел.

Теперь для силы тяжести можно написать выражение

$$\boxed{\vec{F}_{т} = m\vec{g},}$$

которое было получено и раньше (см. § 25).

В разных местах — различные ускорения свободного падения. Строго говоря, формула (2), как и второй закон Ньютона, справедлива, когда свободное падение рассматривается относительно инерциальной системы отсчета. На поверхности Земли инерциальной системой отсчета могут служить системы отсчета, связанные с полюсами Земли, не принимающими участия в ее суточном вращении. Все остальные точки земной поверхности движутся по окружности с центростремительными ускорениями, и системы отсчета, связанные с этими точками, неинерциальны. Для них второй закон Ньютона неприменим.

Вращение Земли приводит к тому, что ускорение свободного падения, измеренное относительно какого-либо тела, закрепленного на поверхности Земли, на разных широтах различно.

Другая, менее существенная причина того, что ускорение свободного падения в разных пунктах Земли различно, связана с тем, что земной шар немного сплюснут у полюсов.

Опыты показывают, что ускорение свободного падения, измеренное относительно поверхности Земли у полюсов, равно примерно 9,83 м/с^2, на экваторе — 9,78 м/с^2, а на широте 45° — 9,81 м/с^2.

Приведенные числовые значения показывают, что ускорения свободного падения в разных районах земного шара различаются очень мало и очень мало отличаются от значения, вычисленного по формуле

$$g = G\frac{M}{R^2} \approx 9{,}83\ \text{м/с}^2.$$

Поэтому при грубых расчетах пренебрегают неинерциальностью системы отсчета, связанной с поверхностью Земли, и отличием формы Земли от сферической. Ускорение свободного падения считают всюду одинаковым и вычисляют по формуле (2).

В некоторых районах земного шара ускорение свободного падения отличается от приведенного выше значения еще по одной причине. Такие отклонения наблюдаются в тех местах, где в недрах Земли залегают породы, плотность которых больше или меньше средней плотности Земли. Там, где имеются залежи более плотных пород, значение g больше. Это позволяет геологам по измерениям значения g находить месторождения полезных ископаемых.

Наконец, сила тяжести, а значит, и ускорение свободного падения изменяются при удалении от поверхности Земли. Если тело находится на высоте h над поверхностью Земли, то выражение для модуля ускорения свободного падения $\vec{g}$ нужно писать в виде

$$g = G\frac{M}{(R+h)^2}.$$

Так, при подъеме на высоту 300 км ускорение свободного падения уменьшается на 1 м/с^2. Из приведенной формулы видно, что при высотах над Землей не только в несколько десятков или сотен метров, но даже многих километров сила тяжести может считаться постоянной, не зависящей от положения тела. Только поэтому свободное падение вблизи Земли и можно считать *равноускоренным движением.*

Измерение массы тела взвешиванием. В четвертой главе мы узнали, что массу тела можно определить, измеряя отношение модулей ускорений при взаимодействии этого тела с телом, принятым за эталон массы. Понятно, что этот способ очень неудобен и на практике обычно не применяется. Теперь мы рассмотрим другой, более удобный способ измерения массы. Этот способ называют *взвешиванием*. Определение массы методом взвешивания основано на том, что сила тяжести, действующая на тело, и масса этого тела пропорциональны друг другу:

$$F_т = mg.$$

А силу тяжести можно измерить динамометром (*пружинными* весами). Измерив силу тяжести $F_т$ и зная ускорение g свободного падения в том месте, где проводится взвешивание, находим массу тела по формуле

$$m = \frac{F_т}{g}.$$

Еще удобнее определять массу тела взвешиванием на *рычажных* весах. Когда весы уравновешены, можно утверждать, что на тело (на одной чашке весов) и гири (на другой чашке) действует одинаковая сила тяжести. А это значит, что и масса тела равна массе гирь. Так как на гирях указаны именно их массы, то массу тела мы узнаем, просто сложив числа, проставленные на гирях.

Рычажные весы — очень чувствительный прибор. Наименьшая масса, которую можно измерить наиболее чувствительными весами, составляет несколько миллиардных долей килограмма.

Вопросы

1. Что называется силой тяжести?
2. Ускорение свободного падения тел не зависит от их массы. А сила тяжести?
3. Одинакова ли сила тяжести во всех местах на земном шаре?
4. Влияет ли вращение Земли вокруг ее оси на силу тяжести?
5. Изменяется ли сила тяжести при удалении тела от поверхности Земли?
6. Как направлена сила тяжести, действующая на любое тело?

Пример решения задачи

Вычислить массу Земли, если известно, что ускорение свободного падения вблизи ее поверхности равно 9,8 м/с^2. Радиус Земли принять равным 6370 км.

Решение. Массу Земли нельзя, конечно, измерить, положив ее на весы. Но ее можно вычислить, пользуясь формулой для ускорения свободного падения:

$$g = G\frac{M}{R^2},$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — постоянная всемирного тяготения.

Отсюда для массы Земли будем иметь:

$$M = \frac{gR^2}{G}.$$

Подставив значения g, R и G, получим:

$$M = \frac{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\left(6{,}37 \cdot 10^6\ \text{м}\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}} \approx 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{кг}.$$

Масса Земли равна почти шести миллионам миллиардов миллиардов килограммов!

Упражнение 15

1. Какова масса тела, если сила тяжести, действующая на него, равна 49 Н? Тело находится вблизи поверхности Земли.
2. На какой высоте над Землей сила тяжести, действующая на тело, уменьшается в два раза?
3. Найти силу притяжения, действующую на тело массой 1 кг вблизи поверхности Луны.
Во сколько раз эта сила отличается от силы тяжести, действующей на то же тело вблизи поверхности Земли?
4. Вычислить ускорение свободного падения тел вблизи поверхности Марса. Масса Марса равна $6{,}0 \cdot 10^{23}$ кг, его радиус 3300 км.

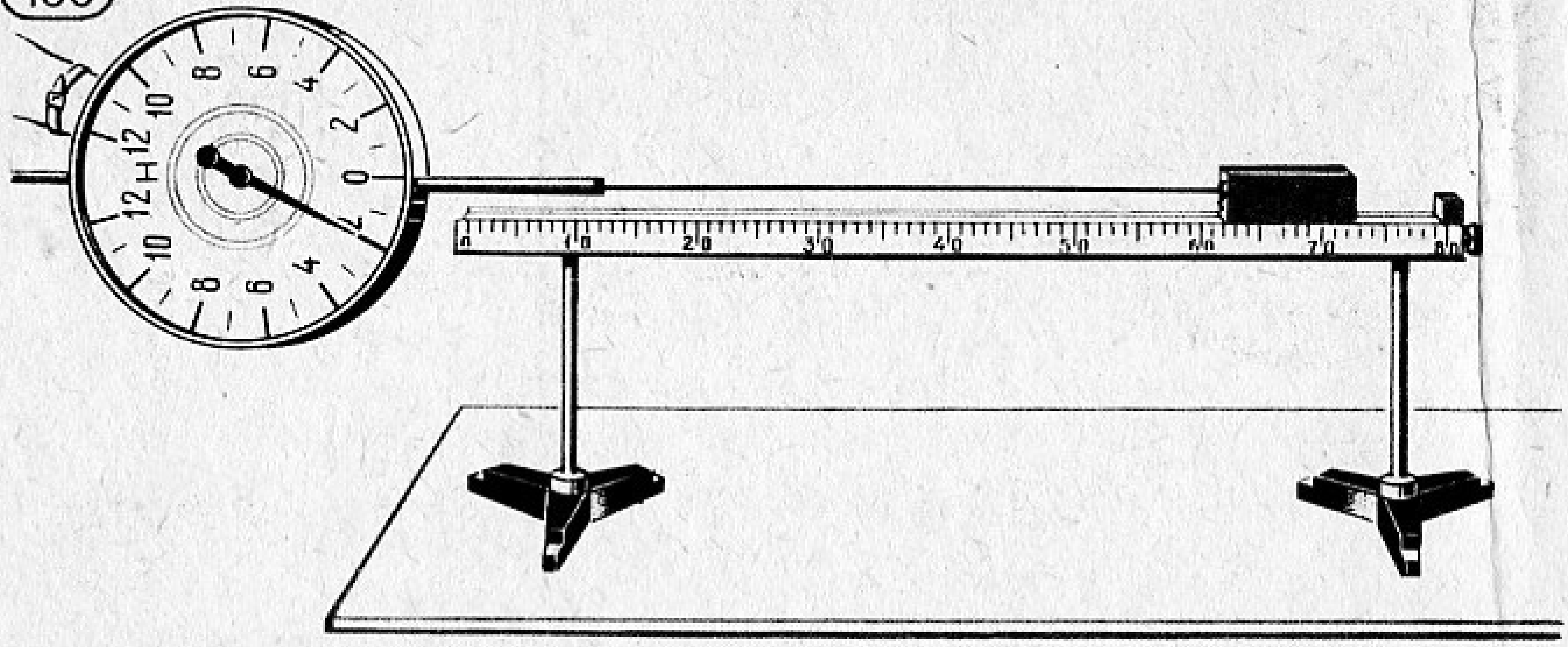
33. Сила трения. Трение покоя

Мы уже говорили об одном проявлении электрических взаимодействий между телами — силе упругости. Другое проявление электрических взаимодействий — *сила трения*, о которой мы не раз упоминали. О ней и нельзя не упоминать, потому что в земных условиях она сопутствует любому движению тел. Именно из-за силы трения движение тела в конце концов прекращается, если только на тело не действуют какие-нибудь другие силы, например сила упругости или сила тяжести.

Напомним (см. «Физику, 6—7», § 34), что сила трения возникает при непосредственном соприкосновении тел и всегда направлена вдоль поверхности соприкосновения в отличие от силы упругости, направленной перпендикулярно этой поверхности.

Проследим на опыте за возникновением силы трения. На рисунке 100 показана установка для опыта. К телу, находящемуся на подставке, прикреплен динамометр, шнурок кото-

100



рого натягивают рукой. На рисунке 101 схематически показаны силы, действующие на тело. Это сила $\vec{F}$, *параллельная поверхности соприкосновения* его со столом. Ее и показывает динамометр. Кроме того, на тело действует сила тяжести $\vec{F}_т$ и уравновешивающая ее сила реакции опоры $\vec{N}$, вызванная деформацией стола и направленная *перпендикулярно* поверхности соприкосновения тела со столом. Если сила F недостаточно велика, тело остается в покое. Это значит, что вместе с силой $\vec{F}$ на тело действует еще одна сила $\vec{F}_{тр}$, равная ей численно, но направленная в противоположную сторону:

$$\vec{F}_{тр} = -\vec{F}.$$

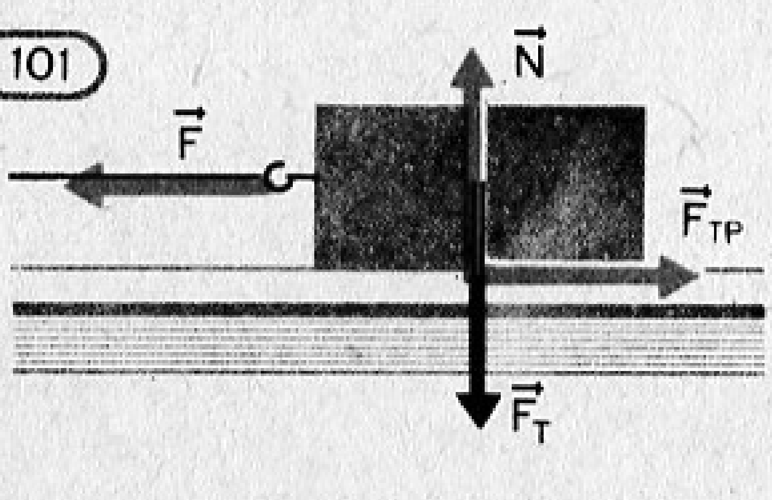
Это и есть сила трения, ее называют *силой трения покоя.*

Натянем сильнее шнурок, прикрепленный к телу. Динамометр покажет, что сила $\vec{F}$ увеличилась. Но тело по-прежнему остается в покое. Значит, вместе с силой $\vec{F}$ увеличилась и сила трения покоя, так что эти две силы, как и прежде, по модулю равны и направлены противоположно друг другу. В этом и состоит главная особенность силы трения покоя.

● *Сила трения покоя всегда равна по модулю и направлена противоположно силе, приложенной к телу параллельно поверхности соприкосновения его с другим телом.*

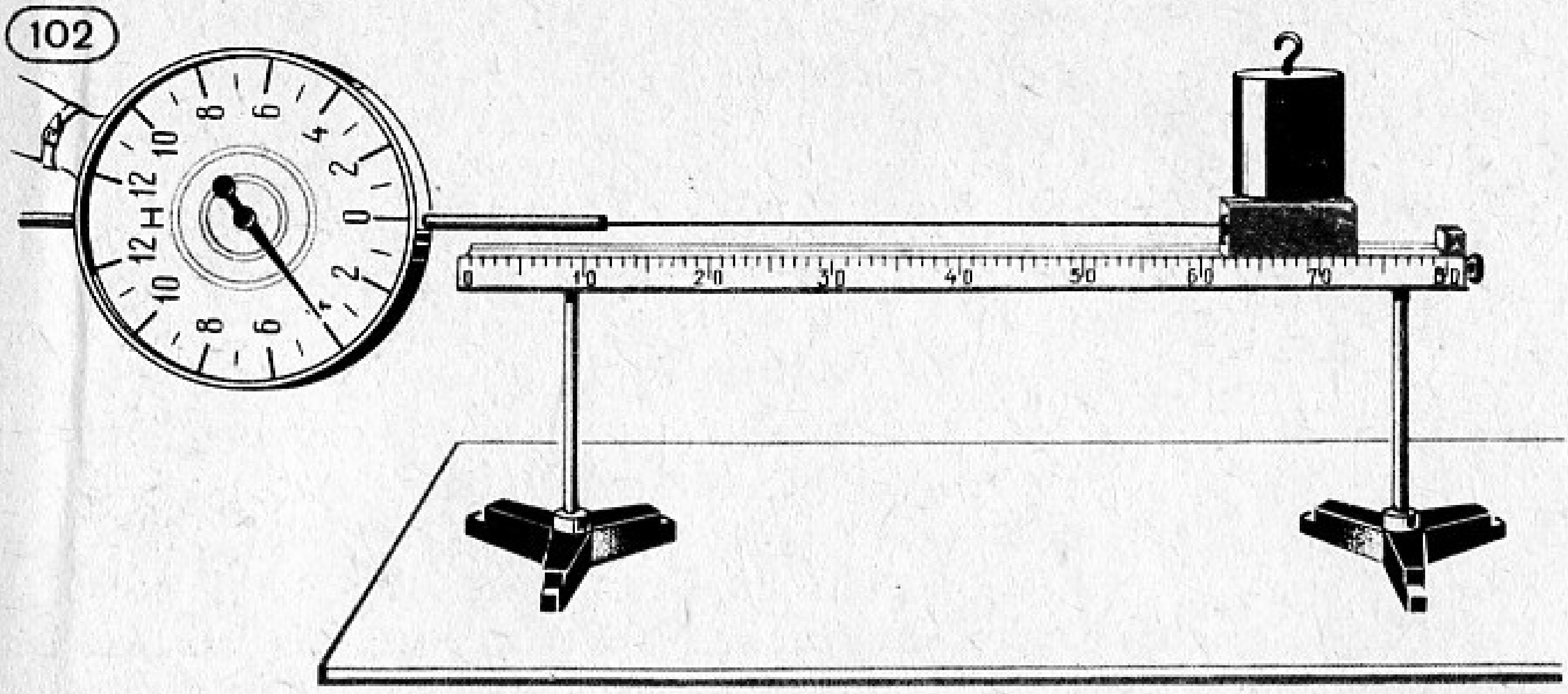
Наконец, при некотором значении модуля силы $\vec{F}$ тело сдвинется и начнет скользить. Существует, следовательно, определенная максимальная сила трения покоя $\vec{F}_{тр. max}$. И только тогда, когда параллельная поверхности сила $\vec{F}$ становится хотя бы немного больше ее, тело получает ускорение.

101



Сила трения покоя — это и есть та сила, которая мешает нам сдвинуть с места тяжелый предмет: шкаф, стол, ящик и т. д.

102



Но почему важно то, что предмет тяжелый? Ведь двигаем его мы не вверх, не против силы тяжести? На этот вопрос отвечает опыт.

Поместим на тело какой-нибудь груз, чтобы сильнее прижать тело к столу (рис. 102, 103) (вместо этого его можно прижать рукой, пружиной и т. д.). Этим мы увеличиваем силу, направленную перпендикулярно поверхности соприкосновения тела и стола. (Эту силу, приложенную к поверхности опоры, с которой соприкасается тело, называют *силой давления.*) Если теперь мы снова измерим максимальную силу трения покоя, т. е. силу, которая нужна, чтобы тело начало скользить, то увидим, что она увеличилась как раз во столько раз, во сколько раз мы увеличили силу давления.

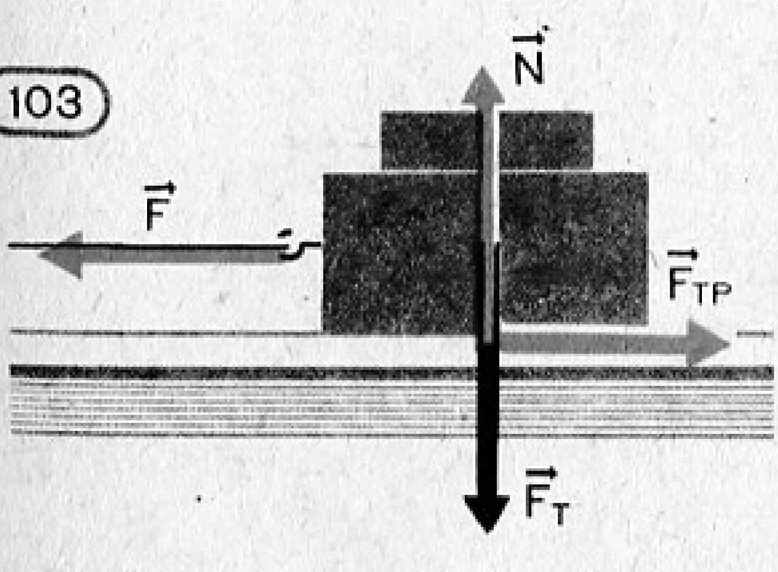
● *Максимальная сила трения покоя пропорциональна силе давления.*

По третьему закону Ньютона сила давления тела на опору по модулю равна силе реакции опоры. Поэтому максимальная сила трения покоя пропорциональна силе реакции опоры. Следовательно, для модулей этих сил можно написать:

● $F_{\text{тр.max}} = \mu N,$ где μ — коэффициент пропорциональности, который *называют коэффициентом трения.*

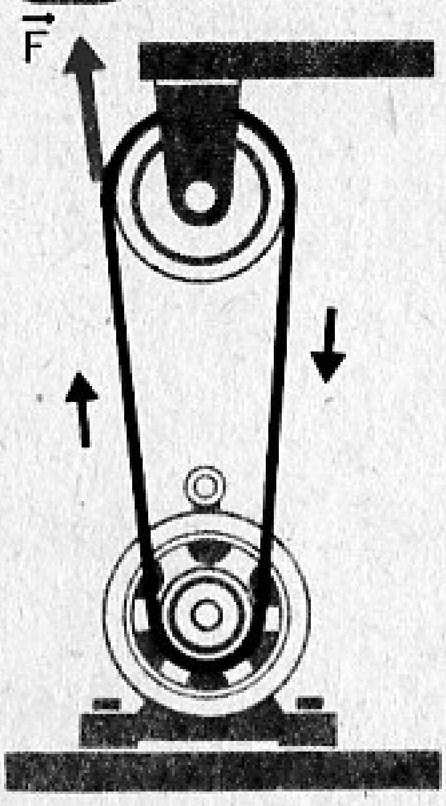
Трение не всегда помеха движению. Мы говорили, что

103



104

105



сила трения препятствует началу движения. Но, с другой стороны, бывают такие случаи, когда именно сила трения покоя служит причиной начала движения тела. Так, например, при ходьбе именно сила трения покоя $\vec{F}_1$, действующая на подошву, сообщает нам ускорение (рис. 104). Ведь подошва не скользит назад, и, значит, трение между ней и почвой — это трение покоя. А если подошва скользит, то и ходьба невозможна. Сила же $\vec{F}_2$, равная силе $\vec{F}_1$ по модулю, но направленная противоположно, сообщает ускорение Земле. Таким же образом колеса автомобилей и других самодвижущихся повозок как бы отталкиваются от земли, и эта толкающая сила есть сила трения покоя.

Когда в ременной передаче ремень заставляет вращаться шкив (рис. 105), то силой, сообщающей ускорение ободу шкива, тоже является сила трения покоя между приводным ремнем и шкивом.

Вопросы

1. Мальчик толкает книжный шкаф с максимальным усилием, но не может сдвинуть его. Нет ли здесь нарушения второго закона Ньютона, согласно которому тело, на которое действует сила, изменяет свою скорость?
2. Действует ли сила трения на стол, стоящий в комнате?
3. При каких обстоятельствах возникает сила трения покоя? Как направлена эта сила?
4. Что такое сила давления?

34. Сила трения скольжения

В предыдущем параграфе мы выяснили, что если сила, приложенная к телу параллельно поверхности соприкосновения его с другим телом, хотя бы немного превосходит максимальную силу трения покоя, тело получает ускорение и начинает скользить по поверхности другого тела. Но и в этом случае на тело действует сила трения. Только теперь это сила трения скольжения. Измерение показывает, что по модулю она приблизительно равна максимальной силе трения покоя. Направлена же сила трения скольжения (в дальнейшем мы будем говорить просто сила трения) всегда в сторону, противоположную направлению относительной скорости соприкасающихся тел. Это самая важная особенность силы трения.

● *Направление силы трения (скольжения) противоположно направлению скорости движения тела относительно соприкасающегося с ним тела.*

Ускорение, сообщаемое телу силой трения, также направлено противоположно направлению его относительной скорости, т. е. сила трения скольжения всегда приводит к уменьшению относительной скорости тела.

Так же как и максимальная сила трения покоя, сила трения скольжения пропорциональна силе давления (а следовательно, и силе реакции опоры $\vec{N}$), действующей на тело:

$$\boxed{F_{тр} = \mu N.}$$

Коэффициент пропорциональности μ здесь тот же, что и в формуле для максимальной силы трения покоя.

Из формулы для силы трения видно, что коэффициент μ равен отношению модулей силы трения и силы реакции опоры:

$$\mu = \frac{F}{N}.$$

Обычно коэффициент трения меньше единицы. Это значит, что сила трения меньше силы давления.

Коэффициент трения характеризует не тело, на которое действует сила трения, а сразу два тела, трущиеся друг о друга. Значение его зависит от того, из каких материалов сделаны трущиеся тела, как обработаны их поверхности, от чистоты поверхностей и т. д. Опыты показали, что сила трения не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и от относительного положения тел. Коэффициент трения, например, конька о лед одинаков на всем протяжении ледяной дорожки, если, конечно, поверхность льда всюду одинакова. Таким образом, сила трения является исключением из общего правила, по которому сила, действующая на тело, зависит от его положения относительно того тела, с которым оно взаимодействует. Сила трения, оказывается, зависит не от положения тела, а от его относительной скорости. Зависимость силы трения от скорости состоит в том, что *при изменении направления скорости изменяется и направление силы трения.*

Значения коэффициента трения для некоторых материалов указаны в приведенной ниже таблице:

Материалы	Коэффициент трения
Дерево по дереву	0,25
Резина по бетону	0,75
Ремень кожаный по чугунному шкиву	0,56
Сталь по стали	0,20

Эти значения коэффициента трения относятся к несмазанным поверхностям. Смазка существенно уменьшает силу трения. Например, сталь по стали со смазкой скользит так же легко, как сталь по льду: коэффициент трения составляет всего 0,04. Трение между соприкасающимися твердыми телами (без смазки) называют *сухим трением*.

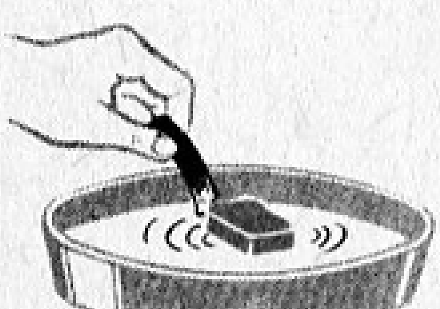
Почему смазка трущихся поверхностей уменьшает коэффициент трения? Все дело в том, что, когда твердые тела движутся, соприкасаясь с жидкостями или газами, тоже возникает сила, параллельная поверхности соприкосновения и направленная в сторону, *противоположную* относительной скорости тела. Этим она напоминает силу сухого трения. Ее часто так и называют: *сила жидкого трения*. Иногда ее называют также *силой сопротивления*.

Сила жидкого трения значительно меньше, чем сила сухого трения. Многие знают по собственному опыту, что, находясь, например, на плоту, можно сравнительно небольшим усилием оттолкнуться шестом от берега. Но не стоит и пытаться на том же плоту таким же способом перемещаться по суше. Именно поэтому смазка уменьшает силу трения (трение перестает быть сухим!).

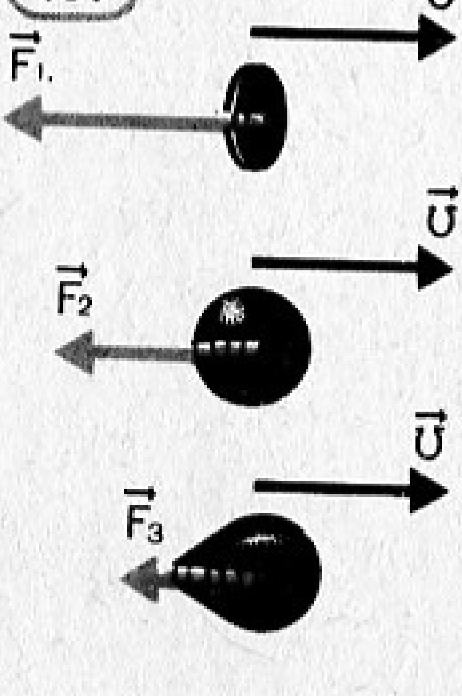
В жидкости и в газе нет силы трения покоя. Это значит, что даже самая малая сила, приложенная к телу в жидкости или газе, сообщает ему ускорение.

Отсутствие в жидкости силы трения покоя легко наблюдать на следующем опыте. Положим небольшой деревянный брусок на воду в широком сосуде (рис. 106). Брусок легко привести в движение (изменить его скорость) даже очень малой силой: достаточно подуть на него или толкнуть бумажной полоской. Но если тот же брусок положить на стол, то его можно привести в движение, только приложив к нему достаточно большую силу, которая должна превышать максимальную силу трения покоя.

106



107



В отличие от силы сухого трения сила сопротивления в жидкости или в газе зависит не только от направления, но и от модуля относительной скорости тела в жидкости. При небольших скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости, а при больших скоростях она пропорциональна уже квадрату скорости.

Кроме того, сила сопротивления зависит от формы тела.

На рисунке 107 показаны три тела с одинаковыми площадями поперечного сечения. Но если эти три тела будут двигаться в жидкости или газе с одинаковыми скоростями, то окажется, что наибольшая сила сопротивления действует на плоскую шайбу (верхний рисунок), а наименьшая — на тело каплеобразной формы (нижний рисунок).

Геометрическую форму тела, при которой сила сопротивления мала, называют *обтекаемой формой*. Самолетам, автомобилям и другим машинам, движущимся с большими скоростями в воздухе или в воде, стараются поэтому придать обтекаемую форму, а их поверхности тщательно обрабатывают. Это помогает уменьшить силу сопротивления.

Заметим в заключение, что природа сил трения еще до конца не изучена.

Вопросы

1. Что такое сила трения скольжения (сухое трение)? Как она направлена?

2. Что такое коэффициент трения?

3. Почему опасно вести автомашину по обледенелой дороге?

4. Какая сила должна быть приложена к телу, расположенному на горизонтальной плоскости, чтобы сдвинуть его с места на этой плоскости?

5. Сила трения между колесами велосипеда и землей почти не зависит от скорости. Между тем известно, что, чем бо́льшую скорость развивает велосипедист, тем бо́льшую мускульную силу он должен прикладывать к педалям велосипеда. С чем это связано?

6. Нужно ли придавать обтекаемую форму космическим кораблям? а ракетам, которые выводят их в космос?

7. Почему обтекаемую форму не придают тракторам, дорожным каткам?

Упражнение 16

1. Вычислить силу, с которой нужно толкать деревянный брус массой 20 кг по деревянному полу, чтобы он двигался с постоянной скоростью. Как будет двигаться брус, если к нему будет приложена сила бо́льшая, чем вычисленная?

2. При длительной работе лошадь развивает силу 600 Н. Какой максимальный груз она может везти на санях, масса которых 100 кг, если коэффициент трения полозьев саней о снег равен 0,05? Считать, что оглобли саней параллельны дороге.

3. К вертикальной бетонной стене пружиной прижат резиновый брусок. Сила упругости пружины направлена перпендикулярно стене и по модулю равна 100 Н. Какую силу нужно приложить к бруску, чтобы сдвинуть его с места?

Самое важное в пятой главе

Все известные силы в природе — это проявления немногих видов взаимодействий. Силы, рассматриваемые в механике,— это проявления всего двух видов взаимодействий — электромагнитных и гравитационных.

Проявлениями электромагнитного взаимодействия являются силы упругости и силы трения.

Сила упругости возникает при деформации тела вследствие перемещения одних его частей относительно других; проекция силы упругости определяется уравнением (закон Гука):

$$(F_{\text{упр}})_x = -kx.$$

Сила всемирного тяготения — это проявление гравитационного взаимодействия. Модуль этой силы определяется уравнением:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Сила упругости и гравитационная сила зависят от взаимного расположения взаимодействующих тел, т. е. от координат.

Сила притяжения тел к Земле вблизи ее поверхности равна $m\vec{g}$ и может считаться постоянной, если расстояния тел от поверхности Земли малы по сравнению с радиусом Земли.

Сила трения возникает между соприкасающимися телами, покоящимися (трение покоя) или движущимися (трение скольжения). Направлена сила трения вдоль поверхности соприкосновения против направления относительного движения соприкасающихся тел. Сила трения зависит не от координаты одного тела относительно другого, а от их относительной скорости.

Глава 6

Применение законов динамики

Для всех сил — одни законы движения

Пользуясь открытыми Ньютоном законами движения и умея измерять или вычислять силы, можно решать основную задачу механики: по известным силам и начальным условиям определять ускорение, по ускорению — скорость и, наконец, координаты (положение) тела в любой момент времени. Сравнительно редко приходится наблюдать, чтобы на тело действовала только одна сила — сила упругости, сила трения или сила тяжести. В большинстве случаев на тело действует сразу несколько сил. В этом случае ускорение определяется равнодействующей всех приложенных сил.

Но бывает и так, что хотя на тело действует несколько сил, но только одна из них играет существенную роль. Другие же либо компенсируют друг друга, либо малы по своему абсолютному значению.

Мы начнем именно с таких случаев.

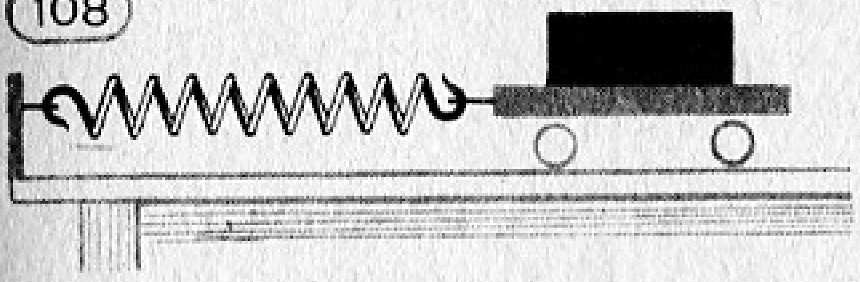
35. Движение тела под действием силы упругости

Рассмотрим сначала случай, когда начальная скорость тела равна нулю или направлена параллельно приложенной силе упругости.

Мы уже знаем, что проекция силы упругости на ось X $(F_{\text{упр}})_x = -kx$. Значит, сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ изменяется с изменением положения тела, на которое она действует. Напомним, что удлинение пружины (или любого другого упругого тела) как раз и определяет положение тела относительно конца недеформированной пружины.

Как движется тело под влиянием такой переменной силы? Это можно увидеть на опыте.

108

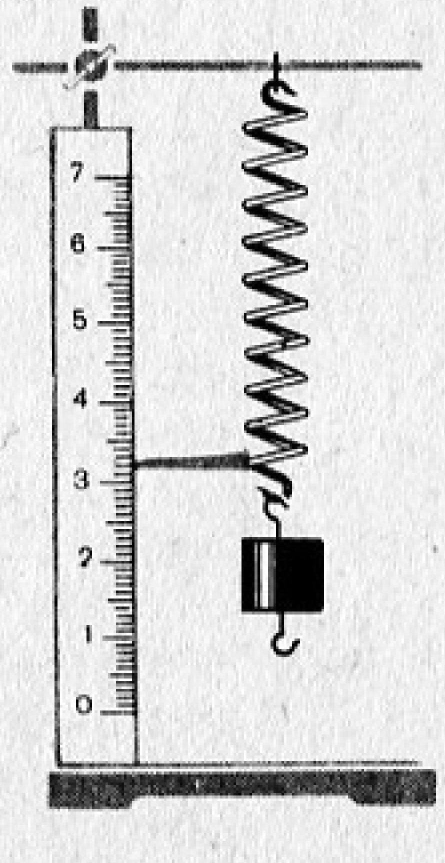


Прикрепим конец пружины к тележке, на которой находится массивное тело. Другой конец пружины закрепим (рис. 108). Оттянув тележку на несколько сантиметров, отпустим ее. Мы увидим, что тележка станет периодически двигаться вправо и влево относительно ее начального положения. Такое движение называют *колебательным*.

Проще наблюдать колебательное движение тела, подвесив его на пружине (рис. 109). Оттянув тело на несколько сантиметров и отпустив его, мы увидим, что тело совершает колебательное движение.

Пользуясь вторым законом Ньютона, можно найти положение тела в любой момент времени. Но задача эта трудная, так как сила упругости — величина переменная.

109



Совсем иначе движется тело, которому сообщена начальная скорость, перпендикулярная действующей на тело силе упругости. Мы уже рассматривали подобный случай в § 24 (см. рис. 81). Там мы выяснили, что при таком взаимном направлении скорости и силы упругости тело движется по окружности.

Следовательно, когда сила упругости направлена перпендикулярно начальной скорости движения тела, она сообщает ему центростремительное ускорение и заставляет тело двигаться по окружности.

Вопросы

1. Какое движение совершает тело, если единственной действующей силой является сила упругости?
2. Что можно сказать об ускорении тела, на которое действует переменная сила (например, сила упругости)?
3. Как должна быть направлена сила упругости, приложенная к движущемуся с некоторой скоростью телу, чтобы движение тела стало колебательным?

Задание

Проследить за поведением тела, взвешиваемого на пружинных весах. Сразу ли оно приходит в состояние покоя?

36. Движение под действием силы тяжести: тело движется по вертикали

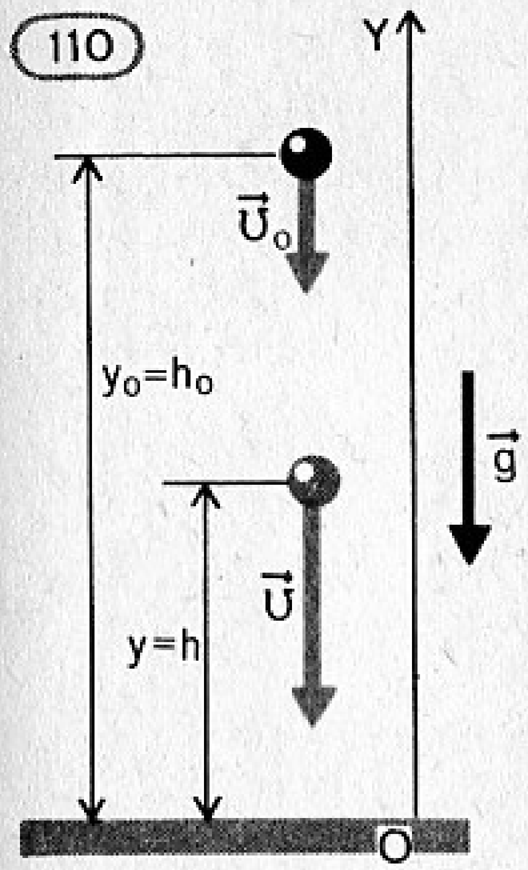
Еще в конце XVI в. Галилео Галилей установил, что движение свободно падающего тела — это движение равноускоренное. Кроме того, он установил, что все тела падают с одинаковым ускорением. Выполненные позже измерения показали, что это ускорение по модулю равно 9,8 м/с^2. Тогда, во времена Галилея и еще долго после него, это были факты, установленные из наблюдений и измерений, но факты довольно загадочные, не имевшие никакого объяснения.

Только законы движения Ньютона и закон всемирного тяготения объясняют эти факты. Тела, падая, движутся с ускорением потому, что на них действует сила тяжести. Ускорение падающих вблизи поверхности Земли тел постоянно потому, что постоянна сила тяжести. Наконец, то, что все тела независимо от их массы движутся при падении с одинаковым ускорением, объясняется тем, что сила тяжести, как и вообще сила всемирного тяготения, пропорциональна массе тела, к которому она приложена. Об этом было рассказано в § 30.

Итак, под действием силы тяжести тело движется равноускоренно, вектор ускорения $\vec{g}$ направлен вниз («низ» — это и есть направление вектора $\vec{g}$ в данном месте), а модуль его равен 9,8 м/с^2.

Следует иметь в виду, что ускорение падающего тела не изменится, если мы толкнем тело вниз, сообщив ему начальную скорость $\vec{v}_0$. Только нарастание скорости начнется не от нулевого значения, а от значения v_0.

Ускорение останется таким же как по модулю, так и по направлению и в том случае, если тело бросить с начальной скоростью вверх. Во всех этих случаях траекторией движения тела будет вертикальная прямая, следовательно, тело совершает прямолинейное равноускоренное движение.



При решении задач, относящихся к такому движению, в качестве тела отсчета удобно, хотя и не обязательно, выбирать Землю с началом отсчета координаты на ее поверхности или в любой точке выше или ниже поверхности, а координатную ось направлять по вертикали вверх или вниз. Высоту принято обозначать буквой h. Тогда (рис. 110) координата y тела будет просто высотой его над точкой начала отсчета. Проекции перемещения тела $y-y_0$ в этом случае соответствует изменение высоты. Поэтому проекция перемещения равна $h-h_0$, где h_0 — начальная высота ($h_0=y_0$).

Формулы для вычисления координат (высот) и скоростей ничем не отличаются от формул, полученных нами в § 11—12 для прямолинейного равноускоренного движения.

Координата тела (высота):

$$\boxed{y=h=h_0+v_{0y}t+\frac{g_yt^2}{2}.} \tag{1}$$

Скорость тела в любой момент времени:

$$\boxed{v_y=v_{0y}+g_yt.} \tag{2}$$

Скорость тела в любой точке пути:

$$\boxed{v_y^2=v_{0y}^2+2g_y(h-h_0).} \tag{3}$$

Проекция g_y положительна, если ось Y направлена вниз, и отрицательна, если ось Y направлена вверх. Проекции v_{0y} и v_y положительны, если скорости сонаправлены с осью, и отрицательны, если скорости и ось имеют противоположные направления.

Вопросы

1. Что называется свободным падением тел?
2. С каким ускорением движется свободно падающее тело; тело, брошенное вниз?
3. С каким ускорением движется тело, брошенное вверх? Чему равно и как направлено это ускорение?
4. Чем отличается ускорение, сообщаемое телам силой тяжести, от ускорения, которое сообщают им другие силы?

5. Почему ускорение, сообщаемое телу силой тяжести, постоянно и не зависит от его массы?

6. Если бы тело падало на Землю с высоты в несколько сот или тысяч километров, было бы его движение равноускоренным? Зависело бы в этом случае ускорение от массы тела?

Примеры решения задач

1. Некоторое тело упало с высоты 100 м. Найти время падения тела на землю и его скорость в момент удара о землю.

Решение. Выберем начало отсчета координаты y (высоты) на поверхности Земли, а координатную ось Y направим вверх (см. рис. 110). Тогда $g_y = -g$, $v_y = -v$, $v_{0y} = 0$ (тело упало, а не брошено!). Наконец, в момент приземления $h = 0$.

Время падения найдем, используя формулу (1) (см. с. 121), которая принимает вид:

$$0 = h_0 + 0 - \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}, \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 100\ \text{м}}{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 4{,}5\ \text{с}. \qquad (1)$$

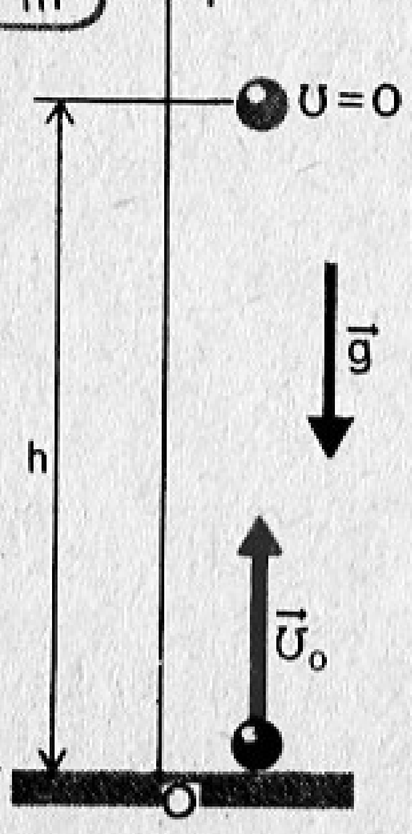
Скорость приземления вычислим по формуле (2) (см. с. 121), которая в данном случае имеет вид:

$$-v = 0 - gt, \quad \text{или } v = gt,$$

$$v = 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4{,}5\ \text{с} \approx 44\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2. На какую максимальную высоту поднимется тело, брошенное вверх с начальной скоростью $v_0 = 44$ м/с? Вычислить время подъема на эту высоту.

111



Решение. Как и при решении предыдущей задачи, направим координатную ось Y вверх (рис. 111). В этом случае $v_{0y} = v_0$, $g_y = -g$. В высшей точке подъема $v = 0$. Тогда уравнение (2) (см. с. 121) принимает вид:

$$0 = v_0 - gt.$$

Отсюда находим время подъема:

$$t = \frac{v_0}{g}, \quad t = \frac{44\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 4{,}5\ \text{с}. \qquad (2)$$

Так как $h_0=0$, то высоту подъема можно вычислить, пользуясь формулой (3) (см. с. 121). С учетом условия задачи имеем:

$$0=v_0^2-2gh,$$

отсюда

$$h=\frac{v_0^2}{2g},\ h=\frac{\left(44\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2\cdot 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}\approx 100\ \text{м}. \qquad (3)$$

Сравнивая задачи 1 и 2, мы видим, что время падения тела с некоторой высоты равно времени его подъема на эту же высоту, если начальная скорость брошенного вверх тела равна конечной скорости падающего тела. Это и неудивительно. Ведь на падающее тело и на тело, брошенное вверх, действует одна и та же сила — сила тяжести $\vec{F}_т$, сообщающая им одинаковое ускорение $\vec{g}$.

Упражнение 17

При решении задач считать, что сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1. Камень падал до дна ущелья 4,0 с. Какова глубина ущелья?

2. Сколько времени падал бы груз с верхней точки Останкинской телевизионной башни (540 м)? Какова была бы его скорость в момент падения на землю?

3. За какое время тело, начавшее падение вниз из состояния покоя, пройдет путь, равный 4,9 м? Какова его скорость в конце этого пути?

4. Стоя на краю скалы высотой 180 м над землей, мальчик уронил камень, а вслед за тем через секунду он бросил вниз второй камень. Какую начальную скорость сообщил он второму камню, если оба камня упали на землю одновременно?

5. Тело свободно падает с высоты 20 м над землей. Какую скорость имеет тело в момент удара о землю и на какой высоте его скорость будет вдвое меньше?

6. На цветной вклейке *I* изображены последовательные положения свободно падающего шарика через каждые 0,1 с. Пользуясь рисунком, определить ускорение свободного падения, если начальная скорость шарика равна нулю. Масштаб выбран так, что размер клетки 4,9×4,9 см.

7. Стрела выпущена из лука вертикально вверх со скоростью 30 м/с. На какую высоту она поднимется?

8. Тело, брошенное с земли вертикально вверх, упало через 8,0 с. Найти, на какую высоту оно поднялось и какова была его начальная скорость.

9. Из пружинного пистолета, находящегося на высоте 2,0 м над землей, вылетает вертикально вверх шарик со скоростью 5,0 м/с. Определить, на какую максимальную высоту он поднимется и какую скорость шарик будет иметь в момент падения на землю. Сколько времени шарик находился в полете? Каково его перемещение за первые 0,2 с полета?

10. Тело брошено вертикально вверх со скоростью 40 м/с. На какой высоте оно окажется через 3 и 5 с и какие при этом у него будут скорости? Принять $g=10$ м/с^2.

11. Два тела брошены вертикально вверх с различными начальными скоростями. Одно из них достигло вчетверо большей высоты, чем другое. Во сколько раз его начальная скорость была больше начальной скорости другого тела?

12. Брошенное вверх тело пролетает мимо окна со скоростью 12 м/с. С какой скоростью оно будет пролетать мимо того же окна вниз?

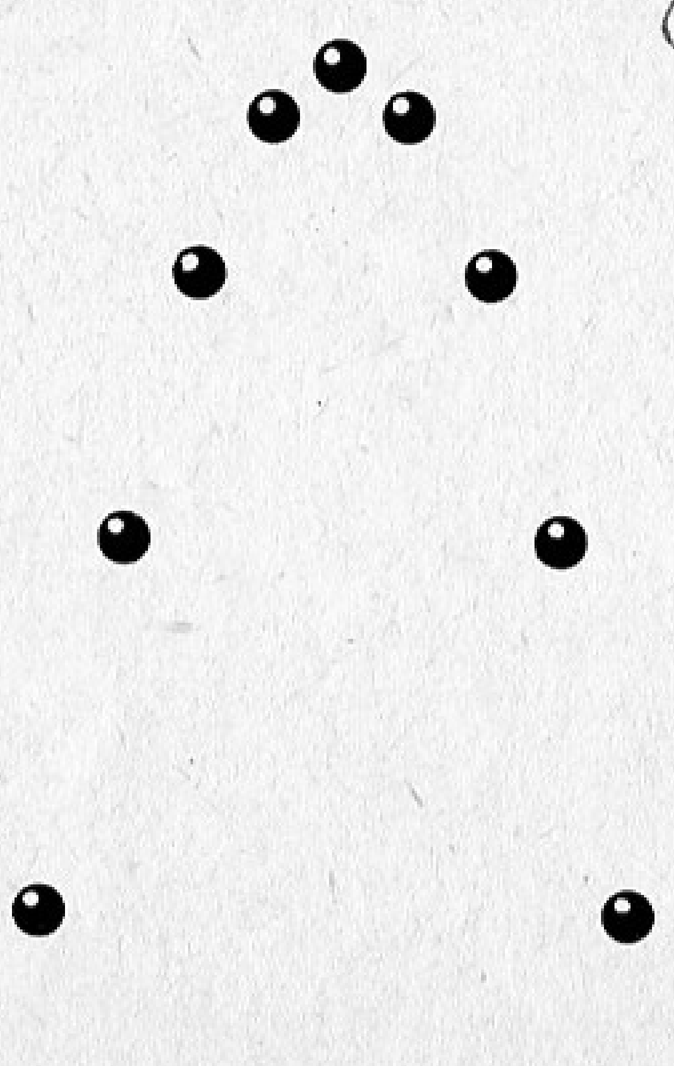
37. Движение под действием силы тяжести: начальная скорость тела направлена под углом к горизонту

Довольно часто приходится иметь дело с движением тел, получивших начальную скорость не параллельно силе тяжести, а под некоторым углом к ней (или к горизонту). О таком теле говорят, что оно брошено под углом к горизонту. Когда, например, спортсмен толкает ядро, метает диск или копье, он сообщает этим предметам именно такую начальную скорость. При артиллерийской стрельбе стволам орудий придается некоторый угол возвышения, так что вылетевший снаряд тоже получает начальную скорость, направленную под углом к горизонту.

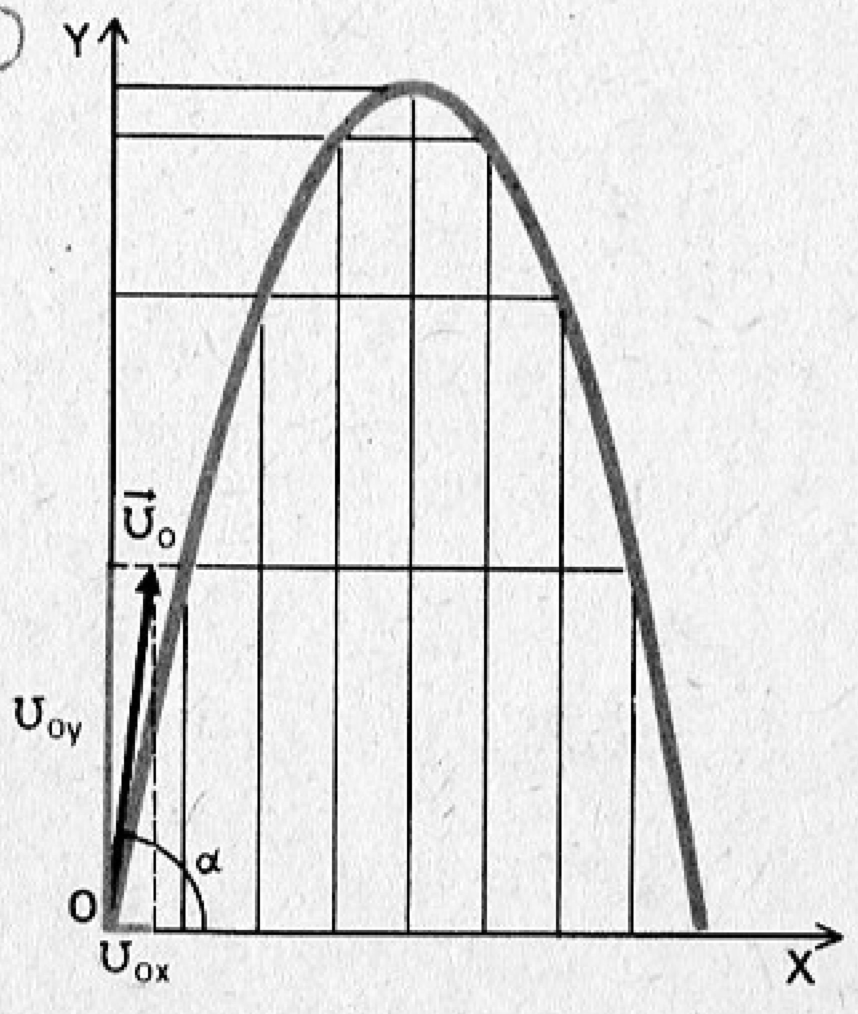
Будем считать, что силой сопротивления воздуха можно пренебречь. Как в этом случае движется тело?

На рисунке 112 показан стробоскопический снимок шарика, брошенного под углом 60° к горизонту. Соединив последовательные положения шарика плавной линией, получим траекторию движения шарика. Это знакомая из курса алгебры VII класса кривая, которая называется *параболой*.

112



113



О том, что тело, брошенное под углом к горизонту, движется по параболе, знал еще Галилей. И опять только законы движения Ньютона и закон всемирного тяготения дают этому объяснение.

Пусть из некоторой точки с начальной скоростью $\vec{v}_0$, направленной под углом α к горизонту, брошено тело. Примем за начало отсчета точку, из которой тело брошено, и ось X направим горизонтально, а ось Y — вертикально (рис. 113). За начало отсчета времени примем момент времени, когда тело было брошено. Из рисунка видно, что проекции начальной скорости $\vec{v}_0$ на оси Y и X равны соответственно $v_0 \sin\alpha$ и $v_0 \cos\alpha$, где v_0 — модуль вектора начальной скорости $\vec{v}_0$:

$$\boxed{v_{0y} = v_0 \sin\alpha;} \qquad \boxed{v_{0x} = v_0 \cos\alpha.}$$

Так как на тело действует только сила тяжести, направленная по вертикали вниз, то изменяться при движении тела будет только проекция вектора скорости $\vec{v}$ на ось Y, проекция же скорости на ось X изменяться не будет.

Поэтому координата x тела с течением времени изменяется так же, как при прямолинейном равномерном движении:

$$x = v_{0x}t. \tag{1}$$

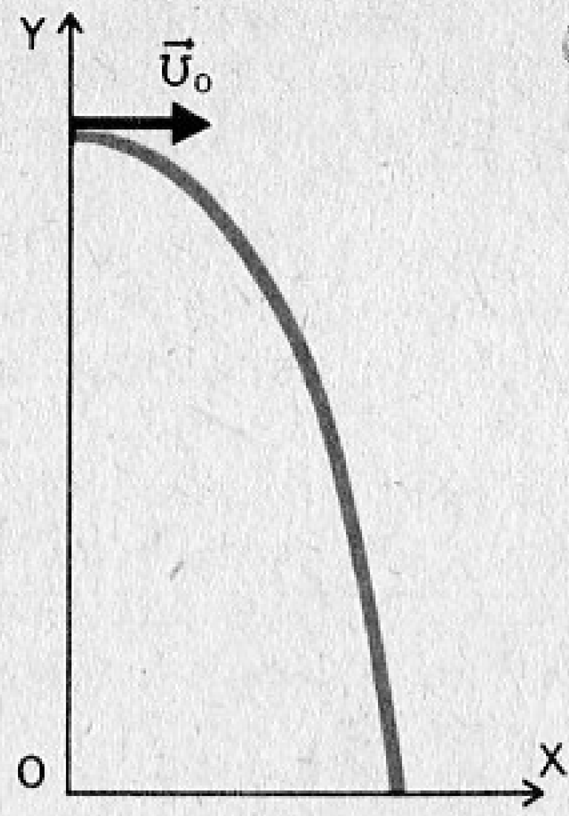
Координата же y изменяется так же, как при прямолинейном равноускоренном движении:

$$y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \tag{2}$$

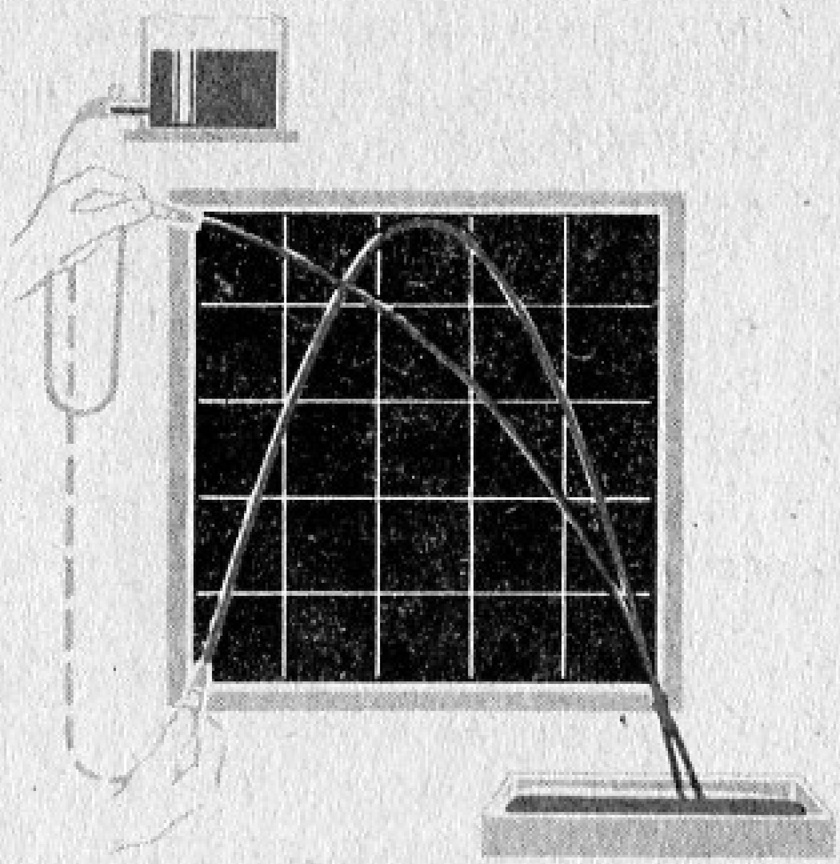
Чтобы построить траекторию движения тела, надо подставить в уравнения (1) и (2) последовательно увеличивающиеся значения времени t и вычислить координаты x и y для каждого момента времени t. По этим координатам надо нанести точки, которые будут изображать последовательные положения тела. Плавная кривая, проведенная через эти точки, и есть интересующая нас траектория. Она показана на рисунке 113. Имея эту кривую, можно узнать значение одной из координат при том или ином значении другой координаты.

Тело брошено горизонтально. Тело можно бросить и так, что его начальная скорость $\vec{v}_0$ будет направлена горизонтально ($\alpha = 0$). Так направлена, например, начальная скорость тела, оторвавшегося от горизонтально летящего самолета. Легко выяснить, по какой траектории станет двигаться такое тело. Для этого обратимся к рисунку 113, на котором показана траектория движения тела, брошенного под углом к горизонту. В высшей точке параболы скорость тела как раз и направлена горизонтально. И мы знаем, что после этой точки тело движется по правой ветви параболы. Очевидно, что и всякое

114



115



тело, брошенное с некоторой начальной скоростью $\vec{v}_0$, направленной горизонтально, будет двигаться по ветви параболы (рис. 114).

Траекторию движения тел, брошенных горизонтально или под углом к горизонту, можно наглядно увидеть в простом опыте. Сосуд, наполненный водой, помещают на некоторой высоте над столом и соединяют резиновой трубкой с наконечником, снабженным краном (рис. 115). Выпускаемые струи непосредственно показывают траектории частиц воды. Изменяя угол, под которым выпускают струю, можно убедиться в том, что наибольшая дальность достигается при угле 45°.

Мы рассмотрели несколько примеров движения тел под действием силы тяжести. Из них видно, что во всех случаях тело движется с ускорением $\vec{g}$, сообщаемым ему силой тяжести. Это ускорение совершенно не зависит от того, имело ли тело еще и начальную скорость в горизонтальном направлении или нет. Можно даже сказать, что во всех этих случаях тело совершает свободное падение.

Поэтому, например, пуля, выпущенная стрелком из ружья в горизонтальном направлении, упадет на землю одновременно с пулей, случайно оброненной стрелком в момент выстрела. Но оброненная пуля упадет у ног стрелка, а вылетевшая из ружейного ствола — в нескольких сотнях метров от него.

На цветной вклейке *I, б* представлена стробоскопическая фотография двух шариков, из которых один падает вертикально, а второму одновременно с началом падения первого сообщена скорость в горизонтальном направлении. На фотографии видно, что в одни и те же моменты времени (моменты вспышек света) оба шарика находятся на одной и той же высоте и, конечно, одновременно достигают земли.

Рассматривая движение тела, брошенного горизонтально или под углом к горизонту, мы считали, что тело находится под действием только силы тяжести. В действительности это не так. Наряду с силой тяжести на тело всегда действует сила сопротивления (трения) со стороны воздуха. А она приводит к уменьшению скорости.

Действие силы сопротивления приводит также к тому, что траекторией движения тела, брошенного горизонтально или под углом к горизонту, оказывается не парабола, а более сложная кривая.

Вопросы

1. Что общего в движении тел, брошенных вертикально, горизонтально и под углом к горизонту?
2. По какой траектории движется тело, брошенное под углом к горизонту?
3. Какая сила действует на тело, брошенное под углом к горизонту, во время его движения?
4. Можно ли движение тела, брошенного под углом к горизонту, считать равноускоренным?
5. С каким ускорением движется тело, брошенное под углом к горизонту? Как направлено это ускорение?
Указание. При ответах на вопросы считать, что трением можно пренебречь.

Примеры решения задач

1. Снаряд вылетел из пушки под углом α к горизонту с начальной скоростью $\vec{v}_0$. Найти: а) время полета снаряда; б) максимальную высоту его подъёма; в) дальность полета снаряда.

Решение. Движение тела, брошенного под углом к горизонту, описывается уравнениями (1) и (2) (с. 125).

Так как $v_{0x}=v_0\cos\alpha$, $v_{0y}=v_0\sin\alpha$, $g_y=-g$, то

$$x=v_0t\cos\alpha,\ y=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}.$$

а) В конце полета снаряда координата $y=0$, поэтому время полета найдем из уравнения для координаты y:

$$0=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}.$$

Решая его, получим:

$$t_1=0,\ t_2=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}.$$

Значение $t_1=0$ соответствует началу полета (в этот момент координата y тоже равна нулю), а t_2 — времени полета:

$$t_{\text{полета}}=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}.$$

б) Благодаря симметрии параболы время подъема до ее вершины вдвое меньше времени полета, т. е.

$$t_{\text{подъема}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Максимальная высота подъема $h_{\max}$ — это значение координаты y, которое получится, если в выражение для координаты y вместо t подставить найденное значение времени подъема:

$$h_{\max} = v_0 \sin\alpha \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2,$$

или после упрощения:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}. \qquad (1)$$

в) Дальность полета l равна значению координаты x, которое получится, если в формулу для координаты x вместо t подставить время полета.

Следовательно,

$$l = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}.$$

Легко установить, при каком угле α дальность полета максимальна.

Из алгебры известно, что $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$. Поэтому выражение для дальности полета может быть записано так:

$$l = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \qquad (2)$$

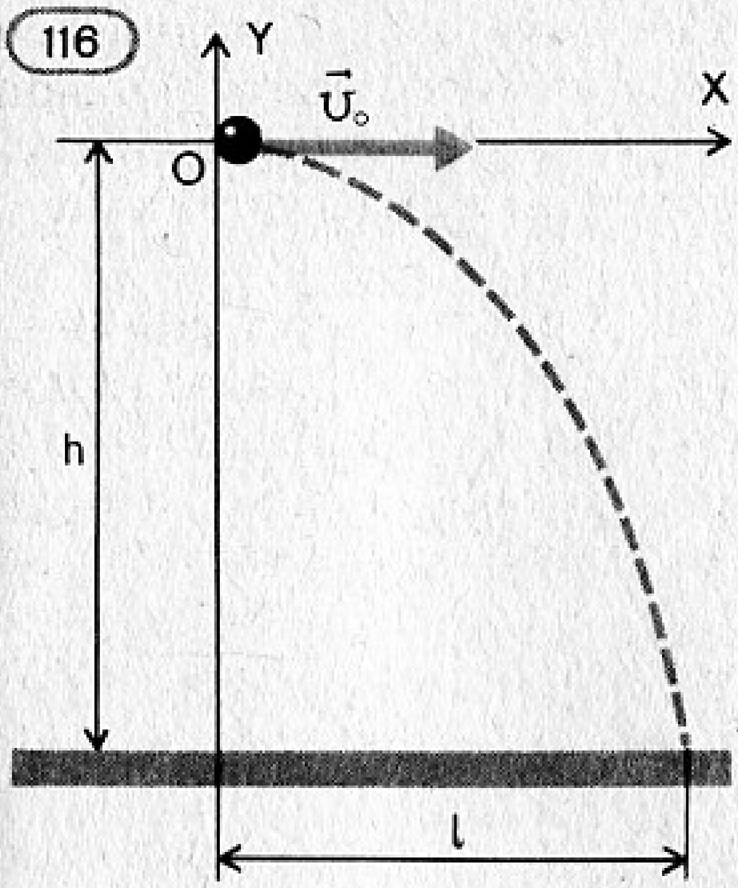
Отсюда видно, что дальность будет наибольшей, если $\sin 2\alpha = 1$. Это значит, что $2\alpha = 90°$, или $\alpha = 45°$.

Заметим, что дальность полета и высота подъема тела в воздухе всегда меньше, чем это следует из формул (1) и (2), так как воздух оказывает сопротивление движению.

2. С самолета, летящего в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 720$ км/ч, на высоте $h = 3920$ м над землей сброшен груз. Как далеко от места, над которым был сброшен груз, он упадет на землю?

Решение. Сброшенный груз в момент отделения от самолета имеет начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную горизонтально и равную по модулю скорости самолета. Этот момент примем за начало отсчета времени, а за начало координат примем точку, откуда был сброшен груз. Ось X направим горизонтально, а ось Y — вертикально вверх (рис. 116). Дви-

116



жение груза описывается известными нам уравнениями:

$$x = v_0 t \cos\alpha, \quad y = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

В нашей задаче $\alpha = 0$, следовательно, $\sin\alpha = 0$, $\cos\alpha = 1$. Тогда уравнения, описывающие движение сброшенного с самолета груза, примут вид:

$$x = v_0 t, \quad y = -\frac{gt^2}{2}.$$

Дальность полета l — это значение координаты x, которое она будет иметь, если вместо времени t подставить время падения груза. Это время можно найти из уравнения для координаты y. В момент приземления $-y = h$, поэтому

$$-h = -\frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда находим время падения груза:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Следовательно,

$$l = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad l = 200\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{\frac{2 \cdot 3920\ \text{м}}{9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 5600\ \text{м}.$$

Упражнение 18

1. Мяч брошен под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Определить высоту подъема, а также время и дальность полета мяча.
2. Пуля вылетает в горизонтальном направлении и летит со средней скоростью 800 м/с. На сколько снизится пуля в отвесном направлении во время полета, если расстояние до цели равно 600 м?

Задание

Показать, что формулы, описывающие движение тела, брошенного вертикально вверх (формулы 2, 3, с. 122—123), получаются как частный случай формул для движения тела, брошенного под углом α к горизонту (см. с. 128), если этот угол считать равным 90° ($\alpha = 90°$).

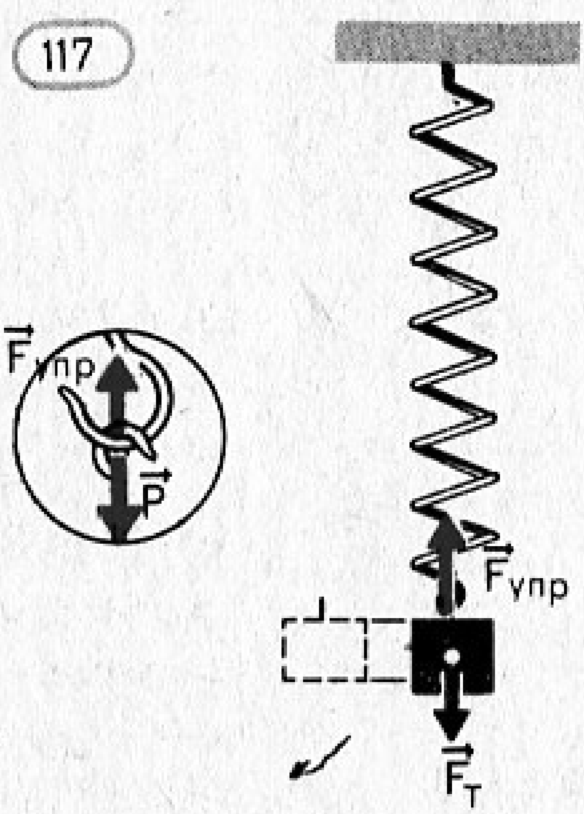
38. Вес тела. Невесомость

Вес тела. Напомним (см. «Физику, 6—7», § 29), что *вес тела — это сила, с которой тело вследствие его притяжения к Земле действует на опору или подвес.*

Почему такая сила возникает, как она направлена и чему равна?

Рассмотрим, например, тело, подвешенное к пружине, один конец которой закреплен (рис. 117, справа). На тело действует сила тяжести $\vec{F}_{т} = m\vec{g}$, направленная вниз. Оно поэтому начинает падать вниз, увлекая за собой нижний конец пружины. Пружина из-за этого окажется деформированной, и появится сила упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины. Она приложена к верхнему краю тела и направлена вверх. Верхний край тела будет поэтому «отставать» в своем падении от остальных его частей, к которым сила упругости пружины не приложена. Тело вследствие этого тоже деформируется (это показано на рисунке 117 в сильно увеличенном виде). Возникает еще одна сила упругости — сила упругости деформированного тела. Она приложена к пружине и направлена вниз (см. рис. 117, слева). Вот эта сила и представляет собой вес тела. Обозначают вес тела буквой P. По третьему закону Ньютона обе силы упругости равны по модулю и направлены в противоположные стороны.

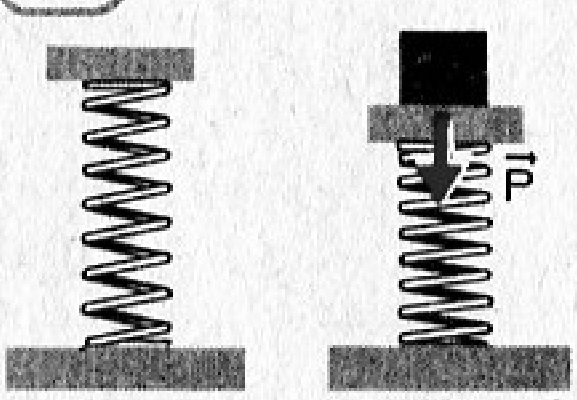
117



После нескольких колебаний тело оказывается в покое. Это значит, что сила тяжести $m\vec{g}$ по модулю равна силе упругости пружины (см. рис. 117, справа). Но этой же силе равен и вес тела $\vec{P}$. Таким образом, в нашем примере вес тела по модулю равен силе тяжести $m\vec{g}$:

$$P = mg.$$

118

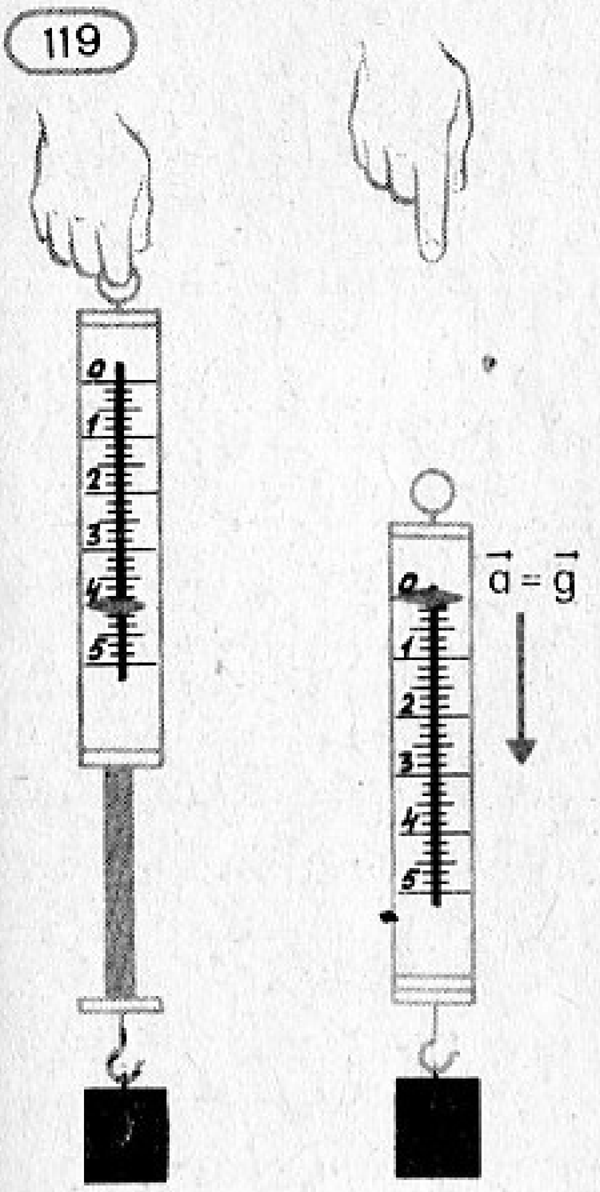


Но это не значит, что вес тела и сила тяжести, приложенная к нему, это одинаковые силы. Сила тяжести — это *гравитационная* сила, приложенная к телу. Вес тела — это сила упругости, приложенная к *подвесу*.

Если тело не подвешено, а установлено на опоре (рис. 118), то и на опору действует сила, возникающая аналогичным образом и тоже называемая весом.

Невесомость. Представим себе, что пружину с подвешенным к ней грузом (лучше — пружинные весы) держат в руках

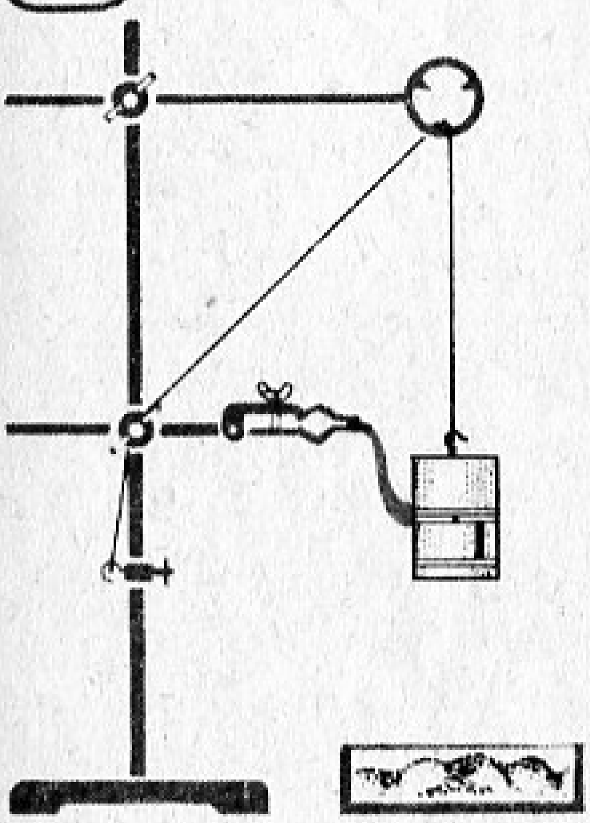
119



(рис. 119). По шкале пружинных весов можно отсчитать вес тела. Если рука, держащая весы, покоится, весы покажут, что вес тела P равен силе тяжести mg. А теперь представим себе, что весы выпустили из рук и они вместе с грузом свободно падают. Легко заметить, что при этом стрелка весов устанавливается на нуле, показывая, что вес тела стал равным нулю. И это понятно. При свободном падении и весы, и груз движутся с одинаковым ускорением, равным g. Нижний конец пружины не увлекается грузом, а сам следует за ним, и пружина не деформируется. Поэтому нет силы упругости, которая действовала бы на груз. Это значит, что и груз тоже не деформируется и не действует на пружину. Вес исчез! Груз, как говорят, стал *невесомым*.

Невесомость объясняется свойством силы всемирного тяготения и, в частности, силы тяжести сообщать всем телам (в нашем случае — грузу и пружине весов) одинаковое ускорение (см. § 30). Поэтому всякое тело, которое движется под действием *только силы тяжести,* или, вообще, силы всемирного тяготения, находится в состоянии *невесомости*. Именно в таких условиях и находится всякое свободно падающее тело. Но надо помнить, что если в нашем опыте стрелка весов стоит на нуле, то это не значит, что исчезла сила тяжести. Исчез *вес*, т. е. сила, с которой груз действует на подвес. Сила же тяжести, действующая и на весы, и на груз, остается, и именно она — причина свободного падения.

120

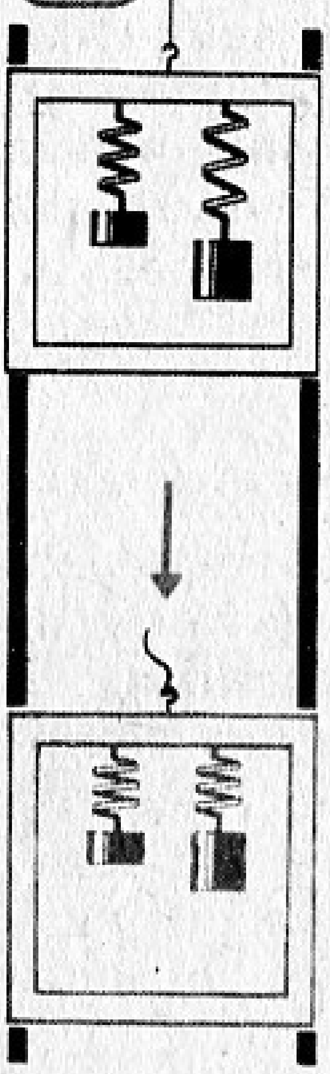


Состояние невесомости совсем не редкое для людей состояние. В таком состоянии находится прыгун с момента отрыва от земли и до момента приземления; пловец, прыгающий с вышки,— с момента отделения от вышки до соприкосновения с водой. Даже бегун в короткие промежутки времени между касаниями ногой земли находится в состоянии невесомости.

Возникновение состояния невесомости при свободном падении можно наблюдать в следующем опыте.

Между гирями наборного груза (рис. 120) закладывают

121



полоску бумаги и свободный ее конец прочно зажимают в лапке штатива. Если медленно опускать груз, то полоска натягивается, т. е. деформируется, и рвется. Из этого следует, что бумажная полоска была достаточно сильно зажата грузами. Заменив порванную полоску другой, целой, дают возможность грузу свободно падать. Бумажная полоска при этом повисает неповрежденной на лапке штатива. Этот опыт показывает, что при свободном падении давление гири на опору отсутствует, т. е. гиря при падении стала невесомой.

Еще один опыт показан на рисунке 121. В рамке, которая может скользить по двум направляющим стержням, на двух одинаковых пружинах подвешены два различных груза. Они, конечно, по-разному растягивают пружины. Но если пережечь нить, удерживающую рамку, то рамка будет свободно падать и можно увидеть, что деформации пружин исчезли: грузы стали невесомыми!

Вопросы

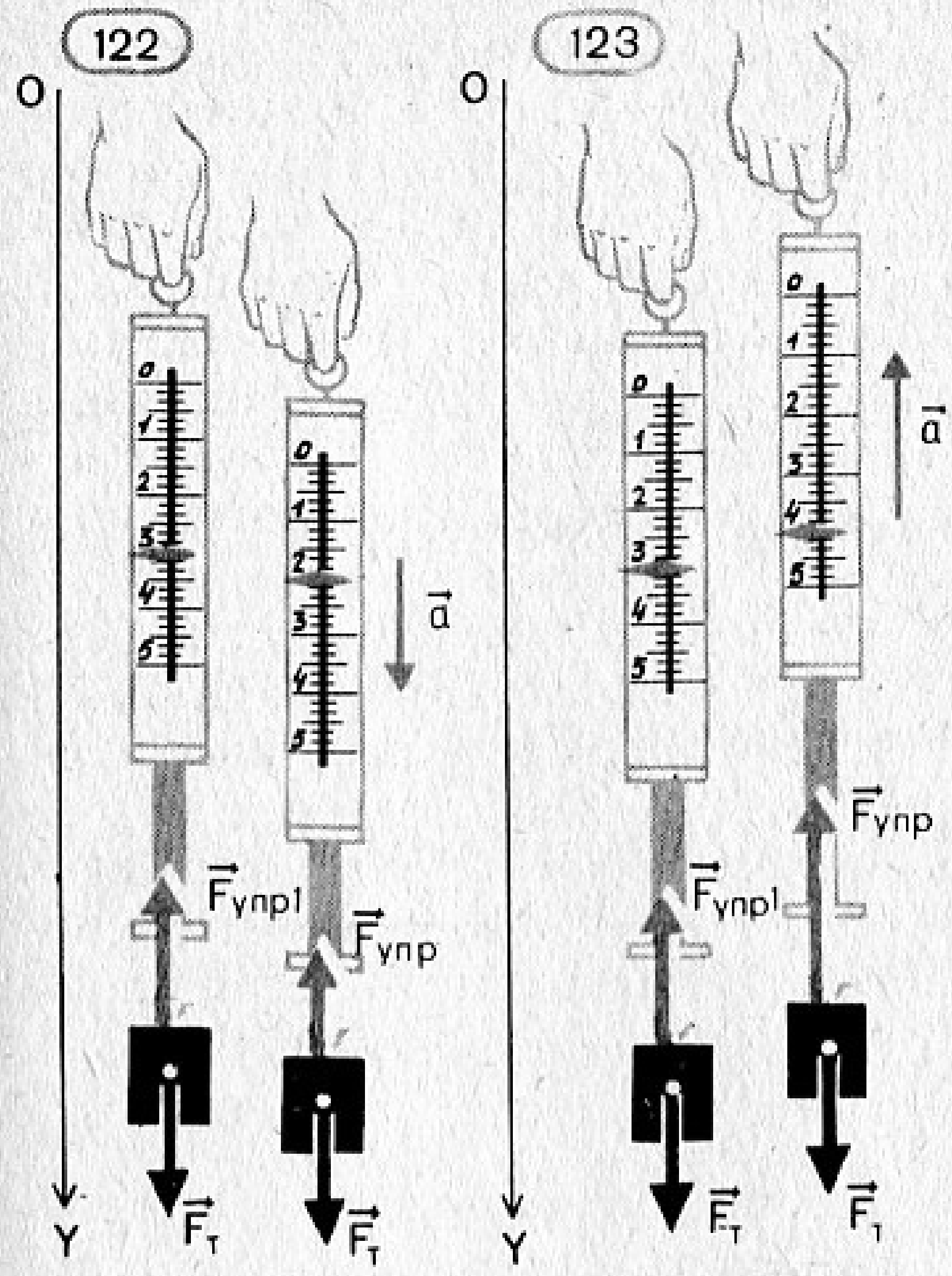
1. Что такое вес тела?
2. В чем различие между весом тела и силой тяжести, действующей на тело?
3. Тело находится на опоре. Какие силы действуют на это тело и на опору?
4. В каких случаях тело находится в состоянии невесомости и в чем состоит общая причина невесомости?
5. Находится ли в состоянии невесомости тело, брошенное вертикально вверх? Трением в воздухе пренебречь.
6. Находится ли тело, брошенное горизонтально, во время своего движения в состоянии невесомости? А тело, брошенное под углом к горизонту? Трением в воздухе пренебречь.

39. Вес тела, движущегося с ускорением

Вес тела может быть меньше силы тяжести. Рассмотрим теперь случай, когда тело вместе с пружинными весами движется относительно Земли с ускорением, но не совершает свободного падения. Для этого можно, не выпуская весы из рук, просто резко опустить их *вниз,* сообщив им некоторое ускорение $\vec{a}$, направленное вниз (рис. 122). Легко заметить, что при этом стрелка весов поднимется вверх. Это значит, что вес тела стал меньше, чем он был, когда весы и тело покоились. Почему уменьшился вес?

На тело действуют: сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, направленная вниз, и сила упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины весов, направленная вверх. Вместе они и сообщают телу ускорение $\vec{a}$. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{упр} + m\vec{g} = m\vec{a}. \qquad (1)$$



Все три вектора, входящие в это уравнение, параллельны оси Y, которую мы направили по вертикали вниз (см. рис. 122). Поэтому для проекций этих векторов на ось Y формула (1) примет вид:

$$(F_{упр})_y + mg_y = ma_y. \quad (2)$$

Векторы $\vec{g}$ и $\vec{a}$ сонаправлены с осью Y, поэтому их проекции положительны и равны модулям самих векторов: $g_y = g$, $a_y = a$. А вектор $\vec{F}_{упр}$ направлен в сторону, противоположную оси Y, значит, его проекция отрицательна: $(F_{упр})_y = -F_{упр}$. Поэтому формулу (2) можно записать в виде

$$-F_{упр} + mg = ma, \text{ или } F_{упр} = mg - ma.$$

Вес P тела по модулю равен силе $F_{упр}$ (согласно третьему закону Ньютона), так что

$$P = mg - ma. \quad (3)$$

Отсюда видно, что если $a < g$, то вес тела меньше силы тяжести mg, т. е. меньше веса покоящегося тела.

Если тело (разумеется, вместе с опорой или подвесом) *движется с ускорением, которое направлено так же, как ускорение свободного падения, то его вес меньше веса покоящегося тела.*

Напомним еще раз, что речь идет об уменьшении веса, а не силы тяжести.

Вес тела может быть и больше силы тяжести. Если весы с подвешенным к ним телом резко поднять *вверх*, сообщив им ускорение $\vec{a}$, направленное вверх (рис. 123), то стрелка весов опустится, показывая, что вес тела увеличился. Приведенные выше рассуждения справедливы и для этого случая с той только разницей, что теперь проекция вектора $\vec{a}$ на ось Y отрицательна, поэтому формула для модуля веса принимает вид:

$$P = mg + ma. \quad (4)$$

Вес тела теперь больше силы тяжести mg, т. е. больше веса покоящегося тела.

● *Если тело движется с ускорением, направленным противоположно ускорению свободного падения, то его вес больше веса покоящегося тела.*

Увеличение веса тела, вызванное его ускоренным движением, называется *перегрузкой*.

Вес уменьшается или увеличивается не только тогда, когда ускоренно движущееся тело подвешено к пружине или пружинным весам. То же самое относится к любому подвесу, к любой опоре.

Приведем некоторые примеры изменения веса тела при его ускоренном движении.

1. Автомобиль, движущийся по выпуклому мосту (рис. 124), легче того же автомобиля, неподвижно стоящего на том же мосту.

Действительно, движение по выпуклому мосту — это движение по части окружности. Поэтому автомобиль движется с центростремительным ускорением, равным по модулю:

$$a=\frac{v^2}{r},$$

где v — скорость автомобиля; r — радиус кривизны. В момент, когда автомобиль находится в высшей точке моста, это ускорение направлено по вертикали вниз. Оно сообщается автомобилю равнодействующей силы тяжести $\vec{F}_т=m\vec{g}$ и силы $\vec{N}$ реакции моста.

Уравнение, выражающее второй закон Ньютона в векторной форме, запишется так:

$$m\vec{g}+\vec{N}=m\vec{a}.$$

Направим координатную ось Y вертикально вниз и перепишем это уравнение для проекций векторов на эту ось:

$$mg_y+N_y=ma_y.$$

Ясно, что

$$g_y=g,\ N_y=-N \text{ и } a_y=a=\frac{v^2}{r}.$$

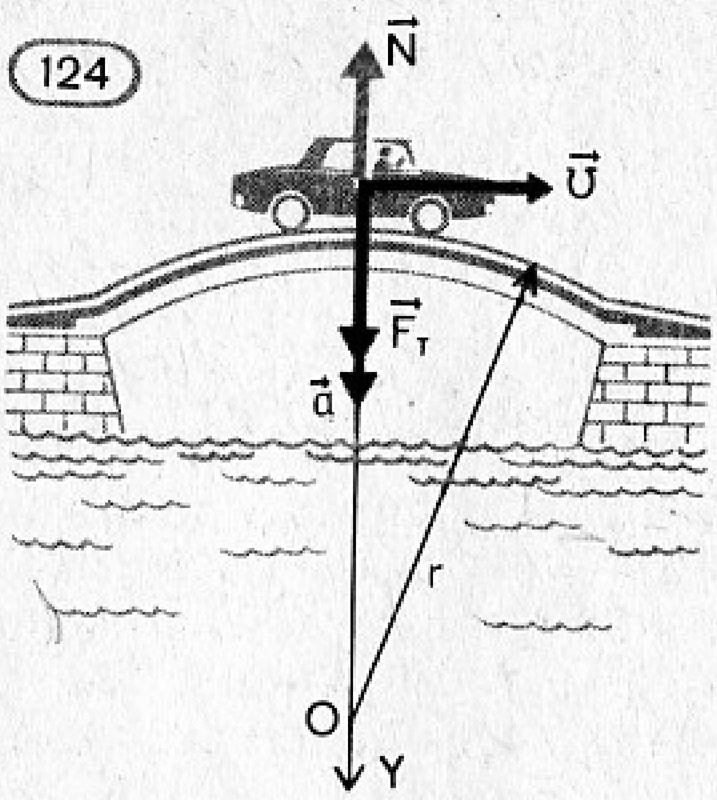
Тогда

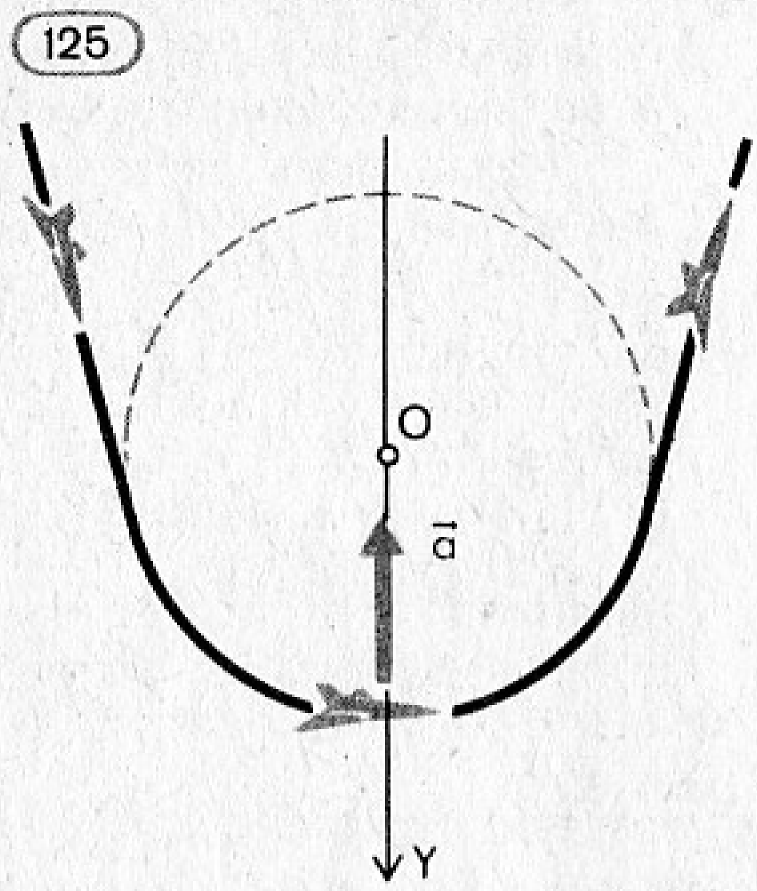
$$mg-N=m\frac{v^2}{r},$$

откуда

$$N=m\left(g-\frac{v^2}{r}\right).$$

Вес автомобиля $\vec{P}$ (сила, с которой он давит на мост) по третьему закону Ньютона направлен противоположно силе





реакции моста $\vec{N}$, а по модулю эти силы равны, следовательно,

$$P = N = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right),\ P < mg.$$

Точно так же уменьшается и вес пассажиров, едущих в автомобиле по выпуклому мосту.

2. Летчик, выводящий самолет из пикирования (рис. 125), в нижней части траектории подвергается перегрузке. В самом деле, в этой части траектории самолет движется по окружности с центростремительным ускорением, направленным к ее центру по вертикали вверх. Модуль ускорения равен:

$$a = \frac{v^2}{r}.$$

Но его проекция на вертикальную ось, направленную вниз, отрицательна:

$$a_y = -a = -\frac{v^2}{r}.$$

Следовательно, вес летчика, т. е. сила, с которой он действует на опору (сиденье), в соответствии с формулой (4) будет определяться выражением

$$P = m(g + a) = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right),\ \text{т. е. } P > mg.$$

Таким образом, вес летчика больше «нормального» веса, равного силе тяжести mg, на величину $\frac{mv^2}{r}$. Если при выходе из пикирования центростремительное ускорение $\frac{v^2}{r}$ превышает по модулю ускорение свободного падения g в n раз $\left(\frac{v^2}{r} = ng\right)$, то вес летчика $P = m(g + ng) = mg(n+1)$, т. е. он будет в $n+1$ раз больше «нормального» веса летчика.

При перегрузке увеличивают свой вес и внутренние органы летчика, увеличивается сила, с которой они действуют друг на друга и на его остов (скелет). Это вызывает болезненные ощущения, а при чрезмерной перегрузке может стать опасным для здоровья. Тренированные пилоты выдерживают перегрузку до 10 mg (обычно перегрузку выражают не через величину mg, а через величину g и говорят, что перегрузка равна, например, 10 g).

Вопросы

1. Как изменяется вес тела при его ускоренном движении?
2. Изменяется ли вес тела, если оно движется с ускорением в горизонтальном направлении?
3. Как изменяется вес космонавта при старте ракеты, выводящей космический корабль на орбиту?
4. Как изменяется вес космонавта при торможении приземляющегося корабля?
5. Что можно сказать о весе летчика, совершающего фигуру «мертвая петля» (петля Нестерова), когда он находится в нижней и верхней точках фигуры?

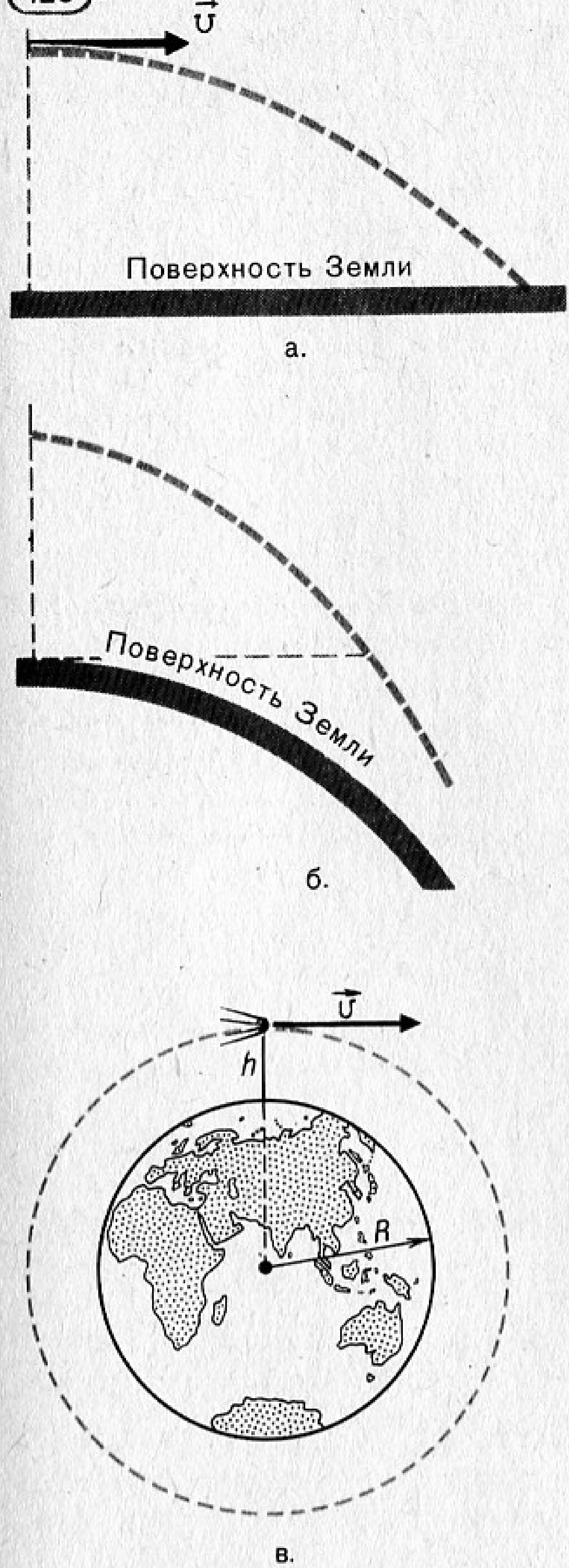
Упражнение 19

1. Бетонную плиту массой 500 кг подъемным краном равномерно перемещают: а) вертикально вверх; б) горизонтально; в) вертикально вниз. Чему равны действующая на плиту сила тяжести и ее вес в каждом из этих случаев?
2. На дне шахтной клети лежит груз массой 100 кг. Каков будет вес этого груза, если клеть: а) поднимается вертикально с ускорением 0,3 м/с^2; б) движется равномерно; в) опускается с ускорением 0,4 м/с^2; г) свободно падает?
3. На сколько уменьшится вес автомобиля в высшей точке выпуклого моста? Радиус кривизны моста 100 м. Масса автомобиля 2000 кг, скорость его движения 60 км/ч.
4. Определить вес тела массой 1000 г на полюсе и на экваторе. Радиус Земли считать равным 6400 км.

40. Искусственные спутники Земли. Первая космическая скорость

В § 37 мы видели, как движется тело, которому на высоте h над Землей сообщена начальная скорость $\vec{v}$ в горизонтальном направлении, т. е. параллельно поверхности Земли. Тело описывает особую траекторию — параболу, двигаясь по которой оно падает на Землю.

126



При рассмотрении такого движения тела мы считали, что поверхность Земли плоская. Такое упрощение справедливо при сравнительно небольших скоростях $\vec{v}$, при которых перемещение тела в горизонтальном направлении невелико (рис. 126, *а*).

Земля уходит из-под тела. В действительности Земля — это шар. Поэтому одновременно с продвижением тела по своей траектории поверхность Земли несколько удаляется от него (рис. 126, *б*). Можно подобрать такое значение скорости тела $\vec{v}$, при котором поверхность Земли из-за ее кривизны будет удаляться от тела как раз на столько, на сколько тело приближается к Земле благодаря притяжению к ней. Тогда тело будет двигаться на постоянном расстоянии h от поверхности Земли, т. е. по окружности радиусом $R+h$, где R — радиус земного шара (рис. 126, *в*). Какова эта скорость?

Искусственный спутник Земли. Раз тело движется равномерно по окружности, то его ускорение по модулю равно:

$$a = \frac{v^2}{R+h}.$$

Это ускорение телу сообщает сила тяготения Земли, модуль которой равен:

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2}$$

(здесь M — масса Земли, m — масса тела).

По второму закону Ньютона

$$a = \frac{F}{m} = G\frac{M}{(R+h)^2}.$$

Следовательно,

$$\frac{v^2}{R+h}=G\frac{M}{(R+h)^2},$$

откуда

$$v=\sqrt{G\frac{M}{R+h}}. \qquad (1)$$

Значит, если телу сообщить в горизонтальном направлении скорость, определяемую формулой (1), то оно будет двигаться по окружности вокруг Земли, т. е. станет искусственным спутником Земли.

Первая космическая скорость. Спутником Земли может стать тело любой массы, лишь бы ему была сообщена достаточная скорость. Вычислим эту скорость для спутника, запускаемого вблизи поверхности Земли ($h=0$):

$$v=\sqrt{G\frac{M}{R}}.$$

Напомним, что $G\frac{M}{R^2}=g$, следовательно,

$$G\frac{M}{R}=gR.$$

Отсюда

$$\boxed{v=\sqrt{gR}\,.}$$

Подставив в эту формулу значение величин $g=9{,}8$ м/с^2 и $R=6{,}4\cdot10^6$ м, получаем:

$$v=\sqrt{9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 6{,}4\cdot10^6\ \text{м}}\approx 8\cdot10^3\,\frac{\text{м}}{\text{с}}=8\,\frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Такую скорость в горизонтальном направлении нужно сообщить телу у поверхности Земли, чтобы оно не упало, а стало ее спутником, движущимся по круговой орбите. Эту скорость называют *первой космической скоростью.*

Восемь километров в секунду — это почти 29 тысяч километров в час! Сообщить такую огромную скорость телу, конечно, не просто. Только в 1957 г. советским ученым впервые в истории человечества удалось с помощью мощной ракеты сообщить первую космическую скорость телу массой около

84 кг. Это тело и стало первым искусственным спутником Земли.

Движение спутников вокруг Земли происходит под действием только одной силы — силы всемирного тяготения, сообщающей спутнику и всем предметам, находящимся в нем, одинаковые ускорения. В таком случае, как уже было сказано в § 38, теряет смысл понятие веса, так как любое тело и его «опора» друг друга не деформируют и не могут «давить» друг на друга. Это означает, что все тела в спутнике, в том числе и пассажиры, находятся в состоянии невесомости.

Вопросы

1. Как должна быть направлена скорость тела в момент его вывода на круговую орбиту, чтобы оно стало искусственным спутником Земли?
2. Как направлено ускорение искусственного спутника Земли?
3. Можно ли считать движение искусственного спутника Земли равноускоренным?
4. Советский космонавт А. Леонов впервые в мире вышел из космического корабля в открытый космос. Был ли он в это время в состоянии невесомости?

Упражнение 20

1. Вычислить период обращения спутника Земли на высоте 300 км.
2. Вычислить первую космическую скорость для высоты над Землей, равной радиусу Земли.
3. На какой высоте над поверхностью Земли первая космическая скорость равна 6 км/с?
4. На какой высоте над поверхностью Земли должен быть запущен искусственный спутник Земли, чтобы период его обращения был равен 24 ч?

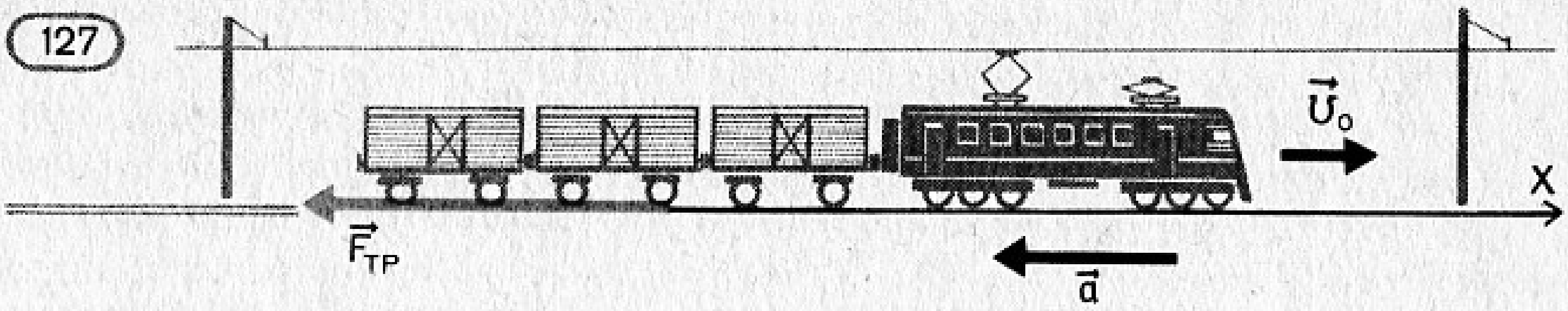
41. Движение тела под действием силы трения

Сила трения скольжения отличается от всех других сил тем, что она направлена в сторону, противоположную направлению относительной скорости движения трущихся тел.

Отсюда следует, что ускорение, которое сила трения сообщает телу, движущемуся по неподвижной поверхности, направлено против относительной скорости. А это значит, что ● *действие силы трения приводит к уменьшению абсолютного значения скорости тела.*

Если на тело, которое скользит по неподвижной поверхности, никакие силы, кроме силы трения, не действуют, то оно в конце концов останавливается. Рассмотрим этот часто встречающийся случай. Представим себе, что перед движущимся поездом неожиданно появилось некоторое препятствие и машинист отключил двигатель и включил тормоз. Начиная с этого момента на поезд действует только постоянная сила

127



трения, так как сила тяжести скомпенсирована реакцией рельсов, а сила сопротивления воздуха мала. Через некоторое время t поезд, пройдя расстояние l — так называемый *тормозной путь*, остановится. Найдем время t, нужное для остановки, и расстояние l, которое поезд пройдет за это время.

Под действием силы трения $\vec{F}_{тр}$ поезд будет двигаться с ускорением $\vec{a}=\frac{\vec{F}_{тр}}{m}$.

Выберем координатную ось X так, чтобы ее положительное направление совпадало с направлением скорости движения поезда (рис. 127). Сила трения $\vec{F}_{тр}$ и вызванное ею ускорение $\vec{a}$ направлены в сторону, противоположную оси X, поэтому проекции этих векторов на ось X отрицательны и равны взятым с противоположным знаком модулям самих векторов. Значит, модуль ускорения $a=-a_x=\frac{F_{тр}}{m}$. Но $a_x=\frac{v_x-v_{0x}}{t}$, где v_x и v_{0x} — проекции векторов конечной и начальной скоростей. Обе они положительные, т. е. $v_x=v$, $v_{0x}=v_0$. Отсюда

$$a=-\frac{v-v_0}{t}.$$

Нас интересует время t от начала торможения поезда (когда его скорость равна v_0) до остановки ($v=0$). В этом случае

$$a=\frac{v_0}{t} \text{ и } t=\frac{v_0}{a}=\frac{mv_0}{F_{тр}}.$$

Это важно знать всем. Найдем теперь тормозной путь. Тормозной путь — это проекция на ось X вектора $\vec{s}$ перемещения поезда за время t. Чтобы ее вычислить, воспользуемся формулой

$$s_x=\frac{v_x^2-v_{0x}^2}{2a_x}.$$

В нашем случае $s_x=s$, $v_x=0$, $v_{0x}^2=v_0^2$ и $a_x=-a=-\frac{F_{тр}}{m}$.

Отсюда

$$l=s=\frac{mv_0^2}{2F_{тр}}.$$

Из этой формулы видно, что пройденный до остановки путь пропорционален квадрату начальной скорости. Если увеличить скорость вдвое, то потребуется вчетверо больший путь для остановки. Это следует иметь в виду машинистам поездов, водителям машин и вообще всем, кто управляет транспортными средствами. Об этом полезно помнить и прохожим, пересекающим оживленную улицу. Для остановки движущихся тел нужны время и пространство.

Вопросы

1. Как направлено ускорение, сообщаемое телу силой трения?

2. Можно ли считать движение под действием силы трения равноускоренным?

3. Какие движения в природе происходят без участия сил трения?

4. Можно ли торможением мгновенно остановить тело?

5. От каких величин зависит путь, проходимый при торможении движущимся телом до остановки? Как изменится этот путь при увеличении каждой из этих величин вдвое?

6. Для уменьшения тормозного пути (пути, проходимого телом до остановки) можно либо увеличить силу трения, либо уменьшить скорость движения. Какой из этих способов эффективнее?

Упражнение 21

1. С какой скоростью двигались аэросани, если после выключения двигателя они прошли до остановки путь 250 м? $\mu = 0{,}02$.

2. Шофер автомобиля выключил двигатель и резко затормозил при скорости 72 км/ч. Сколько времени будет двигаться автомобиль до остановки, если $\mu = 0{,}60$? Какой путь он при этом пройдет?

Задание

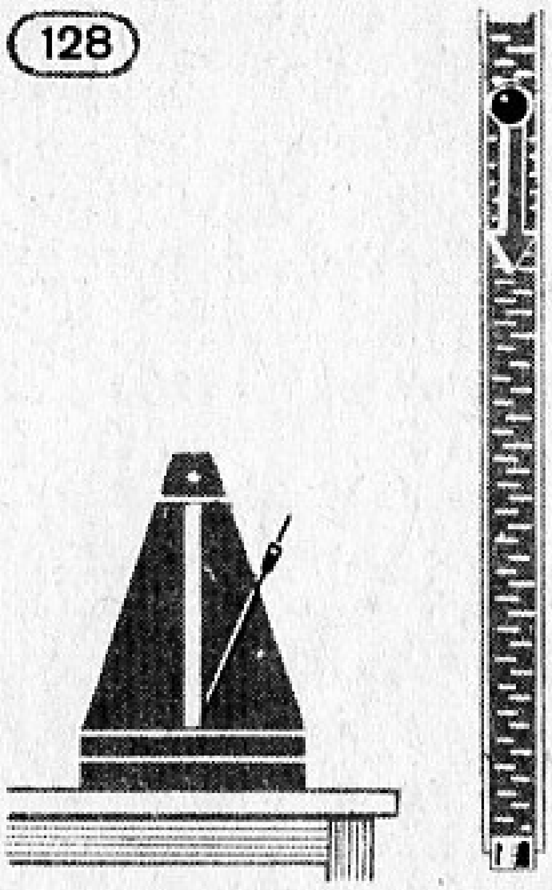
Привести примеры движения тел под действием только силы трения.

42. Движение тела под действием нескольких сил

В предыдущих параграфах этой главы мы выяснили, как движутся тела, если на них действует одна сила — сила упругости, сила тяготения или сила трения. Но в действительности с такими движениями в земных условиях почти никогда не приходится иметь дело. Наряду с силами упругости и тяготения на тело всегда действует сила трения.

Падение тела в газе или в жидкости. Интересный пример прямолинейного движения тела под действием двух сил — падение тела в газе или в жидкости. В этом случае на тело

128



действуют сила тяжести и сила сопротивления газа или жидкости, с которой мы ознакомились в § 34.

Если пренебречь всеми другими силами, то можно считать, что в момент, когда падение тела только начинается ($v=0$), на него действует одна сила тяжести $\vec{F}_т$. Сила сопротивления отсутствует. Но как только начнется движение тела, появится сила сопротивления — сила жидкого трения, которая растет вместе со скоростью и направлена против нее.

Поскольку сила тяжести остается постоянной, а направленная в противоположную сторону сила сопротивления растет с увеличением скорости тела, непременно настанет момент, когда они по модулю станут равными друг другу. Как только это произойдет, равнодействующая обеих сил станет равной нулю. Нулю станет равным и ускорение тела, и тело начнет двигаться с постоянной скоростью. Так, например, парашютист после прыжка довольно скоро начинает падать с постоянной скоростью. С постоянной скоростью падают снежинки и дождевые капли.

Если тело падает в жидкости, нужно учитывать еще одну силу, тоже направленную вверх,— архимедову силу. Но так как эта сила постоянна и не зависит от скорости, то она не мешает установлению равномерного движения падающего тела.

Движение тела в жидкости с постоянной скоростью можно наблюдать на простом опыте. Стеклянную трубку длиной примерно 1 м наполняют доверху водой или глицерином. Затем в жидкость опускают стальной шарик (рис. 128). Легко убедиться, что шарик падает в жидкости с постоянной скоростью. Это можно увидеть, если на поверхность трубки нанести краской деления и заметить расстояния, проходимые шариком за равные промежутки времени, отсчитываемые по ударам метронома.

Как решают задачи механики, если на тело действует несколько сил? Напомним прежде всего, что в уравнении, выражающем второй закон Ньютона,

$$\vec{F}=m\vec{a},$$

$\vec{F}$ — это векторная сумма всех сил, приложенных к телу. Векторное сложение сил можно заменить алгебраическим сложением их проекций на координатные оси (см. § 5). Поэтому, приступая к решению какой-нибудь задачи, нужно сначала изобразить на чертеже векторы всех этих сил и ускорения тела (если известно его направление). Затем, выбрав направления координатных осей, найти проекции всех векторов на эти оси. Наконец, написать уравнения второго закона Ньютона для проекций на каждую ось и решить совместно полученные скалярные уравнения.

Если рассматривается движение системы тел, то уравнение второго закона Ньютона применяют к каждому телу системы и решают совместно полученные уравнения.

Вопросы

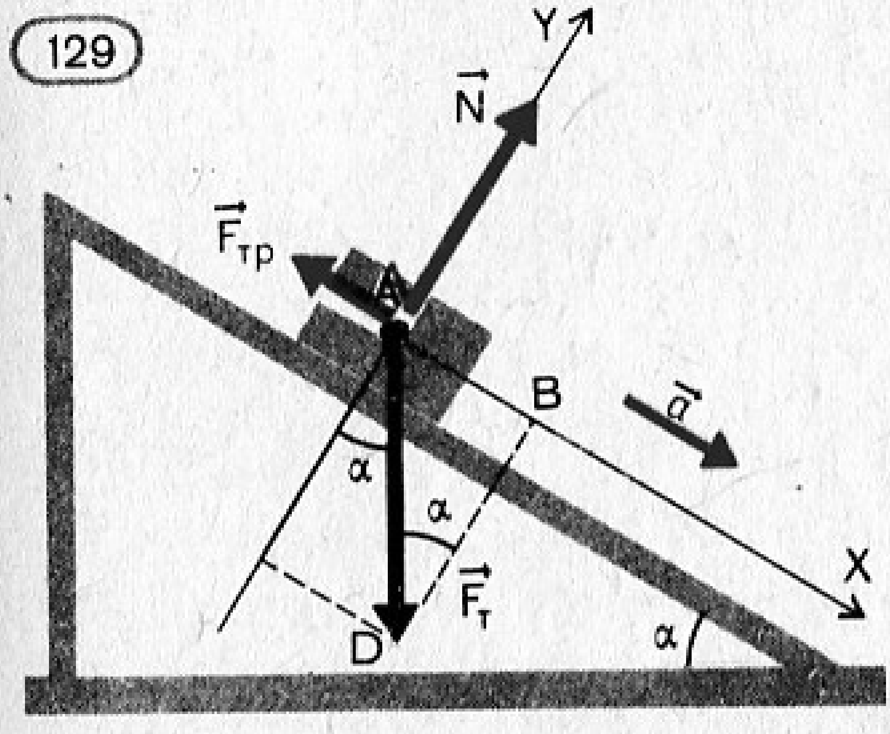
1. Чем отличается сила сопротивления, действующая на тело при его падении в газе или в жидкости, от силы трения скольжения?
2. Почему движение парашютиста через некоторое время после раскрытия парашюта становится равномерным?
3. Как формулируется второй закон Ньютона, если на тело действует несколько сил?

Примеры решения задач

1. По наклонной плоскости с углом α (рис. 129) движется вниз брусок A массой m. Коэффициент трения бруска о плоскость равен μ. Найти ускорение бруска.

Решение. На брусок действуют три силы: сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ (сила упругости) и сила трения $\vec{F}_{тр}$. Направления этих сил указаны на рисунке. Вместе эти силы и сообщают бруску ускорение $\vec{a}$, направленное вдоль бруска вниз[1].

129



Направим оси координат X и Y соответственно параллельно наклонной плоскости и перпендикулярно ей. Второй закон Ньютона в векторной форме записывается так:

ΣF

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \qquad (1)$$

Чтобы записать это уравнение в скалярной форме, нужно найти проекции векторов на оси X и Y. Начнем с проекций на ось X. Проекция a_x вектора ускорения $\vec{a}$ на ось X положительна и равна модулю вектора $\vec{a}$ (вектор $\vec{a}$ параллелен оси X!): $a_x = a$. Проекция вектора силы тяжести $m\vec{g}$ положительна и равна, как это видно из треугольника ABD (см. рис. 129), $mg \sin\alpha$. Проекция вектора силы трения $\vec{F}_{тр}$ отрицательна и равна $-F_{тр}$. Наконец, проекция вектора силы реакции опо-

[1] Чтобы упростить рисунок 129, мы показали на нем все три силы приложенными к одной точке — к центру бруска. В действительности, силы $\vec{F}_{тр}$ и $\vec{N}$ приложены к основанию бруска.

ры $\vec{N}$ равна нулю, так как этот вектор перпендикулярен оси X: $N_x = 0$.

Уравнение второго закона Ньютона для проекций на ось X, выраженных через модули векторов, имеет вид:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}. \tag{2}$$

Теперь найдем проекции на ось Y. Проекция вектора ускорения $\vec{a}$ на ось Y равна нулю (вектор $\vec{a}$ перпендикулярен оси Y!): $a_y = 0$. Проекция вектора силы тяжести $m\vec{g}$ на ось Y отрицательна и равна, как это видно из рисунка 129, $-mg \cos \alpha$. Проекция вектора силы реакции опоры $\vec{N}$ положительна и равна его модулю: $N_y = N$. Наконец, проекция вектора силы трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ равна нулю.

В этом случае уравнение второго закона Ньютона записывается в виде:

$$0 = N - mg \cos \alpha, \tag{3}$$

откуда

$$N = mg \cos \alpha.$$

Сила трения, как мы знаем (см. § 34), по модулю равна μN. Поэтому $F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha$. Подставив это выражение для силы трения в формулу (2), получим:

$$ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha.$$

После сокращения на m найдем искомое ускорение бруска:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Оно, как это видно из формулы, меньше, чем ускорение свободного падения.

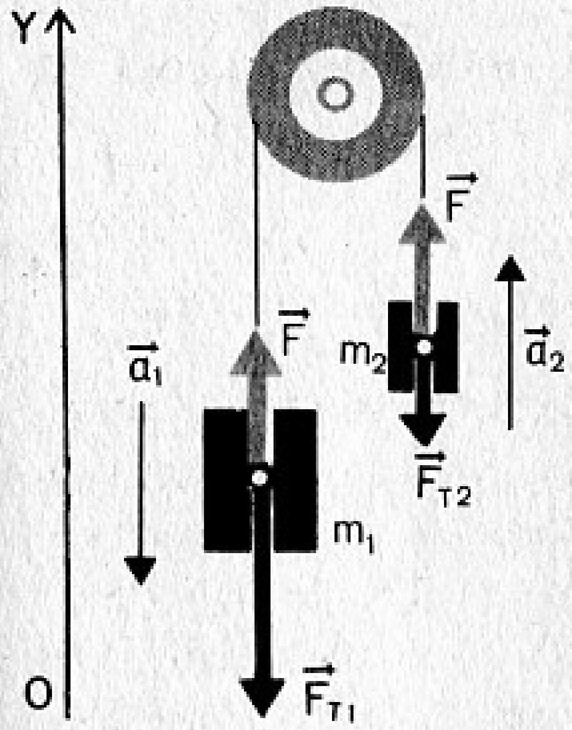
Если трение отсутствует ($\mu = 0$), то ускорение скользящего по наклонной плоскости тела равно по модулю $g \sin \alpha$, т. е. и теперь оно меньше, чем g. Наклонные плоскости именно потому и используются широко на практике, что они позволяют уменьшить ускорение при скольжении по ним тела вниз или вверх.

2. Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами m_1 и m_2, причем $m_1 > m_2$. Считая, что массы нити и блока малы сравнительно с массами m_1 и m_2 и что трение в блоке отсутствует, найти ускорения грузов.

Р е ш е н и е. Направим координатную ось Y по вертикали вверх (рис. 130).

Если предоставить систему тел самой себе, то груз массой

130



m_1 станет двигаться вниз, а груз массой m_2 — вверх. Найдем ускорение (оно по модулю будет одинаковым для обоих тел, если пренебречь удлинением нити: $a_1 = a_2 = a$). Для этого напишем уравнения второго закона Ньютона для каждого из грузов.

На левый груз действует сила тяжести $\vec{F}_{т_1} = m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}$ (сила упругости). Проекция силы тяжести на ось Y равна взятому с противоположным знаком модулю вектора $m_1\vec{g}$: $m_1g_y = -m_1g$. Проекция силы $\vec{F}$ равна модулю вектора $\vec{F}$: $F_y = F$. Проекция ускорения $\vec{a}_1$ равна модулю вектора $\vec{a}_1$, взятому с противоположным знаком: $a_{1y} = -a_1 = -a$. Уравнение второго закона Ньютона имеет вид:

$$-m_1a = -m_1g + F. \tag{1}$$

На правый груз действует сила тяжести $\vec{F}_{т_2} = m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}$ (такая же, как и на левый груз, если массу нити считать равной нулю). Проекция силы тяжести равна модулю вектора $m_2\vec{g}$, взятому с противоположным знаком: $m_2g_y = -m_2g$. Проекция силы $\vec{F}$ равна модулю вектора $\vec{F}$: $F_y = F$. Проекция ускорения $\vec{a}_2$ равна модулю вектора ускорения $\vec{a}_2$: $a_{2y} = a_2 = a$.

Уравнение второго закона Ньютона для правого груза будет иметь вид:

$$m_2a = -m_2g + F. \tag{2}$$

Почленно вычитая уравнение (1) из уравнения (2)

$$m_2a - (-m_1a) = -m_2g + F - (-m_1g) - F,$$

получим:

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g.$$

Отсюда

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g.$$

Так как разность масс грузов меньше их суммы, то ускорение a меньше ускорения свободного падения тел. Блоки иногда и используются для того, чтобы заставить тело падать с ускорением меньшим, чем g. На этом основано применение противовесов в лифтах и других подъемных устройствах.

Упражнение 22

1. Найти построением геометрическую сумму сил, приложенных к бруску на наклонной плоскости (по рис. 129). Как направлена равнодействующая $\vec{F}$ этих сил относительно наклонной плоскости?

2. С вершины наклонной плоскости высотой 20 см соскальзывает брусок. Определить скорость бруска в конце наклонной плоскости. Трение не учитывать.

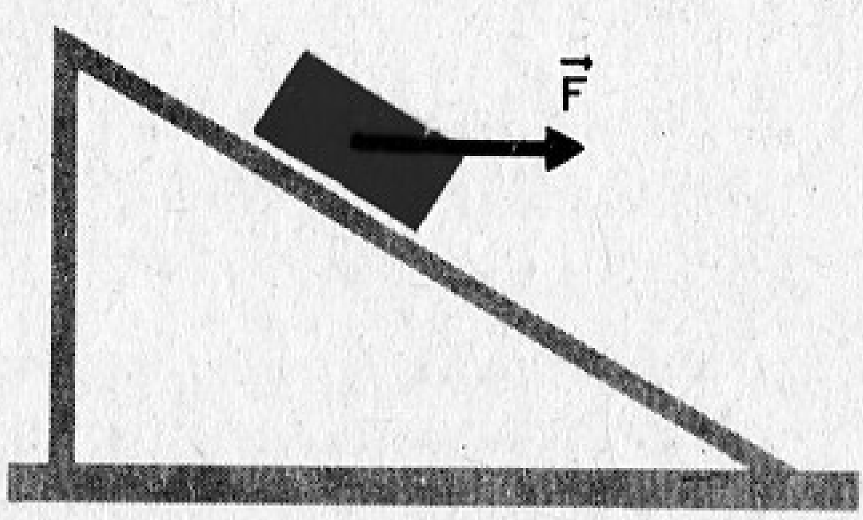
3. Санки скатываются с горки длиной 10 м за 2 с. Найти угол наклона горки. Трение не учитывать.

4. На наклонной плоскости высотой 5 м и длиной 10 м находится тело массой 50 кг, на которое действует сила $\vec{F}$, направленная горизонтально и равная 300 Н (рис. 131). Определить ускорение тела. (Трением пренебречь.)

5. Вычислить ускорение тела, скользящего по наклонной плоскости, если высота и длина ее основания одинаковы, а коэффициент трения тела о наклонную плоскость равен 0,20.

6. Шарик, привязанный к нити, вращается в горизонтальной плоскости, совершая 1 оборот за 0,50 с. С какой силой действует шарик на нить, заставляющую его вращаться? Длина нити 0,50 м. Масса шарика 200 г.

131



Задание

Доказать, что при равномерном движении тела по наклонной плоскости $\mu = \operatorname{tg} \alpha$, где μ — коэффициент трения, α — угол наклона.

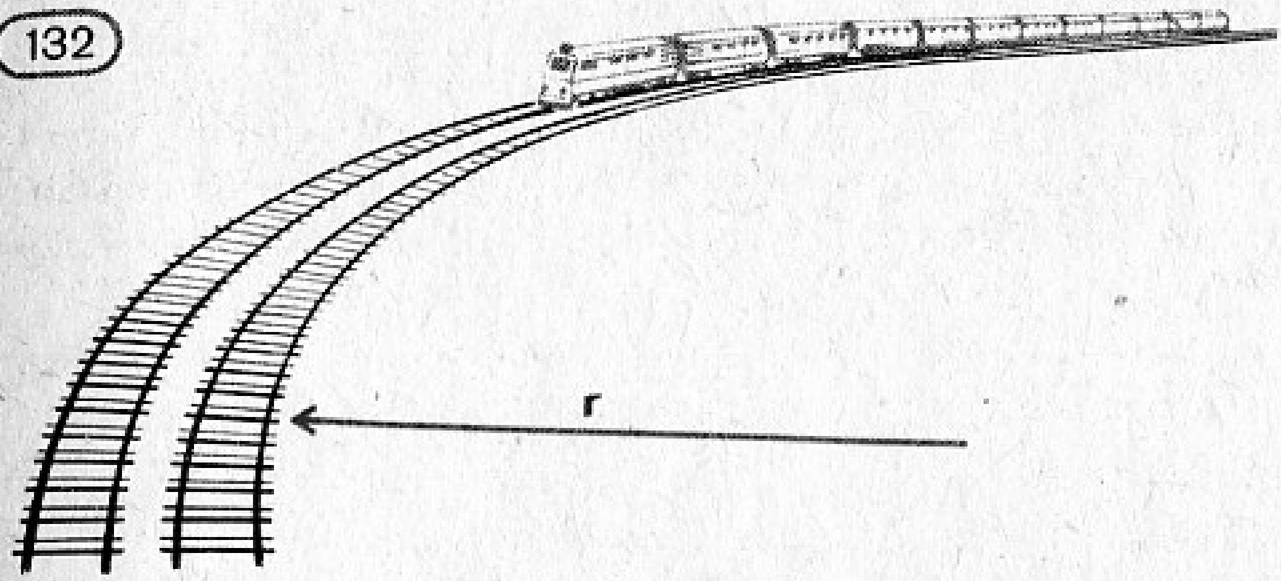
43. Движение на поворотах

Как мы уже не раз видели, для того чтобы тело двигалось по окружности, необходимо, чтобы сила, приложенная к нему, была направлена к центру окружности. Если на тело действует несколько сил, то к центру окружности должна быть направлена равнодействующая этих сил.

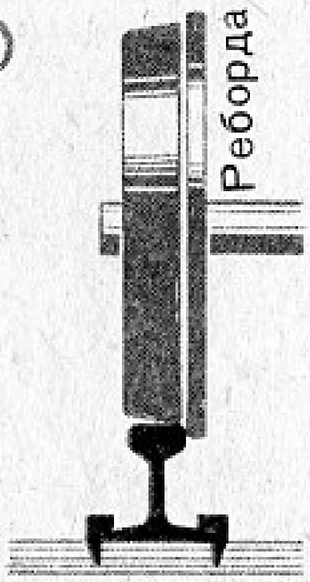
В качестве примера рассмотрим движение железнодорожного вагона на закруглении горизонтального пути (рис. 132).

Пока поезд движется по прямолинейному участку пути с постоянной скоростью $\vec{v}$, на любой вагон, конечно, действует сила тяжести, но она уравновешивается направленной вверх силой упругости (реакции) рельсов. Что же касается силы трения, то она уравновешивается силой, действующей со стороны локомотива. Но вот вагон дошел до закругления пути. В этом месте он повернет и начнет двигаться по дуге окружности. Какая же сила заставляет вагон изменять направление его скорости, т. е. двигаться с ускорением? Этой силой является

132



133



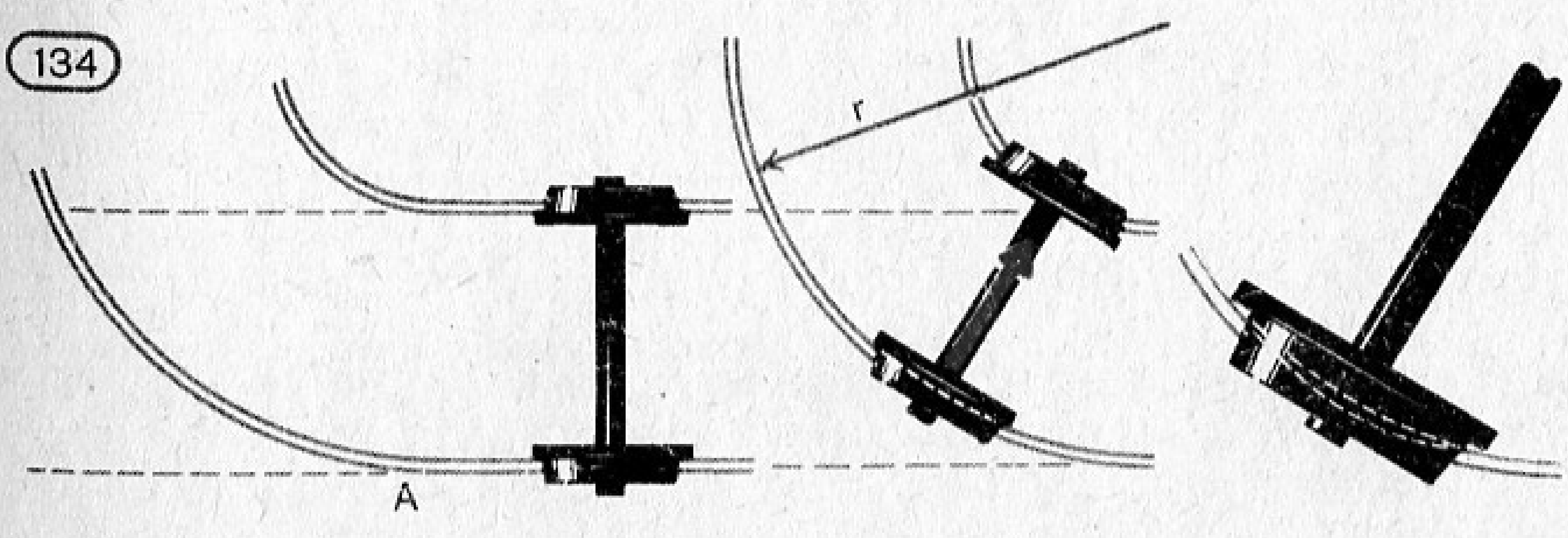
сила упругости (сила реакции), действующая на колеса вагона со стороны рельса.

Колеса железнодорожных вагонов имеют так называемую реборду, соприкасающуюся с рельсами не сверху, а сбоку (рис. 133). Пока вагон движется по прямолинейному участку пути, реборда особой роли не играет и деформируется лишь та часть колеса, которая прилегает к рельсу сверху. Пройдя точку A (рис. 134), колесо, продолжая свое движение в прежнем направлении, действует на рельс ребордой и деформирует его сбоку — рельс выгибается наружу (деформируется, конечно, и сама реборда). При этом возникает сила упругости $\vec{F}$, направленная перпендикулярно боковой поверхности рельса. Эта сила и заставляет вагон двигаться по окружности. Если бы колеса вагона не имели реборд, такая сила не могла бы возникнуть и вагон непременно сошел бы с рельсов.

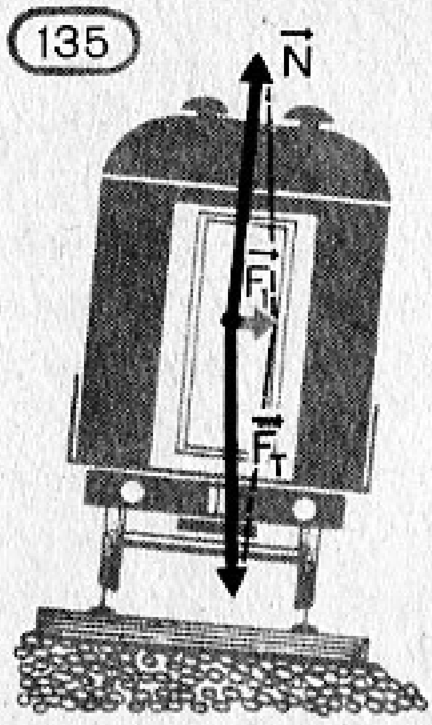
Ускорение вагона, движущегося со скоростью $\vec{v}$ по закруглению радиусом r, равно по модулю $\frac{v^2}{r}$. Поэтому сила упругости $\vec{F}$, действующая на реборду со стороны деформированного рельса (а значит, и на вагон) и вызывающая это ускорение, по второму закону Ньютона должна быть равна по модулю

$F = \frac{mv^2}{r}$, где m — масса вагона.

134



135



Деформация рельса достигает как раз такого значения, при котором сила упругости, вызванная этой деформацией, сообщает вагону ускорение $\frac{v^2}{r}$. Деформация эта очень мала и на глаз незаметна (белый пунктир на рис. 134).

Для уменьшения износа рельсов и реборд необходимо уменьшить силу трения между ними, т. е. уменьшить силу давления рельса на реборду. Для этого полотно железной дороги на закруглениях делают слегка наклонным в сторону центра закругления (рис. 135). В этом случае сила $\vec{N}$ реакции рельсов (сила упругости) не уравновешивает силу тяжести $\vec{F}_т$. Их равнодействующая $\vec{F}_1$ направлена приблизительно к центру поворота. Это, конечно, «облегчает» поворот в том смысле, что уменьшается модуль силы упругости $\vec{F}$, действующей со стороны рельса на реборду. Действительно, теперь то же центростремительное ускорение $\frac{v^2}{r}$ вагону сообщают две силы: $\vec{F}$ и $\vec{F}_1$, поэтому при малом угле наклона можно написать

$$\frac{v^2}{r}=\frac{F+F_1}{m},\text{ откуда}$$

$$F=\frac{mv^2}{r}-F_1.$$

Отсюда видно, что модуль силы, действующей на реборду, теперь стал меньше на величину F_1. Поэтому меньшим будет износ рельса и реборды.

У колес автомобиля нет реборды. При движении автомобиля на поворотах шоссе центростремительное ускорение ему сообщает сила сухого трения между шинами и асфальтовым покрытием (см. цветную вклейку *II*, *г*).

Вопросы

1. Как должна быть направлена сила, приложенная к телу, чтобы прямолинейное движение сменилось криволинейным (на повороте)?

2. В этом параграфе рассмотрен случай движения вагона на повороте железной дороги. Равнодействующая каких сил сообщает вагону центростремительное ускорение?

3. Равнодействующая каких сил сообщает центростремительное ускорение при отсутствии наклона полотна дороги?

4. Может ли сообщить телу центростремительное ускорение сила трения скольжения?

5. Почему опасно делать повороты на обледенелой дороге?

Упражнение 23

1. Автомобиль, движущийся со скоростью 108 км/ч, должен пройти поворот радиусом 50 м.
Можно ли, не сбавляя скорости, безопасно проехать поворот, если сила трения покоя колес автомобиля по асфальту равна 4000 Н, а масса автомобиля 1000 кг? При какой максимальной скорости автомобиля можно рассчитывать на безопасный поворот?

2. Поезд движется по закруглению радиусом 500 м. Ширина железнодорожной колеи 1,524 м. Наружный рельс расположен на 12 см выше внутреннего. При какой скорости движения поезда на закруглении реборды колес не оказывают давления на рельсы?

44. При каких условиях тела движутся поступательно? Центр масс и центр тяжести

Изучая движение тел под действием различных сил, мы пока не обращали внимание на то, что тела имеют размеры. Определяя ускорение тел, мы считали их материальными точками.

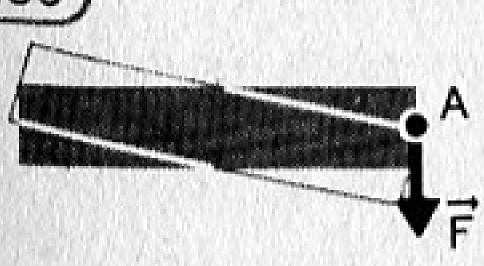
Такое упрощение верно, если тело движется поступательно. Надо, однако, выяснить, к какой точке тела должна быть приложена сила, для того чтобы его ускоренное движение было действительно поступательным.

Проведем такой опыт. Возьмем широкую линейку. Прикрепим к ее концу в точке A нить и потянем за эту нить с некоторой силой $\vec{F}$ в направлении, перпендикулярном оси линейки (рис. 136). Линейка при этом повернется. При таком повороте разные точки линейки проходят различные пути и движутся с различными скоростями, т. е. их движения неодинаковы и линейка движется не поступательно.

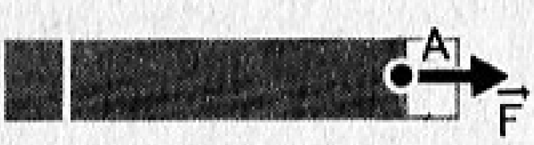
Изменим теперь направление силы: будем тянуть линейку вдоль ее длинной стороны вправо (рис. 137). Теперь линейка движется так, что скорости и перемещения всех ее точек одинаковы. Линейка совершает поступательное движение.

Если сила $\vec{F}$ не уравновешена другими силами, тело движется с ускорением. Нетрудно убедиться в том, что если нить прикреплена к точке A, то существует только одна прямая, вдоль которой должна быть направлена сила $\vec{F}$, чтобы она вызвала ускоренное *поступательное* движение линейки. При действии силы вдоль любой другой прямой линейка будет поворачиваться.

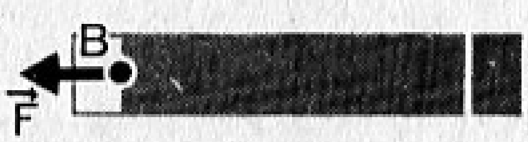
136



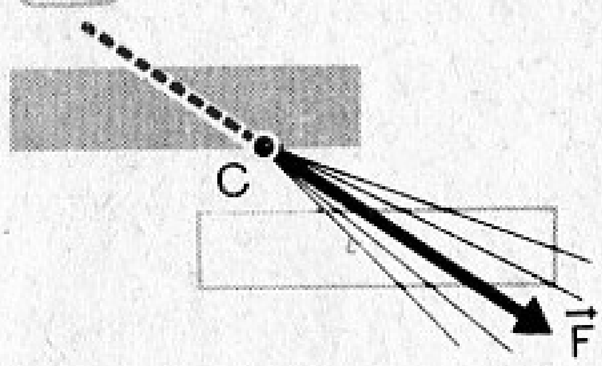
137



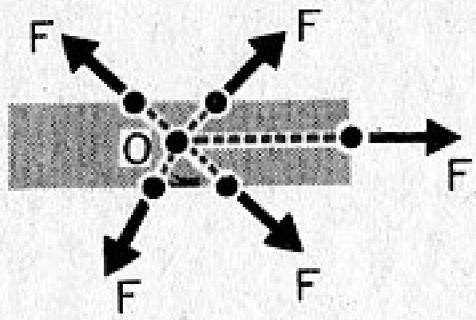
138



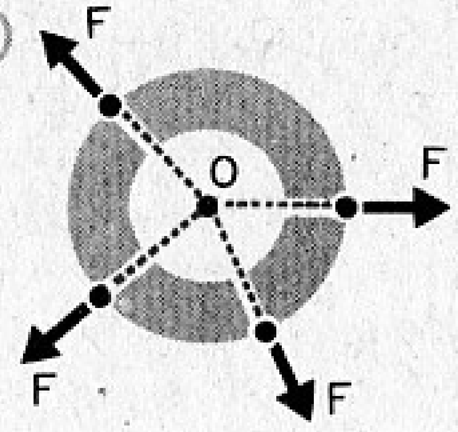
139



140



141



Можно изменить направление силы на противоположное, прикрепив нить к точке B (рис. 138). Движение линейки опять будет поступательным. Значит, важно лишь положение прямой, вдоль которой действует сила (линия действия силы).

Прикрепим теперь нить в какой-нибудь другой точке линейки, например в точке C (рис. 139). Будем опять менять направления натяжения нити (на рисунке некоторые направления показаны прямыми, исходящими из точки C). Мы снова убедимся в том, что линейка совершает поступательное движение только в том случае, если сила направлена вдоль некоторой определенной прямой. На рисунке это направление силы показано красной линией. При всех других направлениях силы, приложенной к точке C, линейка непременно поворачивается.

Прикрепляя нить к другим точкам линейки, мы можем убедиться в том, что для каждой точки есть одно направление силы, при котором линейка движется поступательно, без поворотов. На рисунке 140 показано, как должны быть направлены силы, приложенные в разных точках линейки, чтобы она двигалась поступательно. Опыт показывает, что прямые, вдоль которых действуют эти силы, сходятся в одной точке O.

Центр масс. Подобные опыты с разными телами приводят нас к важному выводу о том, что для каждого тела существует такая точка, в которой пересекаются направления действия сил, сообщающих телу ускоренное *поступательное* движение. Эта точка получила название центр масс. Всякая же сила, которая действует вдоль прямой, не проходящей через центр масс, вызывает поворот тела.

Центром масс тела называют точку, через которую должно проходить направление действия силы, сообщающей телу ускоренное поступательное движение.

В опыте с линейкой легко убедиться в том, что центр масс совпадает с точкой пересечения диагоналей. Но это только в том случае, если линейка однородна (изготовлена из одного материала), имеет правильную форму и одинаковую толщину. Если бы, например, она была изготовлена наполовину из дерева, а наполовину из стали, центр масс находился бы где-то в «стальной» половине, т. е. ближе к той части, которая имеет бо́льшую массу.

Центр масс может оказаться и вне тела. Например, поступательное движение однородного обруча (рис. 141) возможно только в том случае, если приложенные к нему силы направлены по радиусам. Линии действия таких сил сходятся, конечно, в геометрическом центре обруча. Там и находится его центр масс.

Если различные части обруча изготовлены из разных материалов, то центр масс может и не совпадать с геометрическим центром обруча. Тогда его нужно искать опытным путем. Существуют, правда, способы вычисления координат центра масс, но они трудны, а иногда вычисление и невозможно.

Но зачем нужно знать положение центра масс? Дело в том, что если тело движется *поступательно* под действием одной силы или нескольких сил, то это значит, что эта сила или равнодействующая всех сил проходит через центр масс тела. *Центр масс тела в этом случае движется так, как будто в нем сосредоточена вся масса тела и к нему приложены все силы, действующие на тело*[1]. Поэтому, когда мы видим, что тело движется с ускорением поступательно, это значит, что равнодействующая сил, приложенных к телу, проходит через его центр масс, как будто в центре масс сосредоточена вся масса тела, а ускорение тела — это ускорение центра масс. Таким образом, *вместо того чтобы рассматривать движение тела, мы рассматриваем движение материальной точки — центра масс тела.* Так мы и поступали, ничего об этом не говоря, в предыдущих главах книги.

Центр тяжести. Частный случай поступательного движения — это движение тела под действием силы тяжести, если, конечно, оно не было приведено во вращение до начала падения. Но сила тяжести действует на все точки тела. И если под действием всех этих сил тело движется поступательно, то это значит, что их равнодействующая при любом положении тела проходит через его центр масс. Поэтому центр масс часто называют *центром тяжести тела.*

45. О неинерциальных системах отсчета (Движения с разных точек зрения)

Оглядываясь на все уже изученное нами, мы должны в первую очередь обратить внимание на основные идеи механики.

Первая идея состоит в том, что если на тело не действуют силы или равнодействующая всех сил равна нулю, то оно находится в покое или движется с постоянной по модулю и направлению скоростью. Если же тело движется с ускорением,

[1] Можно показать, что центр масс движется так при любом движении.

то это движение непременно происходит под действием силы. Невозможны покой или равномерное прямолинейное движение при наличии силы, невозможно ускоренное движение без действия силы.

Вторая основная идея механики состоит в следующем: чтобы на данное тело действовала сила, необходимо второе тело, далекое или близкое, большое или малое.

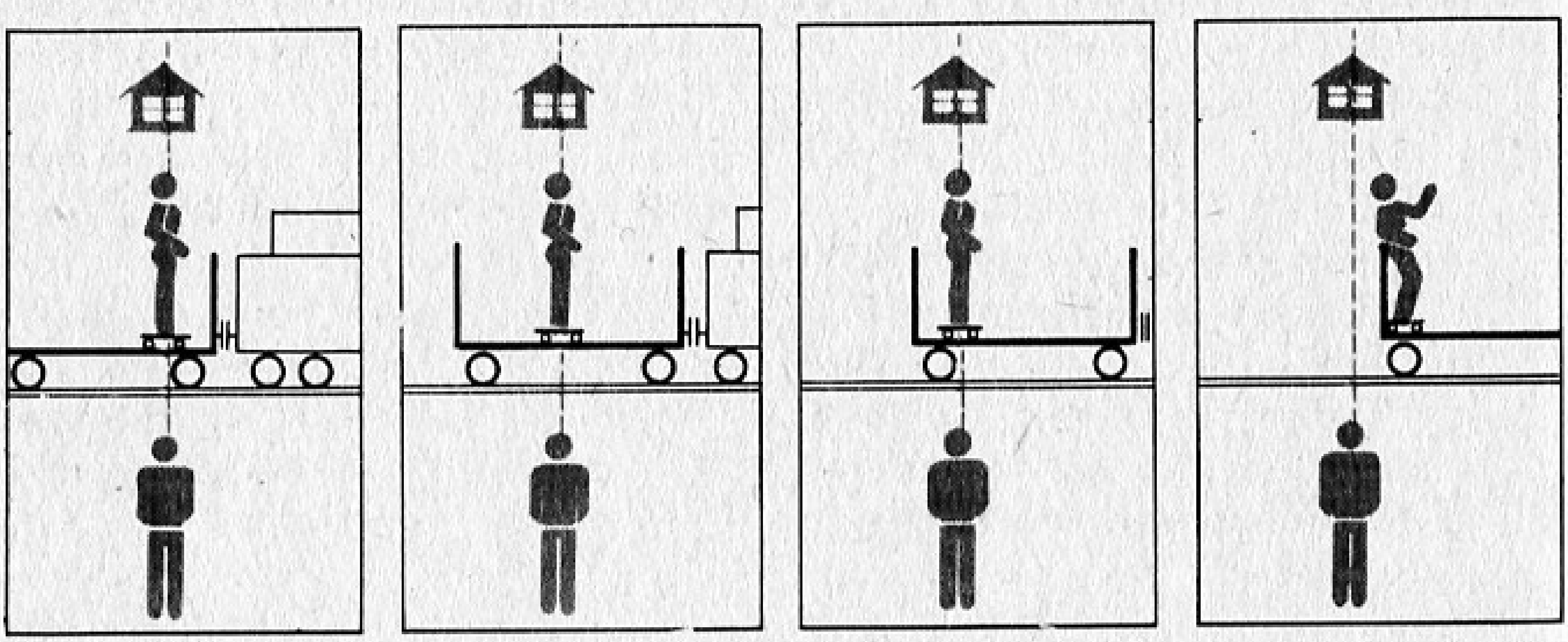
С этим телом может быть непосредственный контакт, но может и не быть контакта. Но за каждой силой непременно «скрывается» какое-то тело или несколько тел. Словом, сила имеет материальное происхождение.

В этих двух идеях заключена вся суть механики Ньютона.

Но всегда ли приведенные только что основные утверждения верны? Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим мысленный опыт, который можно было бы провести и на самом деле. (Частично об этом было сказано в § 19.)

На железнодорожной платформе, прицепленной к локомотиву и имеющей переднюю и заднюю стенки, находится пассажир. Допустим, что пол платформы сделан из очень твердого и гладкого материала, а пассажир стоит на роликах, способных катиться с очень малым трением (рис. 142). Допустим также,

142



что пассажир оставил своего приятеля на станции для того, чтобы он наблюдал за явлениями на платформе. И вот платформа «тронулась», т. е. стала двигаться с *ускорением*.

Точка зрения неподвижного наблюдателя. Оставшийся на станции неподвижный наблюдатель увидит, что пассажир, после того как платформа «тронулась», остался стоять на месте, просто пол платформы уходит из-под него. Зная законы механики, этот наблюдатель скажет, что так оно и должно быть. Пассажир остается в покое, потому что действующие на него силы — сила тяжести и сила упругости платформы —

направлены по вертикали и компенсируют друг друга. И только тогда, когда к пассажиру вплотную придвинется задняя стенка, он начнет двигаться вместе с платформой. Это тоже согласуется с законами механики: стенка при своем движении, придя в соприкосновение с пассажиром, взаимодействует с ним и деформируется. При этом возникает сила упругости, которая сообщает пассажиру ускорение, равное ускорению платформы.

Точка зрения пассажира. Совсем иначе рисуется положение пассажиру, стоящему на роликах. Пассажир увидит, что он сам вдруг начал двигаться *относительно платформы* к задней ее стенке. И движется с некоторым ускорением. С его точки зрения, это не согласуется с законами механики. Он просто станет в тупик, если попытается выяснить, какое тело сообщило ему ускорение. Такого тела он обнаружить не сможет. Кто же из двух наблюдателей прав?

Дело тут, конечно, не в личных особенностях наблюдателей, а в тех системах отсчета, относительно которых рассматривается движение. Наблюдатель на остановке говорит о движении относительно Земли, которую он считает неподвижной системой отсчета. Пассажир же на платформе имеет в виду движение относительно системы отсчета, связанной с платформой. Эта система отсчета движется с ускорением относительно Земли. Все дело именно в ускоренном движении одной системы отсчета, т. е. платформы, относительно другой системы отсчета — Земли.

● *Законы механики Ньютона выполняются только при условии, что движения рассматриваются относительно инерциальных систем отсчета.*

Напомним, что инерциальными системами отсчета называются такие системы, в которых тела при отсутствии сил не получают ускорения (пассажир стоит на месте, к нему приближается стенка платформы). А если тела в этих системах отсчета получают ускорение, то на них действуют силы *со стороны других тел* (задняя стенка платформы коснулась пассажира, и он стал двигаться ускоренно вместе с платформой).

В системе же отсчета, связанной с платформой, законы механики неверны. Относительно этой системы пассажир движется с ускорением, когда на него не действуют другие тела. А когда сила в действительности появляется (сила упругости задней стенки), пассажир останавливается. Причиной невыполнения в этой системе отсчета законов Ньютона оказывается ее ускоренное движение относительно системы отсчета, в которой эти законы выполняются, т. е. относительно Земли. Действительно, как только платформа, набрав скорость, станет двигаться равномерно, пассажир на роликах будет катиться относительно поезда без ускорения. Законы механики вступают в свои права.

Если законы Ньютона верны при рассмотрении движения относительно одной системы отсчета, то они верны и относительно любой другой системы отсчета, движущейся относительно первой равномерно и прямолинейно.

Таких систем отсчета бесчисленное множество. Во всех инерциальных системах отсчета законы движения одинаковы. Это так называемый *принцип относительности Галилея.*

Все системы отсчета, которые движутся относительно инерциальной системы ускоренно, называются *неинерциальными,* так как в них закон инерции не выполняется, как не выполняются второй и третий законы Ньютона.

Вопросы

1. К потолку вагона подвешен грузик на нити (маятник). Что произойдет с маятником при торможении вагона? Как это явление объясняет наблюдатель, находящийся: а) на перроне; б) в вагоне?

2. Пассажир находится в каюте с закрытым иллюминатором и наблюдает за грузиком, подвешенным к потолку каюты. Может ли он определить скорость движения теплохода; ускорение теплохода?

Задания

1. Придумать устройство, которое, будучи прикреплено к телу, позволило бы измерить его ускорение.

2. Провести рассуждения, аналогичные приведенным в этом параграфе, для случая, когда платформа равномерно вращается.

Один наблюдатель вращается вместе с платформой, другой наблюдатель неподвижен.

Самое важное в шестой главе

Любая механическая задача решается с помощью законов Ньютона, если, кроме начальных координат и скорости, известны приложенные к телу силы, т. е. если известно, как эти силы зависят от координат или скоростей. При этом необходимо иметь в виду, *что сила или равнодействующая нескольких сил определяет не скорость (ее модуль и направление), а ускорение тела.* Поэтому тела движутся не обязательно в ту сторону, куда направлена сила. Траектория движения тела определяется не только приложенными к нему силами, но и начальными условиями — модулем и направлением начальной скорости тела.

Движение тел можно рассматривать как движение материальных точек только при их *поступательном движении.* Поступательно же тело движется только в том случае, если линия, вдоль которой направлена равнодействующая всех сил, проходит через *центр масс* тела. В противном случае, кроме поступательного движения, происходит поворот тела около некоторой оси.

Если рассматривать движение тела относительно *неинерциальной* системы отсчета (системы отсчета, движущейся с ускорением относительно какой-нибудь инерциальной системы), то законы механики Ньютона оказываются несправедливыми. Относительно неинерциальной системы отсчета тело движется с ускорением, которое не вызвано приложенными к телу силами, а при наличии сил оно может двигаться равномерно.

Глава 7

Элементы статики (равновесие тел)

Что изучают в статике?

Мы уже знаем, что законы Ньютона позволяют узнать, какие ускорения получают тела под действием приложенных к ним сил.

Но очень часто бывает важно знать, при каких условиях тела, на которые могут действовать различные силы, не получают ускорений. О таких телах говорят, что они находятся в состоянии равновесия. В таком состоянии, в частности, находятся покоящиеся тела.

Знать условия, при которых тела находятся в покое, очень важно для практики, например при постройке зданий, мостов, всевозможных опор, подвесов, при изготовлении машин, приборов и т. д.

Недопустимо, конечно, чтобы, например, башня Останкинского телевизионного центра в Москве, которая должна незыблемо стоять на своих опорах, могла под порывом ветра получить ускорение и сместиться с этих опор. И законы Ньютона позволяют нам выяснить, какие именно условия обеспечивают равновесие и прежде всего состояние покоя тела.

Часть механики, в которой изучается равновесие твердых тел, называют *статикой*.

Известно, что всякое тело может двигаться поступательно и, кроме того, вращаться или поворачиваться вокруг какой-нибудь оси. Понятно, что при равновесии не должно изменяться ни поступательное, ни вращательное движение тела[1]. В частности, если требуется, чтобы тело находилось в покое,

[1] При вращательном движении тела все его точки движутся по концентрическим окружностям, центры которых лежат на одной прямой — оси вращения.

оно не должно ни двигаться поступательно, ни вращаться или поворачиваться вокруг какой-нибудь оси.

Рассмотрим условия равновесия тел для этих двух видов возможного движения по отдельности.

46. Равновесие тел при отсутствии вращения

При поступательном движении тела можно рассматривать движение только одной точки тела — его центра масс. При этом мы должны считать, что в центре масс сосредоточена вся масса тела и к нему приложена равнодействующая всех сил, действующих на тело. Из второго закона Ньютона следует, что ускорение этой точки равно нулю, если геометрическая сумма всех приложенных к ней сил — равнодействующая этих сил — равна нулю. Это и есть условие равновесия тела при отсутствии его вращения.

Чтобы тело, которое может двигаться поступательно (без вращения), находилось в равновесии, необходимо, чтобы геометрическая сумма сил, приложенных к телу, была равна нулю.

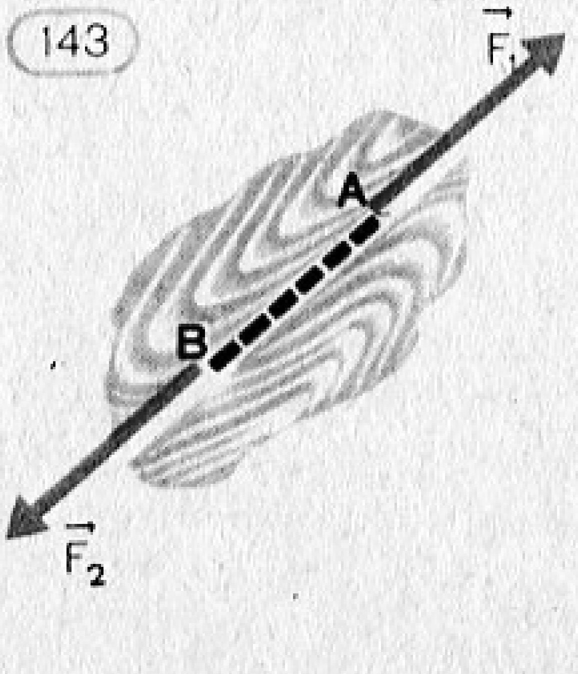
Но если геометрическая сумма сил равна нулю, то и сумма проекций векторов этих сил на любую ось тоже равна нулю. Поэтому условие равновесия тела можно сформулировать и так:

Чтобы невращающееся тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы сумма проекций приложенных к телу сил на любую ось была равна нулю.

В равновесии, например, находится тело, к которому приложены две равные силы, действующие вдоль одной прямой, но направленные в противоположные стороны (рис. 143). На рисунке 144 показано, как такой случай можно наблюдать в школьных условиях.

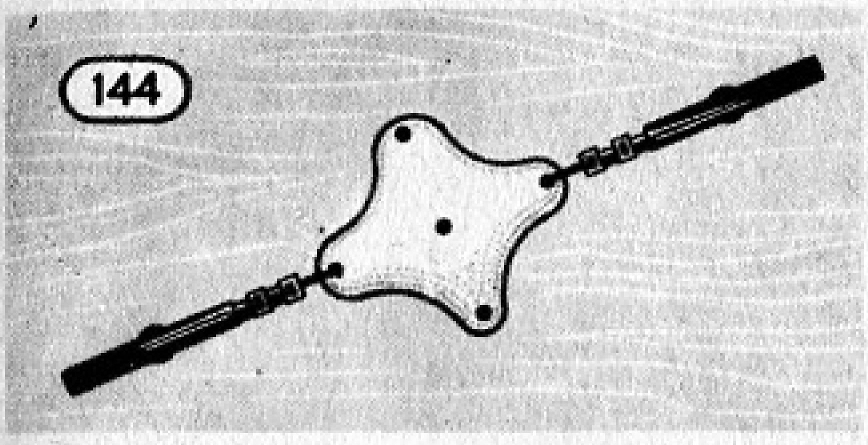
Состояние равновесия — это не обязательно состояние покоя. Из второго закона Ньютона следует, что, когда равнодействующая сил, приложенных к телу, равна нулю, тело может двигаться прямолинейно и равномерно. При таком движении тело тоже находится в состоянии равновесия. Например, парашютист, после того как он начал падать с постоянной скоростью, находится в состоянии равновесия.

143



На рисунке 143 силы приложены к телу не в одной точке. Но мы уже видели, что важна не точка приложения силы, а прямая, вдоль которой она действует. Перенос точки приложения силы вдоль линии ее действия ничего не изменяет ни в

144



145 146

движений тела, ни в состоянии равновесия. Ясно, например, что ничего не изменится, если вместо того чтобы тянуть вагонетку, как это показано на рисунке 145, ее станут толкать (рис. 146).

Если равнодействующая сил, приложенных к телу, не равна нулю, то, для того чтобы тело находилось в состоянии равновесия, к нему должна быть приложена добавочная сила, равная по модулю равнодействующей, но противоположная ей по направлению.

Вопросы

1. Что означает выражение: тело (или система тел) находится в состоянии равновесия?

2. К телу приложено несколько сил, равнодействующая которых не равна нулю. Что нужно сделать, чтобы тело оказалось в состоянии равновесия?

3. В чем состоит условие равновесия тел, движущихся поступательно?

4. Означает ли равновесие непременно состояние покоя?

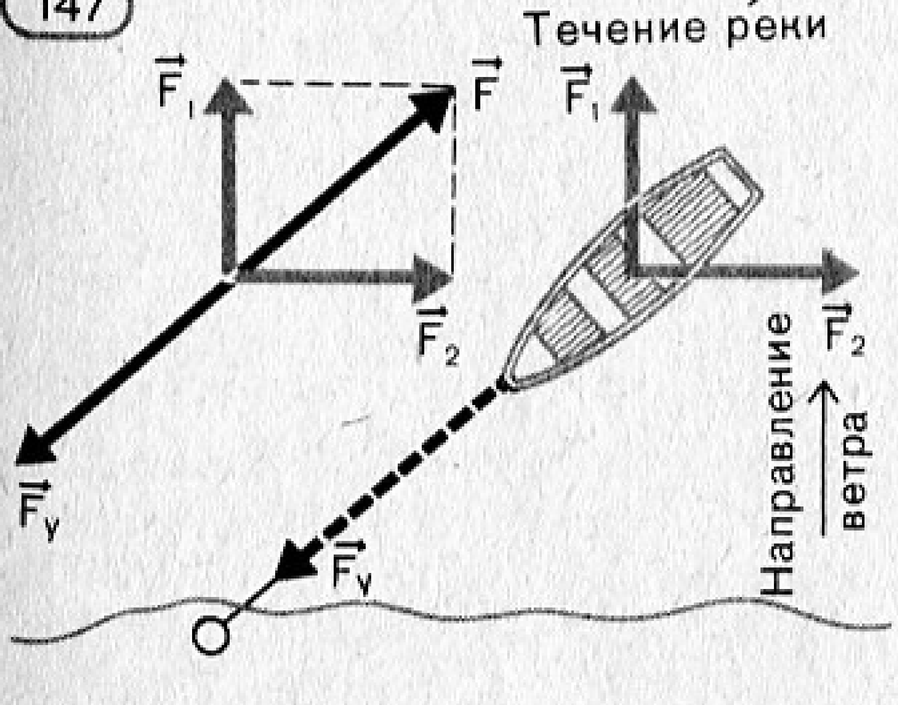
5. Если геометрическая сумма сил, приложенных к телу, равна нулю, то чему равна алгебраическая сумма проекций этих сил на какую-нибудь ось?

Пример решения задачи

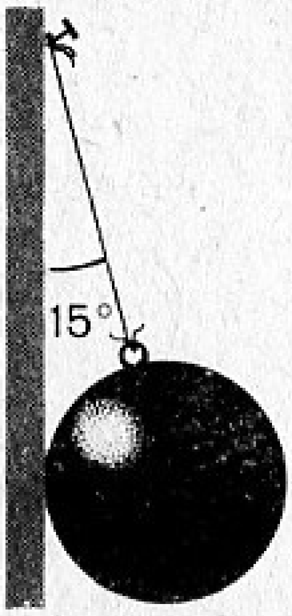
Как удержать в равновесии лодку, на которую действуют течение реки и ветер, дующий от берега (рис. 147)?

Решение. Найдем равнодействующую $\vec{F}$ сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, вызванных ветром и течением воды. Для этого воспользуемся правилом параллелограмма. Диагональ параллелограмма дает модуль и направление равнодействующей $\vec{F}$. Для того чтобы лодка была в равновесии, к ней должна быть приложена сила $\vec{F}_y$, равная этой равнодействующей по модулю, но направленная в противоположную сторону. Такой силой, например, может быть сила упругости каната, при-

147



148



крепленного одним концом к носу лодки, а другим к берегу. Если, например, сила, с которой текущая вода действует на лодку, равна 150 Н, а сила давления ветра равна 100 Н, то равнодействующая этих двух взаимно перпендикулярных сил может быть вычислена по теореме Пифагора:

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}\,;$$

$$F=\sqrt{(100\ \text{Н})^2+(150\ \text{Н})^2}\approx 180\ \text{Н}.$$

Лодка, следовательно, может быть удержана канатом, способным выдержать натяжение не менее 180 Н.

Упражнение 24

1. Груз перемещают по горизонтальной плоскости с постоянной скоростью двумя канатами, к которым прикладывают силы по 500 Н. Канаты образуют между собой угол 60°. Какова сила трения о плоскость?
При какой силе трения угол между канатами пришлось бы сделать равным 0; 90; 120°?
2. Шар массой 3,0 кг висит на веревке, прикрепленной к гладкой стене (рис. 148). Определить силу натяжения веревки и силу давления шара на стену. Веревка образует угол 15° и проходит через центр шара.
3. К середине троса длиной 20 м подвешен светильник массой 3,4 кг, вследствие чего трос провис на 5 см. Определить силы упругости, возникшие в тросе.

47. Равновесие тел с закрепленной осью вращения

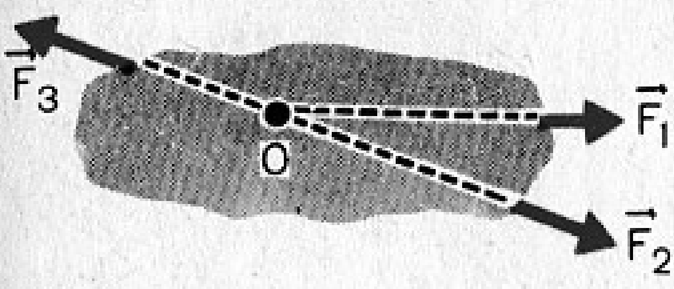
В предыдущем параграфе были выяснены условия равновесия тела при отсутствии вращения. Но как обеспечивается отсутствие вращения тела?

Чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим тело, которое не может совершать поступательного движения, но может поворачиваться или вращаться. Чтобы сделать невозможным поступательное движение тела, его достаточно закрепить в одной точке так, как можно, например, закрепить доску на стене, прибив ее одним гвоздем; поступательное движение такой «пригвожденной» доски становится невозможным, но доска может поворачиваться вокруг гвоздя, который служит ей осью поворота.

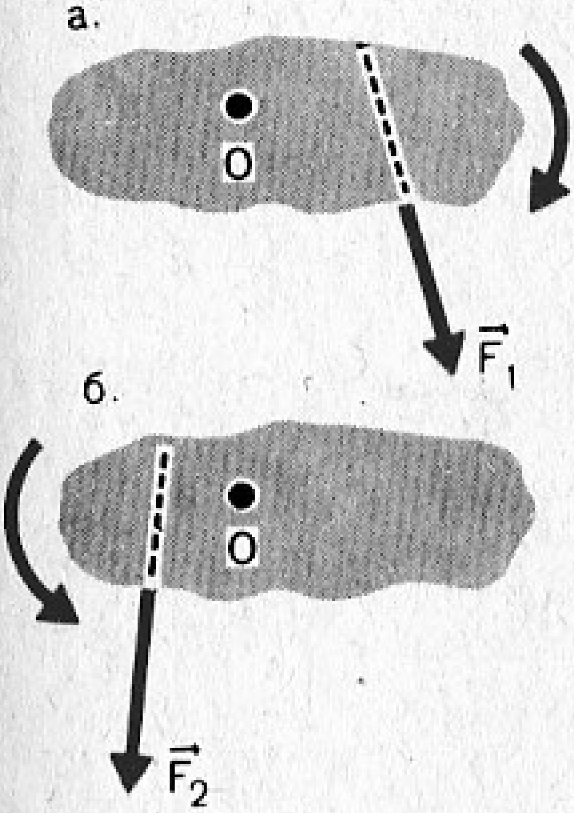
Какие силы могут вызвать поворот тела? Выясним сначала, какие силы не могут и какие могут вызвать поворот (вращение) тела с закрепленной осью.

На рисунке 149 показано некоторое тело, которое может поворачиваться вокруг оси O, перпендикулярной плоскости страницы. Из этого рисунка видно, что силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ не вызовут поворота тела. Линии их действия проходят через

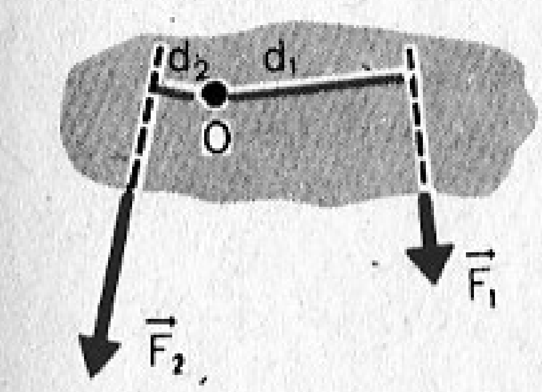
149



150



151



ось вращения. Любая такая сила будет уравновешена силой реакции закрепленной оси.

Поворот (или вращение) могут вызвать лишь такие силы, линии действия которых *не проходят* через ось вращения. Сила $\vec{F}_1$, например, приложенная к телу так, как показано на рисунке 150, *а*, заставит тело повернуться *по часовой стрелке*. Сила $\vec{F}_2$ (рис. 150, *б*) тоже вызовет поворот тела, но *против часовой стрелки*.

Чтобы сделать поворот (или вращение) невозможным, нужно, очевидно, приложить к телу по крайней мере две силы: одну, вызывающую поворот по часовой стрелке, другую — против часовой стрелки. Но эти две силы могут быть и неравны друг другу (по модулю). Например, сила $\vec{F}_2$ (рис. 151) вызывает поворот тела против часовой стрелки. Как показывает опыт, ее можно уравновесить силой $\vec{F}_1$, вызывающей поворот тела по часовой стрелке, но по модулю меньшей, чем сила $\vec{F}_2$. Значит, у этих двух неодинаковых по модулю сил одинаковое, так сказать, «вращающее действие». Что же у них общего, что для них одинаково? Из опыта следует, что в этом случае одинаково произведение модуля силы на расстояние[1] от оси вращения до линии действия силы. Это расстояние (обозначено на рисунке 151 соответственно буквами d_1 и d_2) называется *плечом* силы. Плечо силы $\vec{F}_1$ — это d_1, плечо силы $\vec{F}_2$ — это d_2.

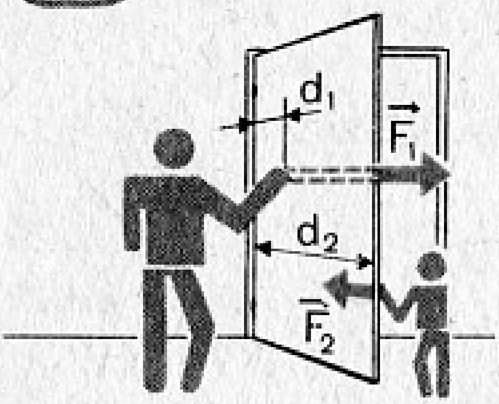
Момент силы. Итак, «вращающее действие» силы характеризуется произведением модуля силы на ее плечо. *Величина, равная произведению модуля силы $\vec{F}$ на ее плечо d, называется вращательным моментом или моментом силы относительно оси вращения:*

$$\boxed{M = Fd.}$$

Слова «относительно оси» в определении момента необходимы,

[1] Слово «расстояние» здесь означает длину перпендикуляра, опущенного из центра вращения на направление действия силы.

152



потому что если, не изменяя ни модуля силы, ни ее направления, перенести ось вращения из точки O (см. рис. 151) в другую точку, то изменится плечо силы, а значит, и момент силы.

Момент силы зависит от двух величин: от модуля самой силы и от ее плеча. Один и тот же момент силы может быть создан малой силой, плечо которой велико, и большой силой с малым плечом. Если, например, пытаться закрыть дверь, толкая ее поблизости от петель, то этому с успехом сможет противодействовать ребенок, который догадается толкать ее в другую сторону, приложив силу поближе к краю, и дверь останется в покое (рис. 152).

Для новой величины — момента силы — нужно, конечно, найти единицу.

Из выражения $M=Fd$ следует, что за единицу вращающего момента в СИ нужно принять момент силы в 1 Н, линия действия которой отстоит от оси вращения на 1 м. Эту единицу называют ньютон-метром (Н·м).

Правило моментов. Моментам сил, вращающих тело против часовой стрелки, принято приписывать положительный знак, а по часовой стрелке — отрицательный. Тогда моменты сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно оси O (см. рис. 151) имеют противоположные знаки и их алгебраическая сумма равна нулю. Таким образом, мы можем написать условие равновесия тела с закрепленной осью:

$$F_1d_1=F_2d_2, \text{ или } -F_1d_1+F_2d_2=0.$$

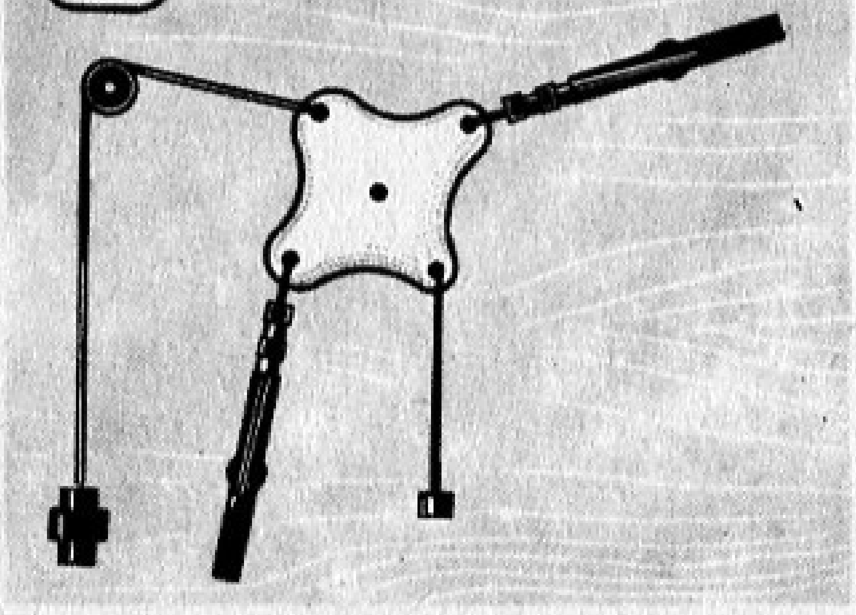
Тело, способное вращаться вокруг закрепленной оси, находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов приложенных к нему сил относительно этой оси равна нулю.

В этом состоит *правило моментов*, оно и служит условием равновесия тела с закрепленной осью вращения.

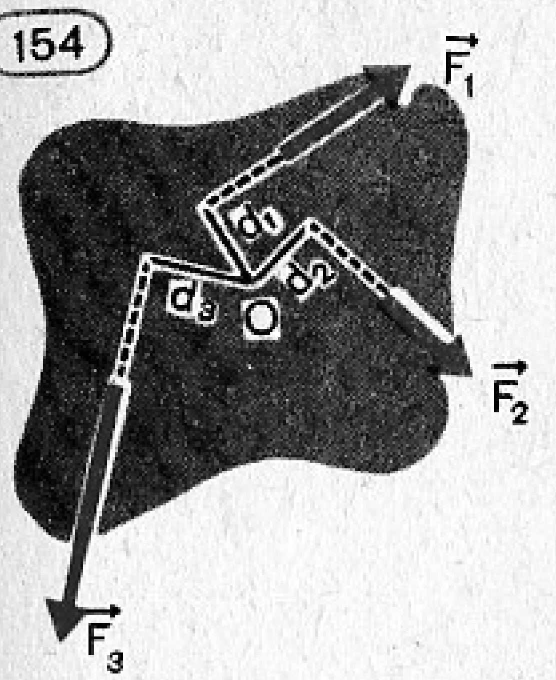
Правило моментов получено нами для случая, когда на тело действуют две силы. Можно показать, что это правило справедливо и в тех случаях, когда на тело действует несколько сил.

Поясним это на опыте, который проводится с прибором, изображенным на рисунке 153. Он представляет

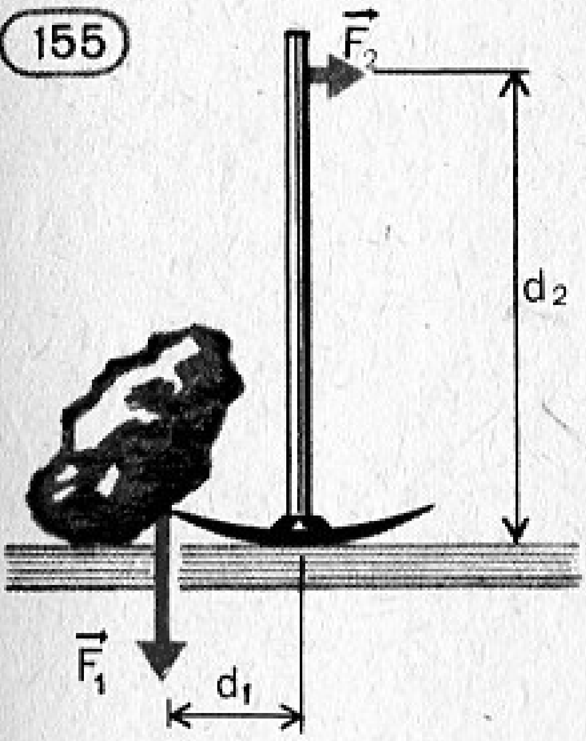
153



154



155



собой тело неправильной формы, закрепленное на оси (ось вращения).

К четырем точкам этого тела приложены силы. Две из них по модулю равны весам соответствующих грузов, показанных на рисунке 153. Две другие — это силы упругости, с которыми растянутые пружины динамометров действуют на тело. Модули этих сил отсчитываются на шкалах динамометров. Под действием этих четырех сил тело находится в равновесии. При помощи циркуля и линейки можно измерить плечи этих сил. При этом можно убедиться в том, что алгебраическая сумма моментов всех четырех сил относительно оси вращения равна нулю.

На рисунке 154 показана схема этого же опыта, где на тело действуют три силы: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$. Закрепленная ось проходит через точку O.

Из рисунка видно, что моменты сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно оси вращения тела отрицательны, а момент силы $\vec{F}_3$ положителен.

Условие равновесия тела записывается в виде:

$$-F_1d_1-F_2d_2+F_3d_3=0,$$

где d_1, d_2 и d_3 — плечи соответствующих сил.

Сформулируем общее условие равновесия тела.

Для того чтобы тело находилось в равновесии, необходимо, чтобы были равны нулю геометрическая сумма приложенных к телу сил и сумма моментов этих сил относительно оси вращения[1].

Правило рычага. Нетрудно понять, что из правила моментов следует знаменитое *правило рычага: рычаг находится в равновесии, когда действующие на него силы обратно пропорциональны плечам.* Но это не что иное, как другое выражение правила моментов! Ведь из формулы $F_1d_1=F_2d_2$ следует, что

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{d_2}{d_1}.$$

[1] Выполнение этих условий не мешает, однако, телу совершать равномерное прямолинейное поступательное движение или вращение с постоянным периодом вращения.

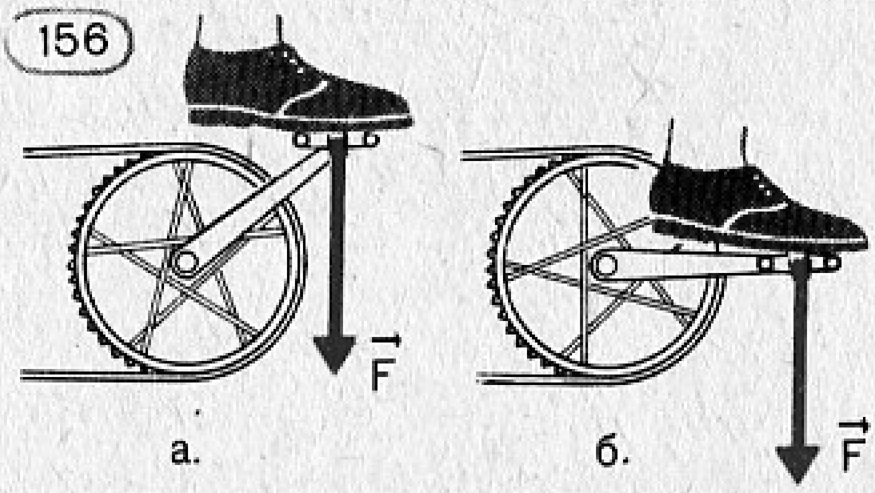
6 Зак. 1011. «Физика, 8 кл.»

На рисунке 155 в качестве примера показан рычаг, к которому приложены взаимно перпендикулярные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$.

Вопросы

1. При каких условиях сила, приложенная к телу, вызывает его поворот вокруг закрепленной оси?
2. Что такое плечо силы?
3. Что такое момент силы? В каких единицах он выражается?
4. В каком случае (рис. 156, *а*, *б*) вращающий момент, действующий на педаль, больше?
5. В чем состоит условие равновесия тела, которое может вращаться вокруг закрепленной оси?

156



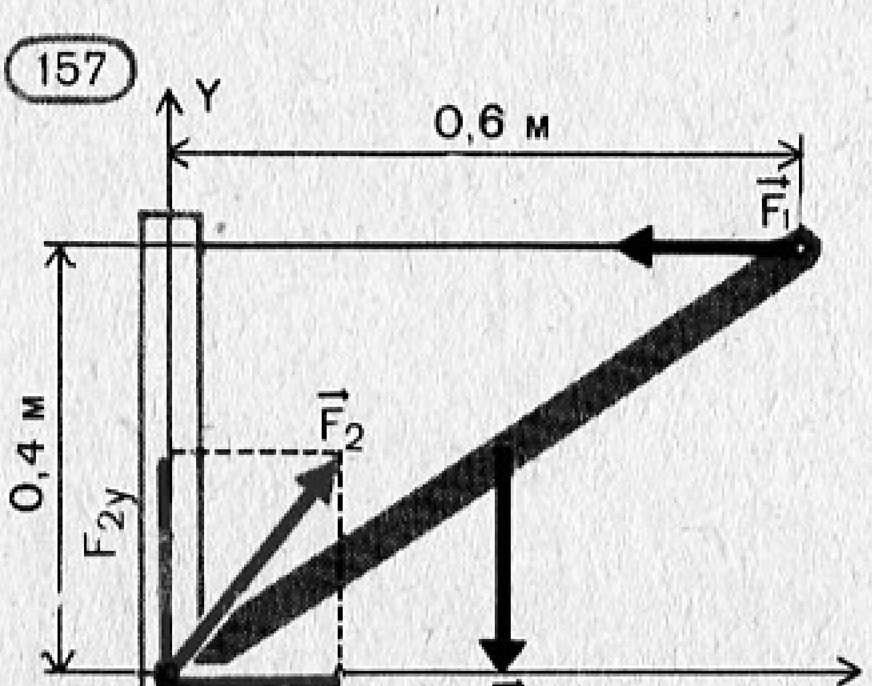
6. При каком условии рычаг, показанный на рисунке 155, находится в равновесии?

Пример решения задачи

Однородный стержень массой $m=2$ кг прикреплен своим нижним концом к шарниру (рис. 157). Стержень удерживается в равновесии горизонтальной оттяжкой, прикрепленной к неподвижной вертикальной стойке. Пользуясь числами, указанными на рисунке, найти силу натяжения оттяжки и силу реакции шарнира.

Решение. На стержень действуют три силы: сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, приложенная в его середине, сила $\vec{F}_1$ упругости оттяжки и сила $\vec{F}_2$ упругости в шарнире. Осью вращения служит шарнир у нижнего конца стержня. Из перечисленных сил только первые две создают вращающие моменты относительно этой оси. Линия действия силы реакции в шарнире проходит через ось шарнира, и ее момент равен нулю. Из двух указанных сил сила упругости оттяжки поворачивает стержень против часовой стрелки. Другая вращает его по часовой стрелке. По правилу моментов

157



$$-F_т d + F_1 d_1 = 0;$$

$$-2\ \text{кг} \cdot 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0{,}30\ \text{м} +$$

$$+ F_1 \cdot 0{,}40\ \text{м} = 0.$$

Решая это уравнение, получаем: $F_1 = 15$ Н.

Для определения силы реакции шарнира применяем другое условие равновесия: сумма проекций приложенных к телу сил на каждую координатную ось должна быть равна нулю:

$$F_{2x}+F_{1x}=0;\ F_{2y}+F_{\text{т}y}=0.$$

Так как $F_{1x}=-F_1$ и $F_{\text{т}y}=mg_y=-mg$, то

$$F_{2x}-F_1=0,\ F_{2x}=F_1;\ F_{2x}=15\ \text{Н};$$

$$F_{2y}-mg=0;\ F_{2y}=mg;\ F_{2y}=20\ \text{Н}.$$

По теореме Пифагора

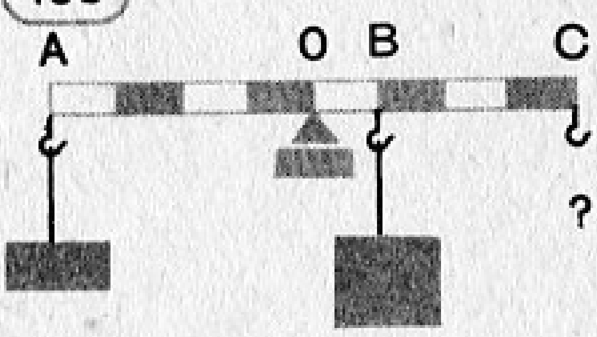
$$F_2=\sqrt{(F_{2x})^2+(F_{2y})^2};\ F_2=\sqrt{15^2+20^2}\ \text{Н}=25\ \text{Н}.$$

Из условий равновесия следует, что линия действия силы $\vec{F}_2$ проходит через точку пересечения линий действия сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_\text{т}$.

Упражнение 25

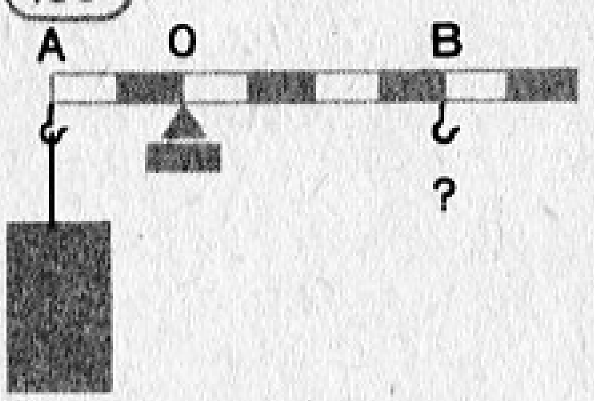
1. На рисунке 158 изображен однородный стержень, ось вращения которого находится в точке O. На нем в точках A и B подвешены грузы массой 0,2 и 0,4 кг соответственно. Груз какой массы должен быть подвешен в точке C, чтобы стержень находился в равновесии?

158



2. К однородному стержню, который может вращаться вокруг оси, прикреплен в точке A груз массой 0,8 кг (рис. 159). Груз какой массы нужно прикрепить в точке B, чтобы стержень был в равновесии, если масса стержня 400 г?

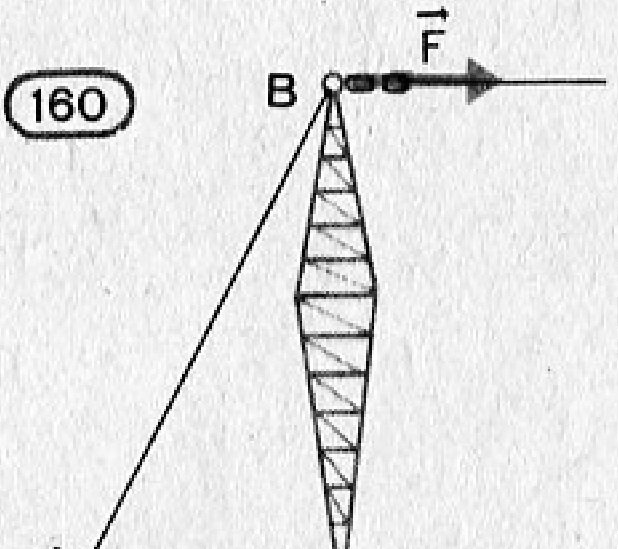
159



3. На наклонной плоскости лежит ящик. Будет ли он соскальзывать вниз, если коэффициент трения ящика о наклонную плоскость равен 0,2? Длина наклонной плоскости 6 м, высота 2 м.

4. Антенная мачта (рис. 160) закреплена оттяжкой AB, образующей угол 30° с мачтой. Сила, с которой антенна действует на мачту в точке B (натяжение антенны), равна 1000 Н. Чему равна сила упругости в сжатой мачте и сила, действующая на оттяжку?

160



Задание

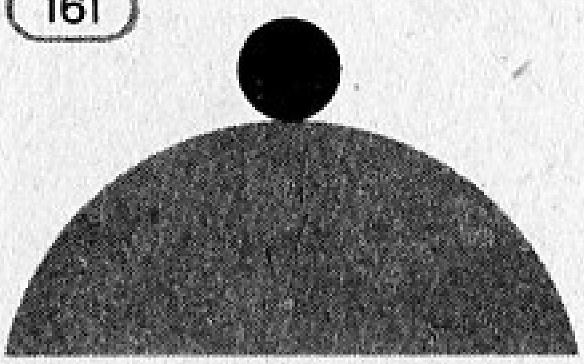
Привести примеры практического использования рычага.

48. Устойчивость равновесия тел

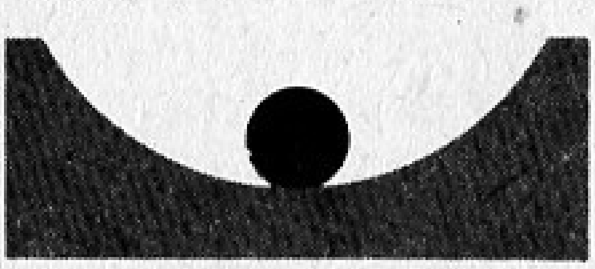
Если тело находится в равновесии, то это значит, что сумма приложенных к нему сил равна нулю и сумма моментов этих сил относительно оси вращения также равна нулю. Но здесь возникает вопрос: а устойчиво ли равновесие?

С первого взгляда видно, например, что положение равновесия шарика на вершине выпуклой подставки (рис. 161) неустойчиво: малейшее отклонение шарика от его равновесного положения приведет к тому, что он скатится вниз. А вот тот же шарик помещен на вогнутой подставке (рис. 162). Его не так-то просто заставить покинуть свое место. Равновесие шарика можно считать устойчивым.

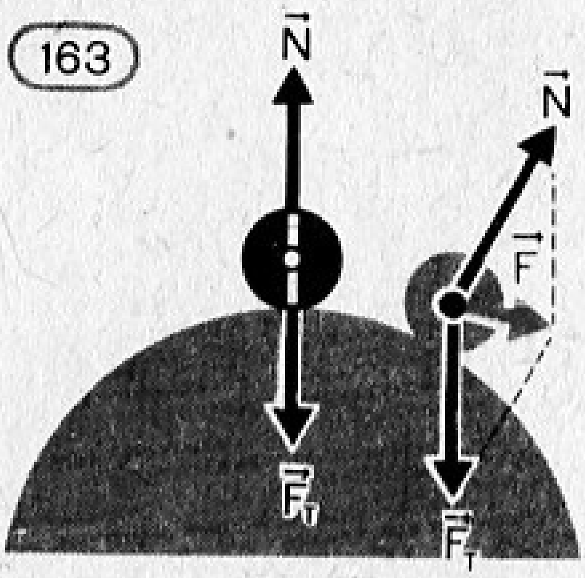
161



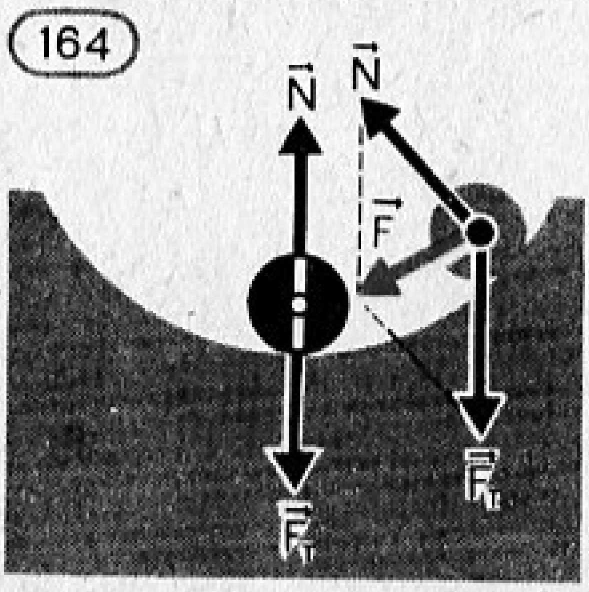
162



163



164



В чем секрет устойчивости? В рассмотренных нами случаях шарик находится в равновесии: сила тяжести $\vec{F}_т$ равна по модулю противоположно направленной силе упругости (силе реакции) $\vec{N}$ со стороны опоры (рис. 163 и 164).

Все дело, оказывается, именно в том малейшем отклонении, о котором мы упоминали. При самом малом отклонении, которое всегда происходит из-за случайных сотрясений, воздушных течений и других причин, равновесие шарика нарушается.

На рисунке 163 видно, что, как только шарик на выпуклой подставке покинул свое место, сила тяжести $\vec{F}_т$ перестает уравновешиваться силой $\vec{N}$ со стороны опоры (сила $\vec{N}$ всегда направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения шарика и подставки). Равнодействующая силы тяжести $\vec{F}_т$ и силы реакции $\vec{N}$ опоры, т. е. сила $\vec{F}$, направлена так, что шарик еще больше удалится от положения равновесия.

Иное дело на вогнутой подставке (рис. 164). При малом отклонении от первоначального положения здесь тоже нарушается равновесие. Сила упругости со стороны опоры и здесь уже не будет уравновешивать силу тяжести. Но теперь равнодействующая $\vec{F}$ направлена так, что тело вернется в прежнее положение. В этом и состоит условие устойчивости равновесия.

Равновесие тела устойчиво, если при малом отклонении от равновесного положения равнодействующая сил, приложенных к телу, возвращает его к положению равновесия.

Равновесие неустойчиво, если при малом отклонении тела от положения равновесия равнодействующая сил, приложенных к телу, удаляет его от этого положения.

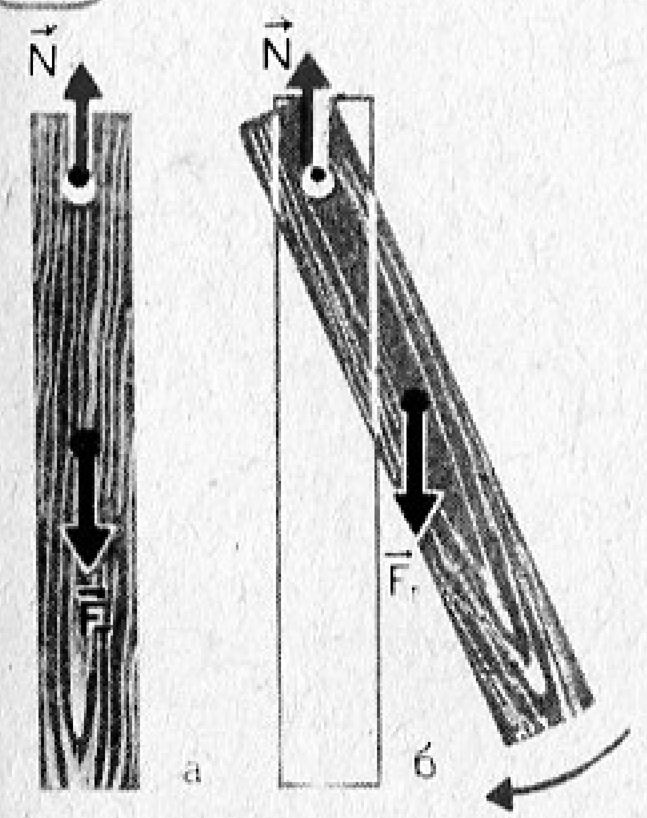
Это справедливо и для тела, имеющего ось вращения. В качестве примера такого тела рассмотрим обыкновенную линейку, укрепленную на стержне, проходящем через отверстие вблизи ее конца (рис. 165). Из рисунка видно, что положение линейки, показанное на рисунке 165, *а*, устойчиво. Подвесить ту же линейку на стержне так, как это показано на рисунке 166, *а*, невозможно. При отклонении от вертикального положения (рис. 166, *б*) линейка повернется так, чтобы занять положение, показанное на рисунке 166, *в*. Значит, равновесие линейки, соответствующее рисунку 166, *а*, неустойчиво.

Устойчивое и неустойчивое положения равновесия отличаются друг от друга еще и положением центра тяжести тела. Когда шарик находится в положении неустойчивого равновесия (см. рис. 161), его центр тяжести выше, чем когда он находился в любом соседнем положении. Наоборот, у шарика на вогнутой опоре центр тяжести в положении устойчивого равновесия (см. рис. 162) ниже, чем в любом из соседних положений. Значит, *для устойчивого равновесия центр тяжести тела должен находиться в самом низком из возможных для него положений.*

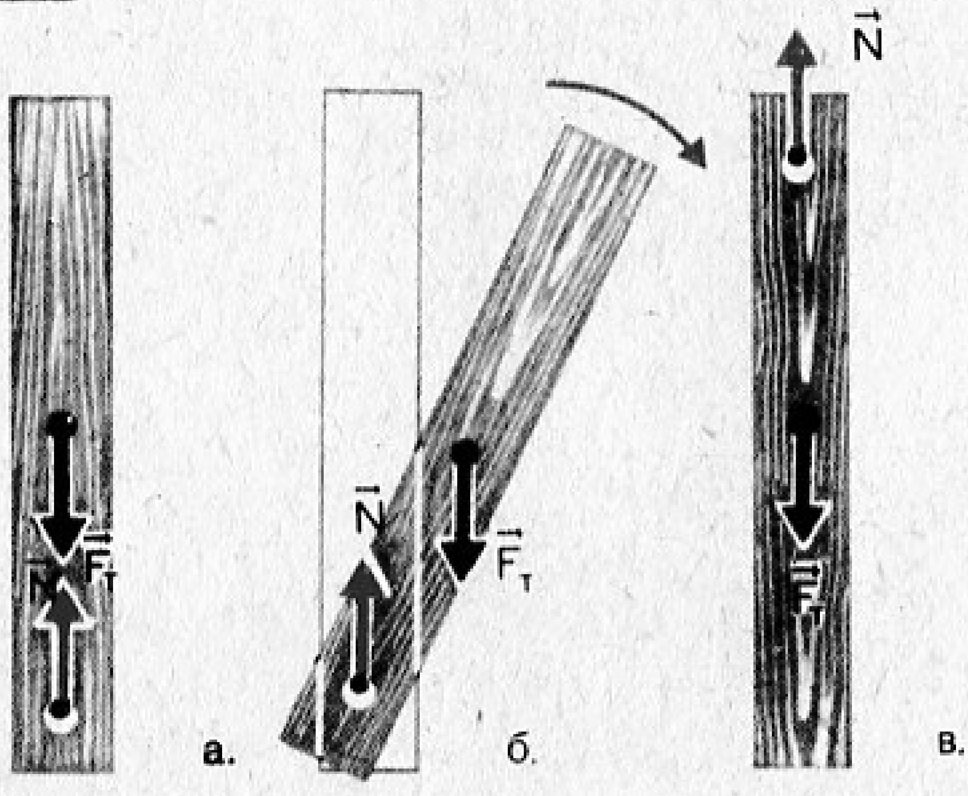
Равновесие же тела, имеющего ось вращения, устойчиво при условии, что его центр тяжести расположен ниже оси вращения.

Возможно и такое положение равновесия, когда отклонения от него не приводят к каким-либо изменениям в состоянии тела. Таково, например, положение шарика на плоской

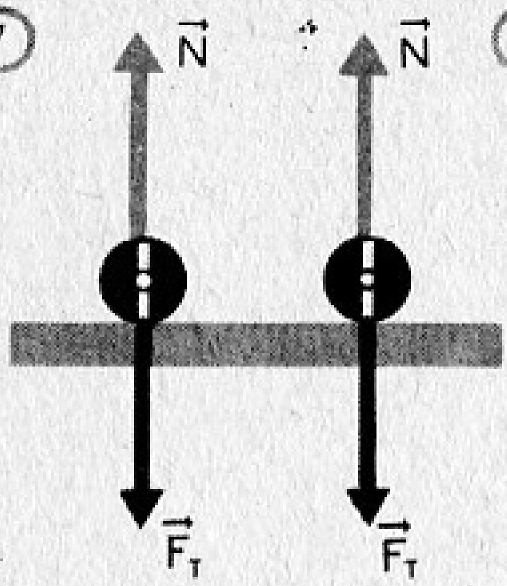
165



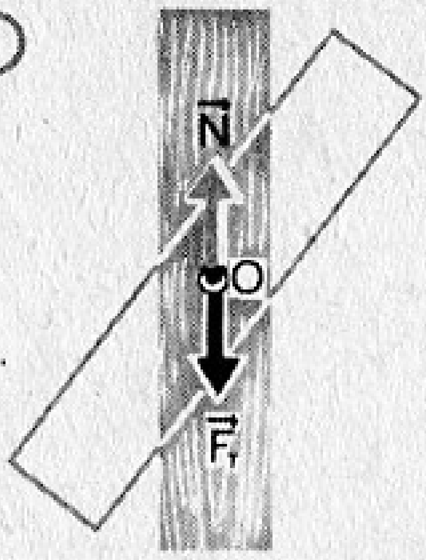
166



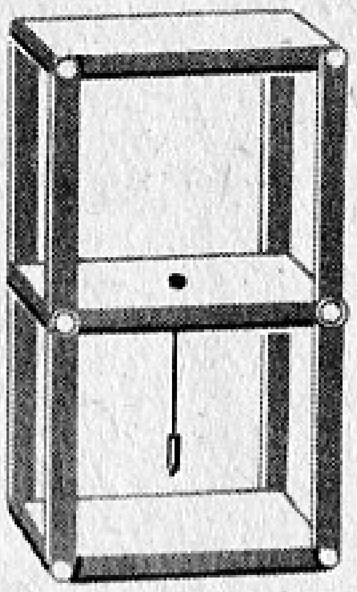
167



168



169



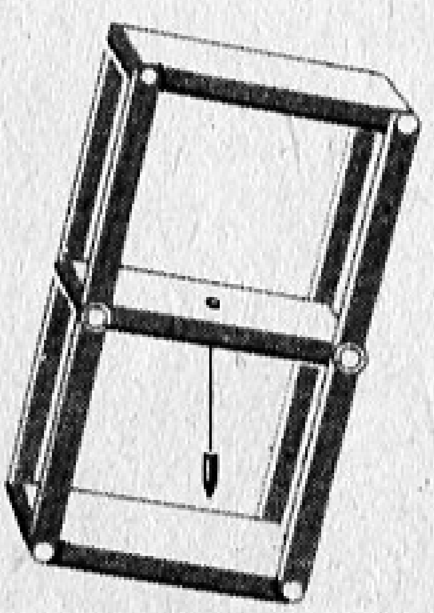
опоре (рис. 167) или линейки, подвешенной на стержне, проходящем через отверстие в ее центре тяжести (рис. 168). Такое равновесие называют *безразличным*.

Равновесие тел на опорах. Мы только что рассмотрели условие устойчивости и неустойчивости равновесия тел, имеющих точку или ось опоры. Не менее важен случай, когда опора приходится не на точку (ось), а на некоторую поверхность. Поверхность опоры имеет ящик на полу, стакан на столе, всевозможные здания, фабричные трубы и т. д. Каковы условия устойчивого равновесия тел в этом случае?

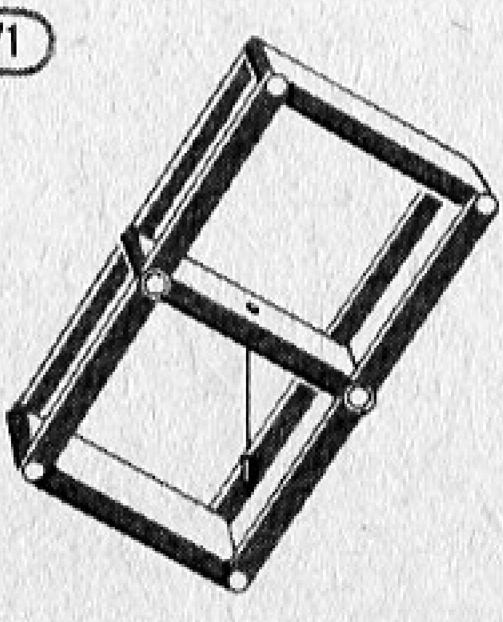
На тела, имеющие поверхность опоры, действуют и уравновешивают друг друга по-прежнему сила тяжести, которую можно считать приложенной к центру тяжести, и сила упругости (реакции) со стороны опоры, перпендикулярная ее поверхности. Как и в ранее рассмотренных случаях, равновесие будет устойчивым, если при отклонении от положения равновесия не возникает сила, удаляющая тело от этого положения. Когда, например, призма стоит на горизонтальной поверхности (рис. 169), она находится в равновесии. Это равновесие устойчивое, потому что при наклоне на малый угол линия действия силы тяжести призмы (совпадающая с линией отвеса) пересекает основание призмы левее точек опоры (рис. 170) и сила тяжести возвращает призму в прежнее положение.

Но если сильнее наклонить призму (рис. 171), то результат будет иным. Линия действия силы тяжести (линия отвеса)

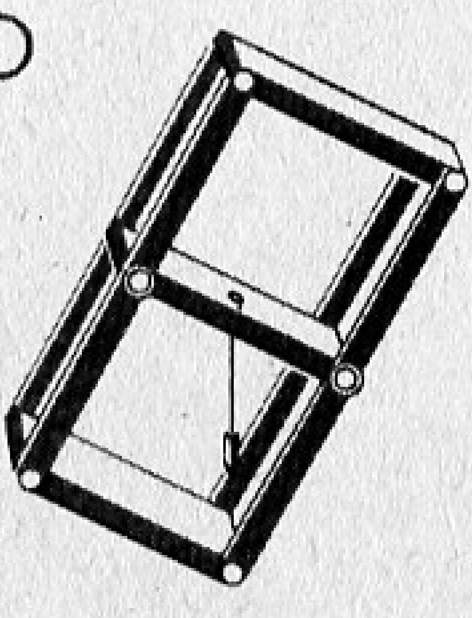
170



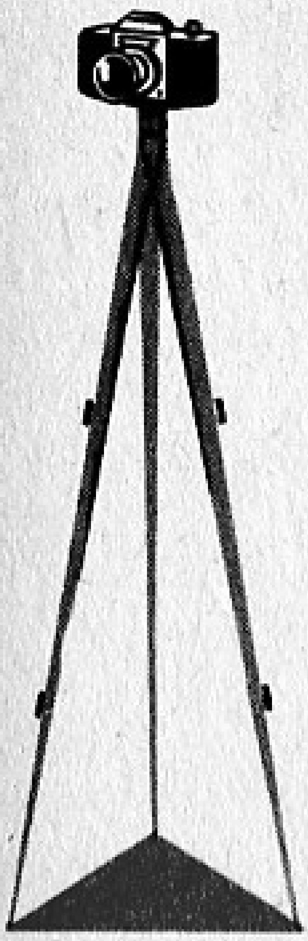
171



172



173



теперь пересекает основание призмы правее точек опоры, и под действием силы тяжести призма наклонится еще сильнее. В конце концов она упадет. Рисунок 172 соответствует предельному положению призмы, когда она еще не падает. В этом случае линия действия силы тяжести пересекает линию, вдоль которой расположены точки опоры призмы.

Таким образом, для устойчивости тела необходимо, чтобы вертикаль, проведенная через его центр тяжести, пересекала поверхность опоры.

Поверхность опоры, от которой зависит равновесие,— это не всегда поверхность, которая действительно соприкасается с телом. Стол, например, соприкасается с полом только там, где находятся его ножки. Но поверхность опоры стола — это поверхность внутри контура, который получится, если соединить прямыми все ножки стола. Поверхность опоры штатива-треноги (рис. 173) — это треугольник, образованный отрезками, соединяющими концы треноги, и т. д.

Вопросы

1. Указать виды равновесия для следующих случаев: а) гимнаст делает стойку на брусьях; гимнаст висит на кольцах; б) колесо надето на ось; в) шарик лежит на столе.

2. Каким образом обеспечивается хорошая устойчивость следующих предметов: а) лабораторного штатива; б) башенного подъемного крана; в) настольной лампы?

Самое важное в седьмой главе

Вопрос о равновесии тела, на которое действуют силы, важен при расчете сооружений, которые должны постоянно находиться в покое.

Для равновесия тела необходимо выполнение двух условий:

1) геометрическая сумма приложенных к телу сил должна равняться нулю;

2) алгебраическая сумма моментов приложенных сил относительно оси вращения должна равняться нулю.

Момент силы относительно какой-либо оси — это величина, характеризующая вращающее действие силы около этой оси. Он равен произведению модуля силы на ее плечо.

Не всякое равновесие тела практически осуществимо. Можно осуществить только устойчивое или безразличное равновесие. Равновесие тела устойчиво, когда при малом отклонении тела от положения равновесия действующие на него силы возвращают его в исходное положение.

Законы сохранения в механике

Глава 8

Закон сохранения импульса

Сохраняющиеся физические величины

В предыдущих главах мы видели, как законы Ньютона позволяют решать задачи о движении тел. Поэтому может показаться, что на этом мы могли бы и закончить изучение механики. Но во многих случаях найти значения сил, действующих на тело, очень трудно. Когда мы рассматриваем столкновение двух тел, например двух вагонов, мы знаем, что при этом они взаимодействуют друг с другом силой упругости. Но определить значение этой силы бывает трудно, а иногда невозможно из-за того, что деформации соприкасающихся частей вагонов имеют сложный характер. Даже в простом случае столкновения двух шаров деформация каждого из них имеет сложный вид, и неясно, каковы значения величин x и k в формуле закона Гука:

$$(F_{\text{упр}})_x = -kx.$$

В таких случаях для решения задач механики применяют простые следствия из законов движения, которые представляют собой видоизменения второго закона Ньютона. Но при этом появляются новые величины вместо сил и ускорений. Эти новые величины — *импульс* и *энергия*. О них и пойдет речь в этом разделе. Импульс и энергия — особые величины, они обладают свойством *сохранения*. И сами эти величины, и их свойство сохранения играют важную роль не только в механике, но и в других разделах физики. В этом состоит их особая важность.

49. Сила и импульс

Формулу

$$\vec{F} = m\vec{a}, \qquad (1)$$

которая выражает второй закон Ньютона, можно записать по-другому, если вспомнить, что ускорение равно быстроте изменения скорости тела. В частности, для равноускоренного движения

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}. \qquad (2)$$

Подставив это выражение в формулу (1), получим:

$$\vec{F}=\frac{m(\vec{v}-\vec{v}_0)}{t}, \text{ или}$$

$$\vec{F}=\frac{m\vec{v}-m\vec{v}_0}{t}. \qquad (3)$$

Формулу (3) можно переписать и в таком виде:

$$\boxed{\vec{F}t=m\vec{v}-m\vec{v}_0.} \qquad (4)$$

Формула (4) является другим выражением второго закона Ньютона. Правая часть этого равенства представляет собой изменение произведения массы тела на его скорость. Произведение массы тела на скорость — это физическая величина, имеющая особое название. Ее называют импульсом тела или количеством движения тела.

Импульсом или количеством движения тела называют произведение массы тела на его скорость.

Импульс тела — векторная величина. Направление вектора импульса совпадает с направлением вектора скорости.

Принято говорить, что тело массой m, движущееся со скоростью $\vec{v}$, несет с собой импульс $m\vec{v}$ (или обладает импульсом $m\vec{v}$).

Очевидно, что *за единицу импульса в* СИ *надо принять импульс тела массой* 1 кг, *движущегося со скоростью* 1 м/с. Единицей импульса является килограмм-метр в секунду (кг·м/с).

Изменение импульса тела равно, как видно из формулы (4), произведению силы $\vec{F}$ на время ее действия t. Величина $\vec{F}t$ тоже имеет особое название. Ее называют *импульсом силы.*

Изменение импульса (количества движения) тела равно импульсу силы.

При выводе формулы (4) мы предполагали, что ускорение тела, а значит, и действующая на тело сила постоянны. Если сила изменяется с течением времени, то промежуток времени, в течение которого действует сила, можно разбить на маленькие интервалы, в течение которых силу можно считать постоянной. Для определения изменения импульса в течение каждого такого интервала времени можно воспользоваться формулой (4). Сложив получившиеся изменения импульса тела, мы получим изменение импульса за весь промежуток времени, в течение которого действует сила.

Если время, в течение которого действует сила, очень мало, как, например, при столкновении тел или при ударе, то можно и непосредственно воспользоваться формулой (4), понимая под $\vec{F}$ среднюю силу, действующую на тело.

Импульс замечателен тем, что он изменяется под действием данной силы одинаково у всех тел, если время действия силы одинаково. Одна и та же сила, действующая в течение определенного времени, добавит одинаковый импульс и тяжело нагруженной барже, и легкой байдарке.

Вопросы

1. Что такое импульс? Чему равен модуль импульса тела? Как направлен вектор импульса тела?
2. Как связаны сила, приложенная к телу, и его импульс? Можно ли сказать, что тело обладает импульсом потому, что на него действует сила?
3. Что такое импульс силы? Как он направлен и чему равен его модуль?
4. Какая связь между импульсом силы и импульсом тела?
5. В каких единицах выражается импульс силы и импульс тела? Различные ли это единицы?

Упражнение 26

1. Найти импульс тела массой 5 кг, движущегося со скоростью 2 м/с.
2. В цистерне поливочной автомашины массой 4 т находится 2 м^3 воды. Чему равен импульс машины: а) когда машина движется со скоростью 18 км/ч к месту полива; б) когда машина движется со скоростью 54 км/ч, израсходовав всю воду?
3. Металлический шарик массой 20 г, падающий со скоростью 5 м/с, ударяется упруго о стальную плиту и отскакивает от нее в противоположном направлении с такой же по модулю скоростью. Найти изменение импульса шарика и среднюю силу, вызвавшую это изменение, если соударение длилось 0,1 с.
4. Шофер выключил двигатель автомобиля при скорости 72 км/ч. Через 3,4 с автомобиль остановился. Сила трения колес по асфальту равна 5880 Н. Чему был равен импульс автомобиля в момент выключения двигателя? Какова масса автомобиля?
5. Автомобиль массой 2 т движется со скоростью 36 км/ч. Какое время требуется для полной остановки автомобиля после выключения двигателя, если сила трения колес о дорогу равна 5880 Н?

Задание

Проанализировать решения задач 4 и 5 упр. 26 и выяснить, от какой величины зависит тормозное время движущегося тела (время от начала торможения тела до его остановки) при заданном значении модуля тормозящей силы. Сравнить результат анализа с формулой, приведенной в § 41.

50. Закон сохранения импульса

Импульсу присуще очень интересное и важное свойство, которым обладают весьма немногие физические величины. Это *свойство сохранения*. Оно заключается в том, что геометрическая сумма импульсов тел, взаимодействующих только друг с другом, сохраняется неизменной. Сами импульсы тел, конечно, изменяются, поскольку на каждое из тел действуют силы взаимодействия, но сумма импульсов остается постоянной. Это утверждение называется *законом сохранения импульса*.

Закон сохранения импульса — один из важнейших законов природы. Очень просто этот закон доказывается, когда взаимодействуют друг с другом два тела. Действительно, в этом случае если первое тело действует на второе силой $\vec{F}$, то на первое тело второе действует силой, по третьему закону Ньютона равной $-\vec{F}$. Обозначим массы тел через m_1 и m_2, а их скорости относительно какой-то системы отсчета через $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$. В результате взаимодействия тел их скорости через некоторое время t изменятся и станут равными v_1' и v_2'.

Согласно формуле (4) предыдущего параграфа

$$\vec{F}t = m_1\vec{v}_1' - m_1\vec{v}_1,$$

$$-\vec{F}t = m_2\vec{v}_2' - m_2\vec{v}_2.$$

Следовательно,

$$m_1\vec{v}_1' - m_1\vec{v}_1 = -(m_2\vec{v}_2' - m_2\vec{v}_2).$$

Изменив знаки обеих частей этого равенства на противоположные, перепишем его в виде

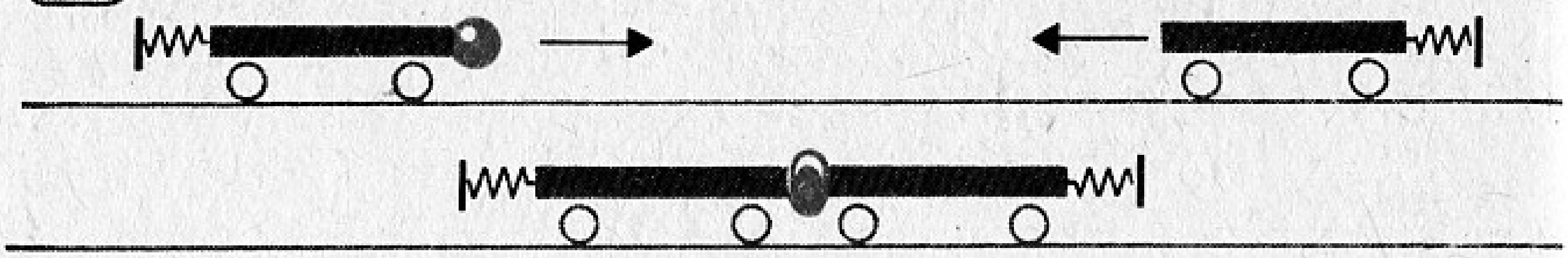
$$\boxed{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'.}$$

В левой части этого равенства стоит сумма начальных импульсов двух тел, а в правой — сумма импульсов тех же тел через время t. Эти суммы равны между собой. Таким образом, хотя импульс каждого из тел при взаимодействии изменяется, их полный импульс, т. е. сумма импульсов обоих тел, сохраняется неизменным. Что и требовалось доказать.

Когда справедлив закон сохранения импульса? Можно доказать, и опыт это также подтверждает, что если взаимодействуют не два, а много тел, то геометрическая сумма импульсов всех тел, или, как говорят, системы тел, остается неизменной. Важно только, чтобы эти тела взаимодействовали только друг с другом, чтобы на них не действовали силы со стороны других тел, не входящих в систему (или чтобы эти внешние силы уравновешивались). Такую группу тел, которые не взаимодействуют ни с какими другими телами, не входящими в эту группу, называют *замкнутой системой*. Когда мы выше говорили о взаимодействии двух тел, то тоже имели в виду, что посторонние тела на них не действуют. Именно для замкнутых систем и справедлив *закон сохранения импульса*.

Геометрическая сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной при любых взаимодействиях тел этой системы между собой.

174



Отсюда следует, что взаимодействие тел сводится к тому, что одни тела передают часть своего импульса другим.

Импульс — это векторная величина. Поэтому если сумма импульсов тел сохраняется постоянной, то и сумма проекций этих импульсов на оси координат также остается постоянной. Вследствие этого геометрическое сложение импульсов можно заменить алгебраическим сложением их проекций.

Закон сохранения импульса можно проиллюстрировать следующими простыми опытами.

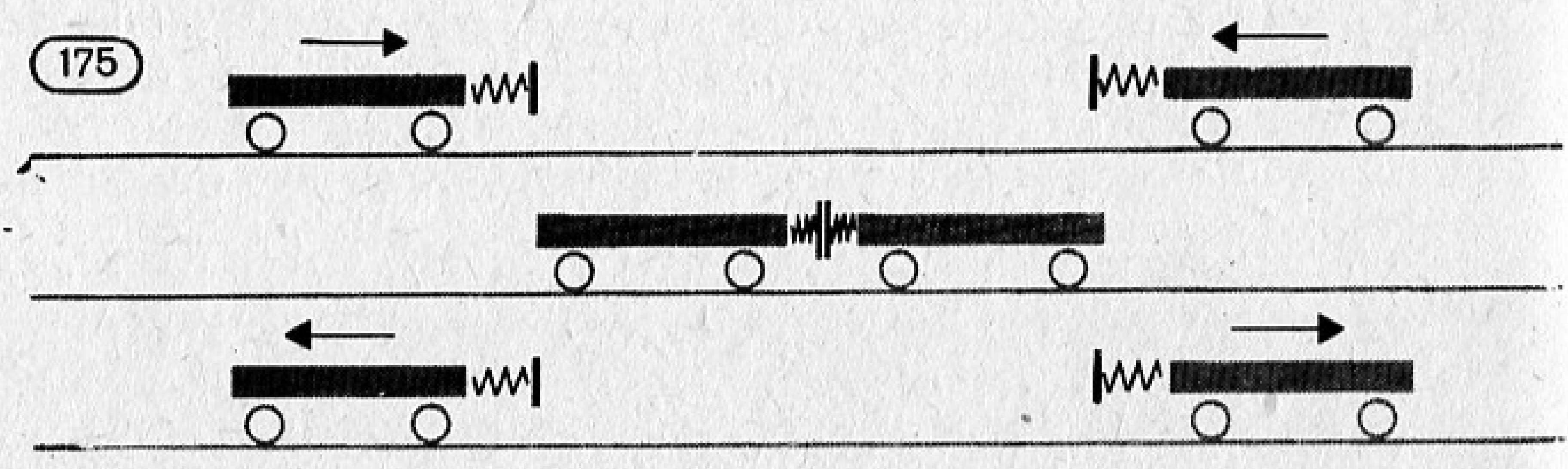
1. Поставим на рельсы две тележки одинаковой массы m. К торцу одной тележки прикрепим шарик из пластилина. Пусть тележки движутся навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями $\vec{v}$ (рис. 174). При встрече обе тележки остановятся. Объяснить результаты опыта легко. До встречи импульс левой тележки равен $m\vec{v}$, а правой тележки $-m\vec{v}$ (тележки двигались с противоположно направленными скоростями). Значит, до момента встречи тележек их общий импульс был равен нулю:

$$m\vec{v}+(-m\vec{v})=\vec{0}.$$

После соударения тележки остановились. Следовательно, и теперь суммарный импульс обеих тележек равен нулю.

2. Можно повернуть тележки так, чтобы они были обращены друг к другу пружинными буферами (рис. 175). Тогда, повторив опыт, убедимся в том, что после столкновения обе тележки разъедутся в противоположные стороны. При этом взаимодействии скорости тележек изменят свои направления на противоположные, модули же скоростей останутся такими же, какими они были до взаимодействия. Если до встречи импульс левой тележки равен $m\vec{v}$, а правой $-m\vec{v}$, то после

175



встречи импульс левой тележки равен $-m\vec{v}$, а правой $m\vec{v}$. Поэтому суммарный импульс обеих тележек равен нулю как до, так и после столкновения, как этого и требует закон сохранения импульса.

Вопросы

1. В чем состоит закон сохранения импульса?
2. Что такое замкнутая система тел?
3. Парусная лодка попала в штиль и остановилась. Можно ли заставить ее двигаться, надувая паруса с помощью насоса или мехов, установленных на ее борту?
4. Из движущегося танка производится орудийный выстрел. Повлияет ли выстрел на скорость танка? Какие тела образуют в данном случае замкнутую систему?
5. Два шарика одинаковой массы катятся навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями по очень гладкой плоскости (оба шарика образуют поэтому замкнутую систему). Шарики сталкиваются и после столкновения движутся в противоположных направлениях с такими же по модулю скоростями. Чему равен их общий импульс до столкновения, в момент столкновения и после него?
6. Могут ли осколки взорвавшейся гранаты лететь в одном направлении, если до взрыва граната покоилась? А если двигалась?

Пример решения задачи

Железнодорожный вагон массой 30 000 кг, движущийся со скоростью 1,5 м/с, сцепляется с неподвижным вагоном, масса которого равна 20 000 кг. Какова скорость вагонов после сцепки? (Вагоны находятся на прямолинейном участке пути.)

Решение. Направим координатную ось вдоль железнодорожного пути в направлении движения первого вагона. Обозначим массу первого (движущегося) вагона через m_1, массу второго (неподвижного) вагона через m_2, скорость первого вагона до сцепки через $\vec{v}_1$, а общую скорость обоих вагонов после сцепки через $\vec{v}$. По закону сохранения импульса полный импульс обоих вагонов до и после сцепки должен быть одинаковым.

До сцепки проекция полного импульса на координатную ось положительна и равна модулю вектора импульса первого вагона, т. е. m_1v_1. После сцепки проекция полного импульса должна быть положительной и равной модулю вектора импульса сцепленных вагонов, т. е. $(m_1+m_2)v$.

В соответствии с законом сохранения импульса запишем

$$m_1v_1=(m_1+m_2)v.$$

Отсюда

$$v=\frac{m_1}{m_1+m_2}v_1,\quad v=\frac{3\cdot10^4\ \text{кг}\cdot1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{5\cdot10^4\ \text{кг}}=0{,}9\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В задаче мы не знали значений сил взаимодействия между вагонами. Но, пользуясь законом сохранения импульса, мы нашли скорости интересующих нас тел. Ясно, что если известны начальные положения тел, то, зная их скорости, можно найти положения этих тел в любой момент времени. Вот почему закон сохранения импульса имеет такое большое значение; он позволяет решать основную задачу механики.

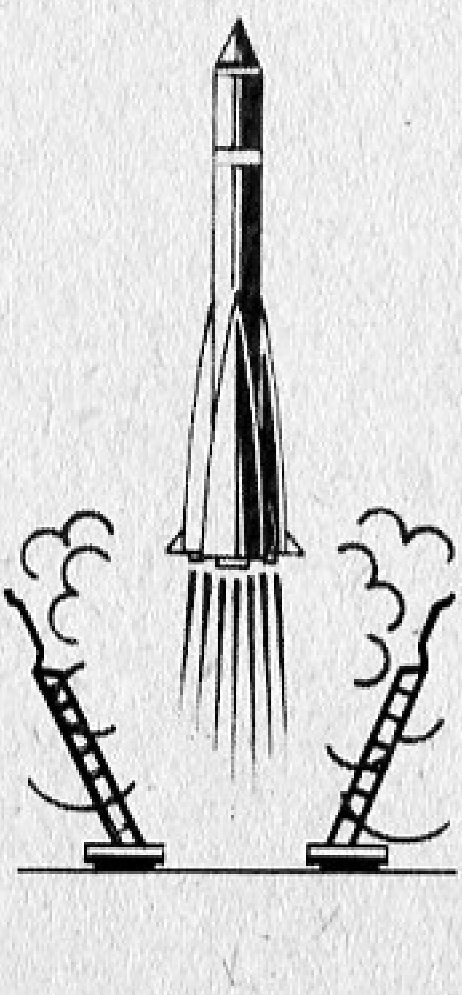
Упражнение 27

1. Человек массой 70 кг, бегущий со скоростью 7 м/с, догоняет тележку массой 30 кг, движущуюся со скоростью 2 м/с, и вскакивает на нее.
С какой скоростью станет двигаться тележка после этого?
2. При формировании железнодорожного состава три сцепленных между собой вагона, движущиеся со скоростью 0,4 м/с, сталкиваются с неподвижным вагоном, после чего все вагоны продолжают двигаться в ту же сторону с одинаковой скоростью. Определить эту скорость, если массы всех вагонов одинаковы.
3. Зенитный снаряд, выпущенный в вертикальном направлении, достигнув максимальной высоты, взорвался. При этом образовалось три осколка. Два осколка разлетелись под прямым углом друг к другу, причем скорость первого осколка массой 9 кг равна 60 м/с, а скорость второго массой 18 кг равна 40 м/с. Третий осколок отлетел со скоростью 200 м/с. Определить графически направление полета третьего осколка. Какова его масса?

51. Реактивное движение

Интересный и важный случай практического использования закона сохранения импульса — это *реактивное движение*. Так называют движение тела, возникающее при отделении от тела с какой-то скоростью некоторой его части.

176



Реактивное движение совершают, например, *ракеты*. Всякая ракета — это система двух тел. Она состоит из оболочки и содержащегося в ней топлива. Оболочка имеет форму трубы, один конец которой закрыт, а другой открыт и снабжен трубчатой насадкой с отверстием особой формы — реактивным соплом.

Топливо при запуске ракеты сжигается и превращается в газ высокого давления и высокой температуры. Благодаря высокому давлению этот газ с большой скоростью вырывается из сопла ракеты. Оболочка ракеты устремляется при этом в противоположную сторону (рис. 176).

Перед стартом ракеты ее общий импульс (оболочки и топлива) в системе координат, связанной с Землей, равен нулю, вся ракета покоится относительно Земли. В результате взаимодействия газа и оболочки выбрасываемый газ приобретает некоторый импульс. Будем считать, что влияние силы тяжести пренебрежимо мало, тогда оболочку и топливо можно рассматривать как замкнутую систему и их общий импульс должен и после запуска остаться равным нулю. Поэтому оболочка из-за взаимодействия с газом приобретает импульс, равный по модулю импульсу газа, но противоположный ему по направлению. Вот почему в движение приходит не только газ, но и оболочка ракеты. В ней могут быть помещены научные приборы для исследований, всевозможные средства связи и т. д. С ракетой может быть связан и космический корабль, в котором находятся космонавты.

Закон сохранения импульса позволяет определить скорость ракеты (оболочки).

Действительно, предположим сначала, что весь газ, образующийся при сгорании топлива, выбрасывается из ракеты сразу, а не вытекает постепенно.

Обозначим всю массу газа, в который превращается топливо в ракете, через $m_{\text{г}}$, а скорость вылетающего газа через $\vec{v}_{\text{г}}$. Массу и скорость оболочки обозначим через $m_{\text{об}}$ и $\vec{v}_{\text{об}}$. Согласно закону сохранения импульса сумма импульсов оболочки и газа после запуска должна быть такой же, какой была до запуска ракеты, т. е. должна быть равной нулю. Следовательно,

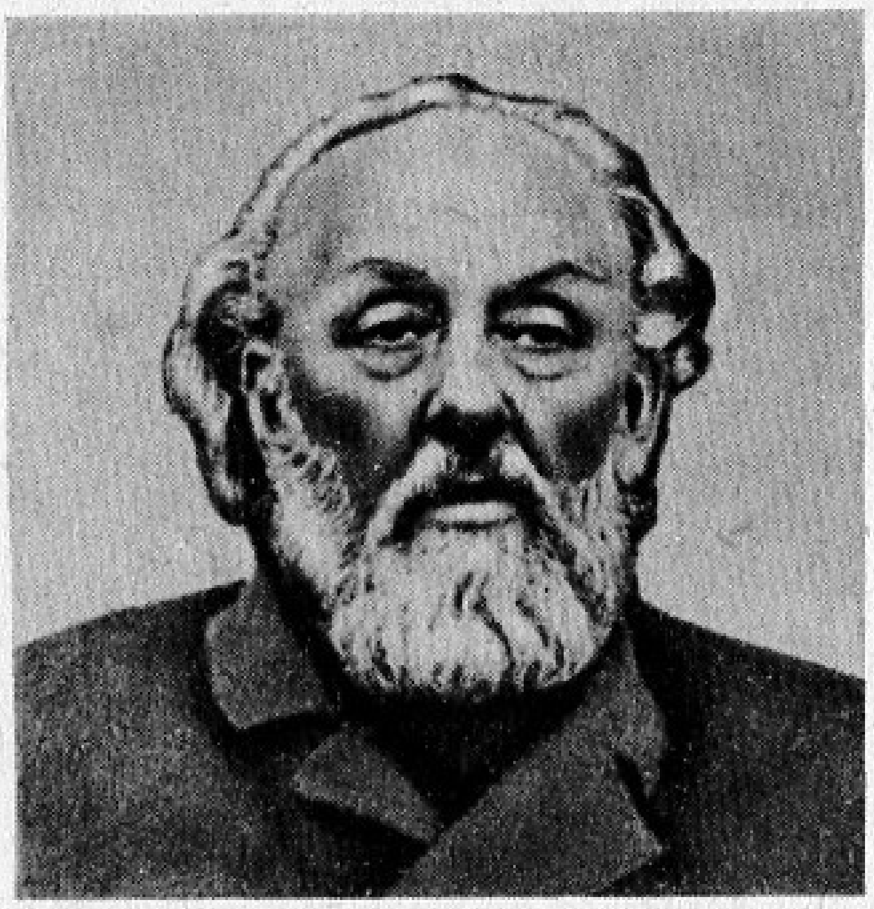
$$m_{\text{г}}(v_{\text{г}})_y + m_{\text{об}}(v_{\text{об}})_y = 0,$$

или $$m_{\text{об}}v_{\text{об}} = m_{\text{г}}v_{\text{г}}$$

(координатная ось Y выбрана в направлении движения оболочки). Отсюда находим скорость оболочки:

$$v_{\text{об}} = \frac{m_{\text{г}}}{m_{\text{об}}} v_{\text{г}} \qquad (1)$$

Из этой формулы видно, что скорость оболочки ракеты тем больше, чем больше скорость выбрасываемого газа и чем больше отношение массы топлива к массе оболочки. Поэтому достаточно большую скорость оболочка получит в том случае, если масса топлива намного больше массы оболочки. Например, для того чтобы скорость оболочки была по абсолютному значению в 4 раза больше скорости выбрасываемого газа, нужно, чтобы масса топлива была во столько же раз больше массы оболочки, т. е. оболочка должна составлять одну пятую всей массы ракеты на старте. А ведь «полезная» часть ракеты — это именно оболочка.



Циолковский Константин Эдуардович (1857—1935). Русский ученый и изобретатель, основоположник космонавтики. С 80-х годов прошлого века занимался вопросами строительства дирижаблей, самолетов, ракет и выдвинул идею использования ракет для полетов в космосе. Именно в этой области Циолковским получены важнейшие результаты. Предложенные им идеи, касающиеся ракет, ракетных двигателей, космических полетов, оказали большое влияние на развитие ракетной и космической техники в СССР и за рубежом.

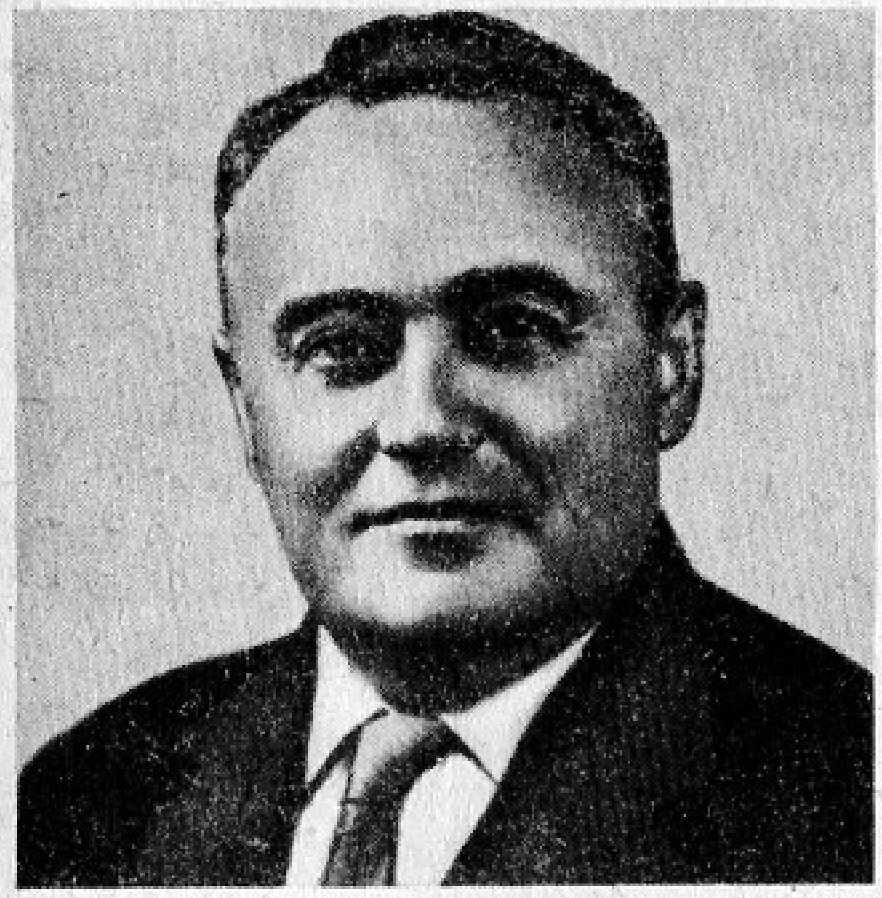
Мы считали, что весь газ выбрасывается из ракеты мгновенно. На самом деле он вытекает не сразу, хотя и достаточно быстро. Это значит, что по мере расходования топлива и увеличения скорости ракеты скорость вытекающего газа относительно Земли уменьшается. Уменьшается и импульс, приобретаемый ракетой при выбросе газа. Вследствие этого скорость $v_{об}$ ракеты оказывается меньше вычисленной по формуле (1).

Это значительно увеличивает необходимую для достижения данной скорости массу топлива. Расчет показывает, что, для того чтобы скорость оболочки была в 4 раза больше скорости газа, масса топлива на старте должна быть не в 4, а в несколько десятков раз больше массы оболочки. Если же учесть, что при запуске с Земли на ракету действуют и сила сопротивления воздуха, сквозь который она должна лететь, и притяжение к Земле, то можно сделать вывод, что это отношение должно быть еще больше.

В отличие от всех других транспортных средств ракета может двигаться, не взаимодействуя ни с какими другими телами, кроме как с продуктами сгорания содержащегося в ней самой топлива.

Именно поэтому ракеты используются для запуска искусственных спутников Земли и космических кораблей и для их передвижения в космическом пространстве. Там им не на что опираться и не от чего отталкиваться, как это делают земные средства транспорта.

При необходимости ракету можно тормозить. Именно так поступают космонавты, когда, закончив космический полет, они должны уменьшить скорость своего корабля, чтобы вернуться на Землю. Понятно, что ракета уменьшит свою ско-



Королев Сергей Павлович
(1907—1966)

Гагарин Юрий Алексеевич
(1934—1968)

рость, если газ из сопла ракеты будет вылетать в ту же сторону, куда движется ракета.

Идея использования ракет для космических полетов была предложена еще в начале нашего века знаменитым русским ученым К. Э. Циолковским. Эта идея осуществлена советскими учеными и техниками под руководством замечательного ученого Сергея Павловича Королева. Многие сотни искусственных спутников Земли и космических кораблей выводятся в космическое пространство с помощью ракет.

Благодаря применению ракет люди побывали и на Луне. С помощью ракет на Луну доставлены космические лаборатории, созданы искусственные спутники Луны.

Первый в истории искусственный спутник Земли был с помощью ракеты запущен в Советском Союзе 4 октября 1957 г.

Первым человеком, который на искусственном спутнике совершил полет в космическом пространстве, был гражданин Советского Союза Юрий Алексеевич Гагарин. 12 апреля 1961 г. он облетел земной шар на корабле-спутнике «Восток».

Советские ракеты первыми достигли Луны, первыми совершили облет Луны и сфотографировали ее невидимую, «обратную» сторону, первыми достигли планеты Венера. СССР занимает ведущее положение в исследовании космического пространства.

7. Зак. 1011. «Физика, 8 кл.»

Вопросы

1. Ракета, как известно, может получить ускорение в космическом пространстве, где вокруг нее нет никаких тел. Между тем для ускорения нужна сила, а сила — это действие одного тела на другое. Почему ускоряется ракета?

2. От чего зависит скорость ракеты?

3. Как осуществляется торможение космического корабля?

4. К какому из трех видов сил, о которых говорилось в пятой главе, относится сила, сообщающая ракете ускорение?

Самое важное в восьмой главе

Важнейшей характеристикой движения является импульс тела — векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость.

Одна и та же сила $\vec{F}$, действующая в течение определенного времени t, сообщает всем телам одинаковый импульс, равный импульсу силы $\vec{F}t$.

Для импульса справедлив закон сохранения. Общий импульс тел, составляющих замкнутую систему, остается неизменным при любых взаимодействиях и любых движениях тел этой системы.

Глава 9

Закон сохранения энергии

Одна из важнейших величин в науке и технике

В предыдущей главе мы видели, какое важное значение имеет величина (ее мы назвали импульсом), для которой существует закон сохранения. Столь же большую роль играет еще одна величина, которая для замкнутой системы тел тоже остается неизменной, сохраняется. Этой величиной является *энергия,* с которой приходится иметь дело не только в механике, но и в других разделах физики, во всех науках о природе и во всех отраслях техники. Но прежде чем приступить к изучению понятия об энергии и рассмотрению закона сохранения энергии, нам нужно ознакомиться с величиной, которая называется *механической работой* (или просто *работой*). Эта величина тесно связана с энергией. Она важна и сама по себе, так как действие всевозможных машин и механизмов, да и трудовая деятельность людей часто сводится именно к механической работе. Что же это за величина — механическая работа?

52. Механическая работа

Величина, которую мы называем работой, появилась в механике лишь в XIX в. (почти через 150 лет после открытия законов движения Ньютона), когда человечество все шире стало использовать машины и механизмы. Ведь о действующей машине так и говорят, что она «работает».

С понятием «механическая работа» мы уже встречались в курсе физики VI класса (см. «Физику, 6—7», § 59). Там было выяснено, что *когда на тело действует постоянная сила $\vec{F}$ и тело совершает в направлении действия силы перемещение $\vec{s}$, то при этом производится работа, равная произведению модулей силы и перемещения:*

$$A = Fs.$$

Там же была введена единица работы д ж о у л ь (Дж). Напомним, что за *единицу работы — джоуль —* в СИ *принимается работа силы в* 1 Н *при перемещении точки ее приложения на* 1 м:

$$1\ \text{Дж} = 1\ \text{Н}\cdot\text{м}.$$

Положительная и отрицательная работа. В VI классе мы рассматривали работу, совершаемую одной силой, направленной в сторону движения тела. В этом случае тело движется ускоренно. Часто на тело действует не одна, а несколько сил. Как вычислить работу этих сил?

Рассмотрим вначале случай, когда тело движется прямолинейно и равномерно. В этом случае векторная сумма сил, действующих на тело, равна нулю. Например, при равномерном подъеме груза с помощью подъемного крана на груз действует сила натяжения троса, направленная в сторону перемещения — вверх, и сила тяжести, направленная против движения — вниз. При перемещении сейфа по полу на него действуют мускульная сила, с которой человек толкает или тянет сейф, и сила трения скольжения, направленная противоположно его движению.

Совершают ли работу силы, направленные противоположно перемещению? Чтобы ответить на этот вопрос, вспомним, что если векторная сумма сил, приложенных к телу, равна нулю, то все должно происходить так, как будто на него вовсе не действуют никакие силы. Но тогда и суммарная работа всех сил, приложенных к телу, должна быть равна нулю. Для этого работа одних сил должна быть положительной, других — отрицательной. Иначе их сумма не могла бы быть равной нулю. Положительную работу совершают силы, сонаправленные с перемещением, а отрицательную — силы, направленные противоположно перемещению.

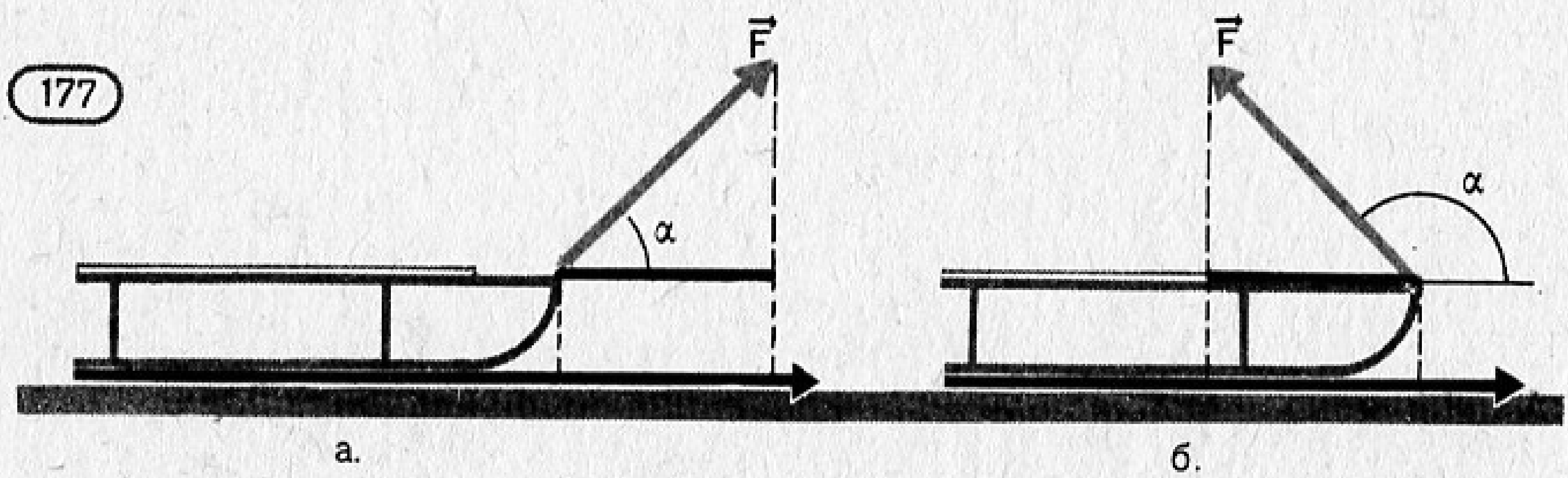
Общее выражение для работы силы. Но часто силы, приложенные к движущемуся телу, образуют с направлением перемещения угол, не равный ни 0°, ни 180°. Например, к санкам, движущимся по горизонтальной дороге (рис. 177, *а, б*), приложена сила под углом α к горизонту. В первом случае (рис. 177, *а*) угол α острый, во втором (рис. 177, *б*) — тупой. Чтобы можно было вычислять работу во всех случаях, нужно формулу для работы записать в таком виде:

$$\boxed{A = Fs\cos\alpha.} \tag{1}$$

Здесь α — угол между векторами силы и перемещения.

В самом деле, если векторы $\vec{F}$ и $\vec{s}$ совпадают по направлению, то угол α между ними равен нулю. А $\cos 0° = 1$. В этом случае работа $A = Fs$. Если векторы $\vec{F}$ и $\vec{s}$ направлены противоположно друг другу, то $\alpha = 180°$, $\cos 180° = -1$ и работа $A = -Fs$. Когда угол α острый (см. рис. 177, *а*), то его косинус положителен, поэтому работа такой силы положительная. Когда угол α тупой (см. рис. 177, *б*), то косинус такого угла — величина отрицательная и работа силы, направленной таким образом, отрицательная.

177



Работа постоянной силы равна произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла между векторами силы и перемещения.

Обратим внимание на то, что величина $F\cos\alpha$, как это видно из рисунка 177, *а, б*, представляет собой проекцию силы на направление перемещения. Поэтому о работе силы можно сказать и так: работа силы равна произведению модуля перемещения тела и проекции силы на направление перемещения.

Из формулы (1) видно, что работа — величина *скалярная,* хотя сила и перемещение — величины векторные. Нельзя говорить, что работа куда-то направлена.

Когда работа силы равна нулю? Направление силы может быть и перпендикулярным направлению перемещения тела.

В этом случае $\alpha=90°$, $\cos\alpha=0$ и $A=0$. Так, например, при перемещении груза в горизонтальном направлении сила тяжести, действующая на груз, перпендикулярна направлению перемещения. Поэтому при перемещении тела в горизонтальной плоскости работа силы тяжести равна нулю. Никакой работы не совершает и сила, вынуждающая тело двигаться равномерно по окружности, потому что эта сила, как известно, направлена по радиусу к центру окружности и, следовательно, в любой точке перпендикулярна направлению перемещения тела. Например, сила натяжения нити, к которой привязано тело, движущееся равномерно по окружности, не совершает работы. Не совершает работы и сила всемирного тяготения, под действием которой искусственные спутники Земли движутся по круговой орбите.

Вопросы

1. В каких случаях о силе можно сказать, что она совершает работу?

2. В каком случае сила совершает положительную и в каком — отрицательную работу?

3. Чему равна работа силы, если эта сила направлена под углом к перемещению тела?

4. При каком условии сила, приложенная к движущемуся телу, не совершает работу?

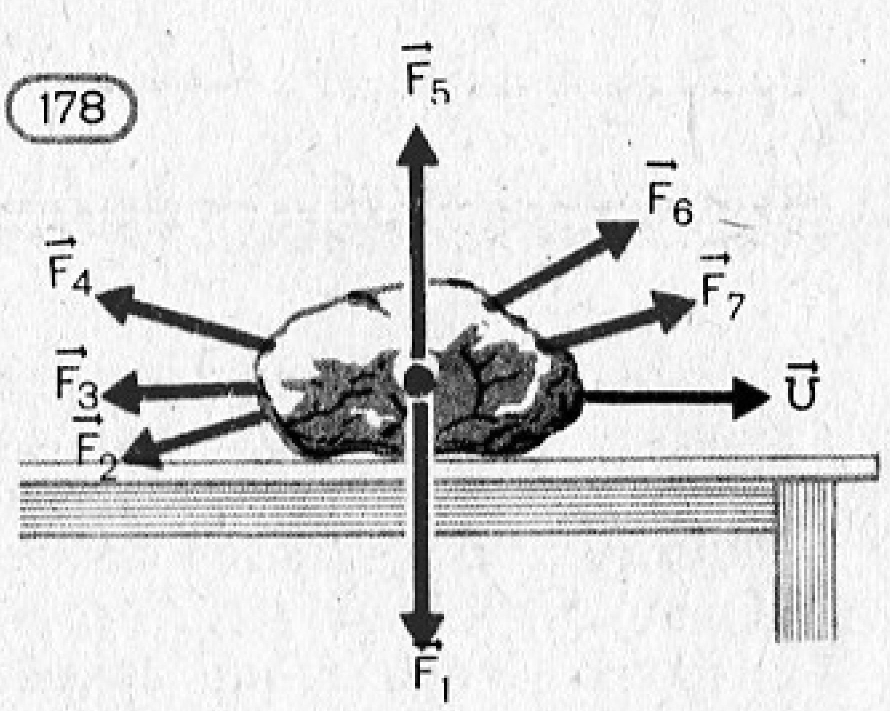
5. Автомобиль движется по ровной горизонтальной дороге. Совершает ли работу сила тяжести, действующая на автомобиль?

6. Совершает ли работу сила притяжения Луны к Земле при ее движении по орбите вокруг Земли? Лунную орбиту считать круговой.

7. На рисунке 178 изображено тело, к которому приложено несколько сил. Указать, какие из этих сил совершают положительную работу, какие — отрицательную.

8. Тело брошено вертикально вверх. Указать, положительную или отрицательную работу совершает сила тяжести: а) при подъеме тела, б) при его падении.

178



Упражнение 28

1. На груз, скользящий с трением по плоской горизонтальной поверхности, действует сила 200 Н, направленная под углом 60° к горизонту. Какую работу совершит сила при перемещении тела на 5 м, если движение происходит с постоянной скоростью? Каков коэффициент трения груза о плоскость, если масса груза 31 кг?

2. Лыжник массой 70 кг поднимается на подъемнике вдоль склона длиной 180 м, образующего с горизонтом угол 60°. Вычислить работу силы тяжести, действующей на лыжника. Какой она имеет знак? Какую работу совершает подъемник над лыжником? Подъем происходит с постоянной скоростью.

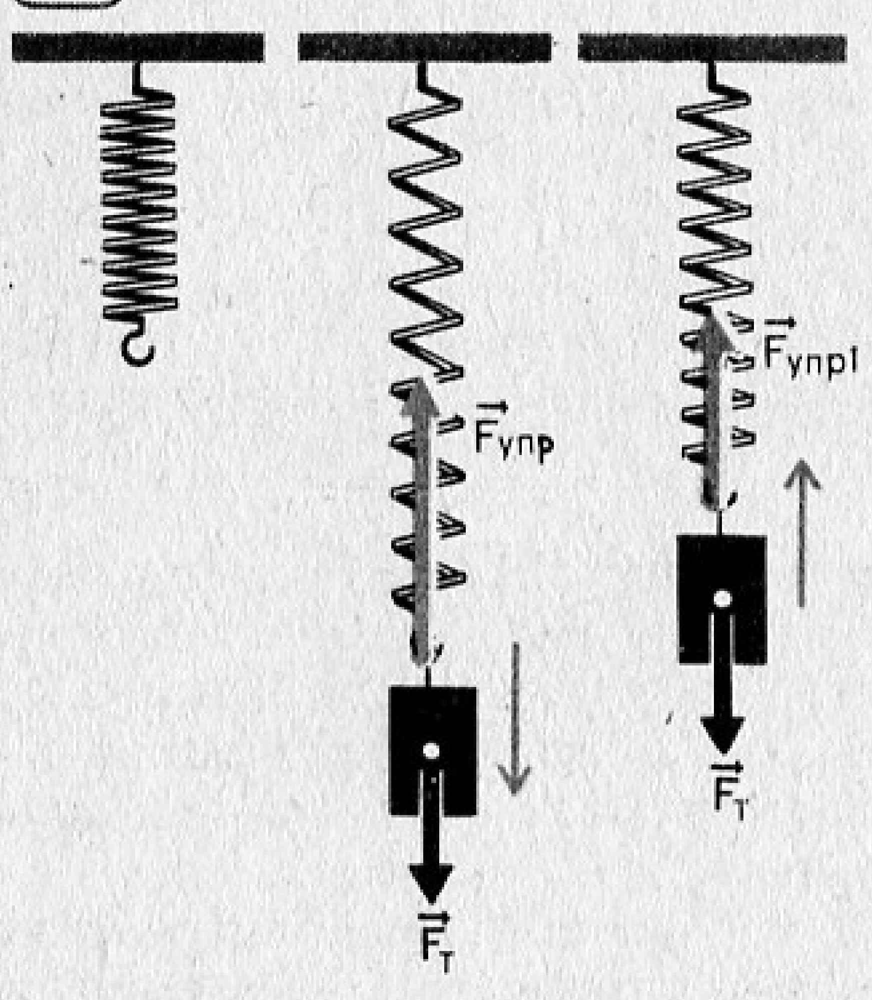
Задание

Рассмотреть рисунок 179 (тело, прикрепленное к пружине, движется вниз, а затем, пройдя наинизшее положение, движется вверх). Выяснить: а) в каком случае сила упругости $\vec{F}_{упр}$ совершает положительную работу, в каком — отрицательную; б) в каком случае сила тяжести $\vec{F}_т$ совершает положительную работу, в каком — отрицательную.

53. Работа, совершаемая силами, приложенными к телу, и изменение его скорости

Рассмотрим тело, на которое действует постоянная сила $\vec{F}$ — она может быть и равнодействующей нескольких сил. О силе $\vec{F}$ можно сказать следующее: во-первых, она сообщает телу ускорение, благодаря чему изменяется его скорость; во-вторых, сила $\vec{F}$ совершает работу, потому что тело перемещается. Можно ожидать, что между работой, произведенной силой, и изменением скорости тела существует какая-то связь. Попытаемся ее установить.

179



Рассмотрим простейший случай, когда векторы силы и перемещения направлены вдоль одной прямой в одну и ту же сторону. Направим координатную ось в ту же сторону (рис. 180). Тогда проекции силы $\vec{F}$, перемещения $\vec{s}$, ускорения $\vec{a}$ и скорости $\vec{v}$ будут равны модулям самих векторов.

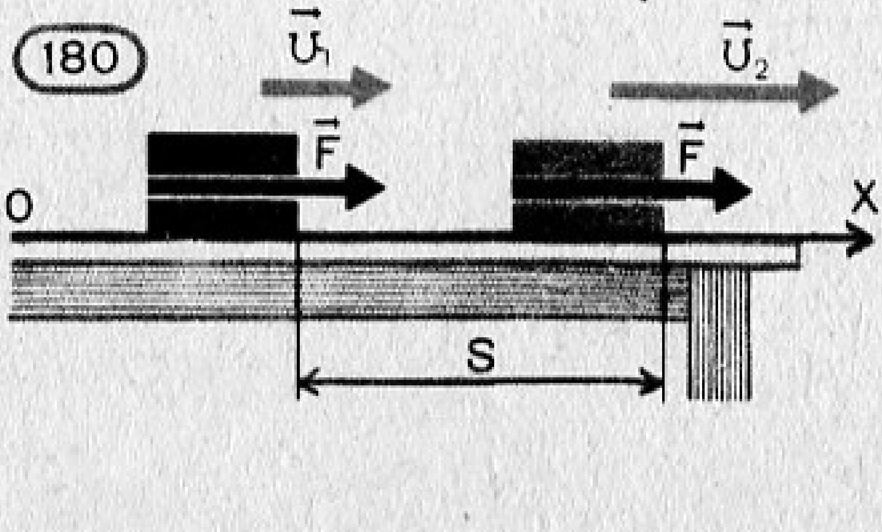
Работа силы в этом случае равна

$$A = Fs. \quad (1)$$

По второму закону Ньютона

$$F = ma. \quad (2)$$

180



Во второй главе мы видели, что при прямолинейном равноускоренном движении перемещение и скорость связаны соотношением

$$s=\frac{v_2^2-v_1^2}{2a}, \tag{3}$$

где v_1 и v_2 — модули векторов скоростей в начале и в конце рассматриваемого участка пути, пройденного телом.

Подставив в формулу (1) выражения для F и s из формул (2) и (3), получим:

$$A=Fs=ma\frac{v_2^2-v_1^2}{2a}=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}. \tag{4}$$

Мы получили формулу, связывающую работу, произведенную силой $\vec{F}$, с изменением скорости тела (точнее, квадрата его скорости).

Кинетическая энергия. Выражение в правой части равенства (4) представляет собой изменение величины $\frac{mv^2}{2}$, т. е. половины произведения массы тела на квадрат его скорости.

Величина эта носит особое название — *кинетическая энергия тела* и обозначается буквой E_k. Тогда формула (4) примет вид:

$$\boxed{A=E_{k2}-E_{k1}.} \tag{5}$$

Работа равнодействующей сил, приложенных к телу, равна изменению кинетической энергии тела.

Это утверждение называется *теоремой о кинетической энергии.*

Когда сила, действующая на тело, направлена в сторону движения и, следовательно, совершает положительную работу, то $\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}>0$. Это означает, что $\frac{mv_2^2}{2}>\frac{mv_1^2}{2}$, т. е. кинетическая энергия тела увеличивается. Так и должно быть, так как сила, направленная в сторону движения тела, увеличивает модуль его скорости. Легко понять, что, когда направление силы противоположно направлению перемещения и, следовательно, сила совершает отрицательную работу, кинетическая энергия тела уменьшается.

Из формулы (5) следует, что кинетическая энергия выражается в тех же единицах, что и работа, т. е. в джоулях.

Теорему о кинетической энергии мы получили, пользуясь вторым законом Ньютона. Поэтому *она справедлива независимо от того, какие именно силы действуют на тело: силы упругости, силы трения или силы всемирного тяготения, в частности сила тяжести.*

Можно показать также, что *теорема о кинетической энергии справедлива и в тех случаях, когда сила непостоян-*

на и когда ее направление не совпадает с направлением перемещения.

Физический смысл кинетической энергии легко понять.

Представим себе, что покоящемуся телу ($v_0=0$) массой m необходимо сообщить скорость v; например, сообщить скорость v покоящемуся в стволе орудия снаряду. Для этого нужно совершить определенную работу A. Какова эта работа?

Из теоремы о кинетической энергии следует, что

$$A=\frac{mv^2}{2}-0=\frac{mv^2}{2}.$$

Следовательно, *кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, равна работе, которую должна совершить сила, действующая на покоящееся тело, чтобы сообщить ему эту скорость.* Такая же по модулю работа будет совершена и при остановке тела.

Из теоремы о кинетической энергии следует также, что *кинетическая энергия — это физическая величина, характеризующая движущееся тело. Ее изменение равно работе, произведенной силой, действующей на тело.*

Вопросы

1. Что такое кинетическая энергия тела? Скалярная это величина или векторная?

2. В чем состоит теорема о кинетической энергии?

3. Как изменяется кинетическая энергия тела, если сила, приложенная к нему, совершает положительную работу?

4. Как изменяется кинетическая энергия тела, если сила, приложенная к нему, совершает отрицательную работу?

5. Изменяется ли кинетическая энергия движущегося тела при изменении направления вектора его скорости?

6. Два шара одинаковой массы катятся навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями по очень гладкой поверхности. Шары сталкиваются и после столкновения движутся в противоположных направлениях с такими же по модулю скоростями. Чему равна их общая кинетическая энергия до столкновения, в момент столкновения и после него?

Пример решения задачи

Какую работу нужно совершить, чтобы поезд, движущийся со скоростью $v_1=72{,}0$ км/ч, увеличил свою скорость до $v_2=108$ км/ч? Масса поезда $m=1000$ т. Какая сила должна быть приложена к поезду, если это увеличение скорости должно произойти на участке длиной 2000 м? Движение считать равноускоренным.

Решение. Работу A можно найти по формуле

$$A=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}.$$

Подставив сюда приведенные в условии задачи данные, получим:

$$A=\frac{10^6\ \text{кг}\left(30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2}-\frac{10^6\ \text{кг}\left(20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2}=250\cdot 10^6\ \text{Дж}=$$

$$=250\,000\ \text{кДж}.$$

По определению работа $A=Fs$. Следовательно,

$$F=\frac{A}{s},\ F=\frac{250\cdot 10^6\ \text{Дж}}{2000\ \text{м}}=125\,000\ \text{Н}=125\ \text{кН}.$$

Упражнение 29

1. К покоящемуся телу массой 3,0 кг приложена сила 40 Н. После этого тело проходит по гладкой горизонтальной плоскости без трения 3,0 м. Затем сила уменьшается до 20 Н, и тело проходит еще 3,0 м. Найти кинетическую энергию тела и его скорость в конце этого участка.
2. Какая работа должна быть совершена для остановки поезда массой 1000 т, движущегося со скоростью 108 км/ч?
3. Вычислить кинетическую энергию искусственного спутника Земли массой 1300 кг, движущегося по круговой орбите на высоте 100 км над Землей.
4. Тело движется равномерно по окружности радиусом 0,5 м, обладая кинетической энергией 10 Дж. Какова сила, действующая на тело? Как она направлена? Какова работа этой силы?
5. Шофер выключил двигатель автомобиля при скорости 72 км/ч. Пройдя после этого 34,0 м, автомобиль остановился. Чему была равна кинетическая энергия автомобиля в момент выключения двигателя, если сила трения колес о дорогу составляет 5880 Н? Какова масса автомобиля?
6. Автомобиль массой 4 т движется со скоростью 36 км/ч. Какой путь прошел автомобиль до полной остановки, если сила трения колес о дорогу равна 5880 Н?

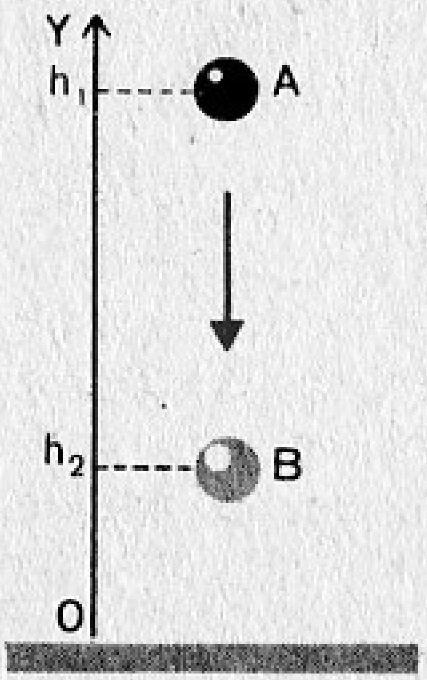
Задание

Проанализировать решения задач 5 и 6 упр. 29 и выяснить, от какой величины зависит тормозной путь движущегося тела (путь, пройденный до полной остановки) при заданном значении модуля тормозящей силы. Сравнить результат анализа с формулой, приведенной в § 41 (см. с. 140).

54. Работа силы тяжести

Теорема о кинетической энергии, как уже указывалось, верна для любых сил, так как теорема эта — прямое следствие второго закона Ньютона. Но работу, совершаемую каж-

181



дой из известных нам механических сил, можно вычислить, пользуясь не теоремой о кинетической энергии, а теми формулами для этих сил, которые мы получили в главе 5.

Начнем с силы тяжести — силы, с которой Земля действует на тело вблизи поверхности Земли, где ее можно считать постоянной и равной $m\vec{g}$ (m — масса тела, $\vec{g}$ — ускорение свободного падения).

При движении тела по вертикали вниз сила тяжести направлена так же, как перемещение. При переходе с высоты h_1 над каким-то уровнем, от которого мы начинаем отсчет высоты, до высоты h_2 над тем же уровнем (рис. 181) тело совершает перемещение, которое по модулю равно $h_1 - h_2$. Так как направления перемещения и силы совпадают, то работа силы тяжести положительна и равна:

$$A = mg(h_1 - h_2). \qquad (1)$$

Высоты h_1 и h_2 не обязательно отсчитывать от поверхности Земли. За начало отсчета высот можно выбрать любой уровень. Это может быть пол комнаты, стол или стул, это может быть и дно ямы, вырытой в земле, и т. д. Ведь в формулу для работы входит разность высот, а она не зависит от того, откуда начинать их отсчет. Необходимо лишь высоту тела в разных положениях определять относительно одного и того же уровня. Высоту этого уровня можно принять равной нулю. Его так и называют *нулевым уровнем*.

Можно было бы, например, нулевым считать уровень B (см. рис. 181). Тогда работа выражалась бы равенством

$$A = mgh, \qquad (2)$$

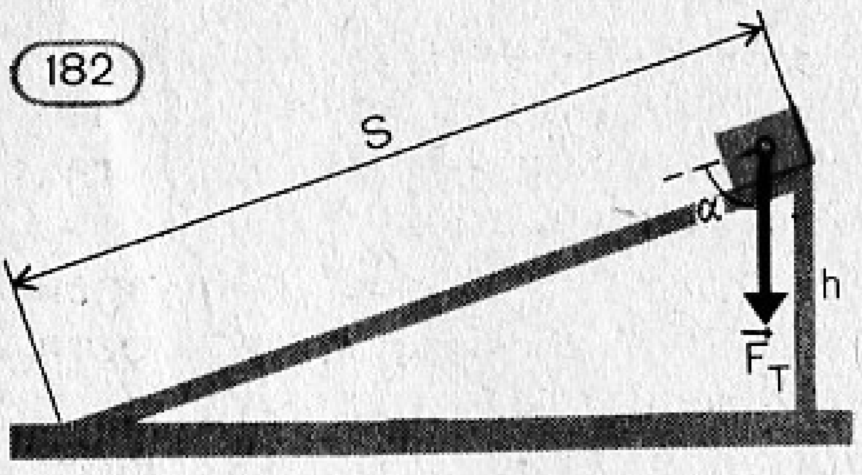
где h — расстояние по вертикали между уровнями A и B.

Если тело движется вертикально вверх, то сила тяжести направлена против перемещения тела и ее работа отрицательна. При подъеме тела с нулевого уровня на высоту h сила тяжести совершает работу, равную

$$A = -mgh.$$

Для чего применяются наклонные плоскости? Теперь выясним, какую работу совершает сила тяжести в случае, когда тело движется не по вертикали.

В качестве примера рассмотрим движение тела по наклонной плоскости (рис. 182). Допустим, что тело массой m по наклонной плоскости высотой h совершает перемещение $\vec{s}$, по модулю равное длине наклонной плоскости. Работу силы тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$ в этом случае надо вычислять по

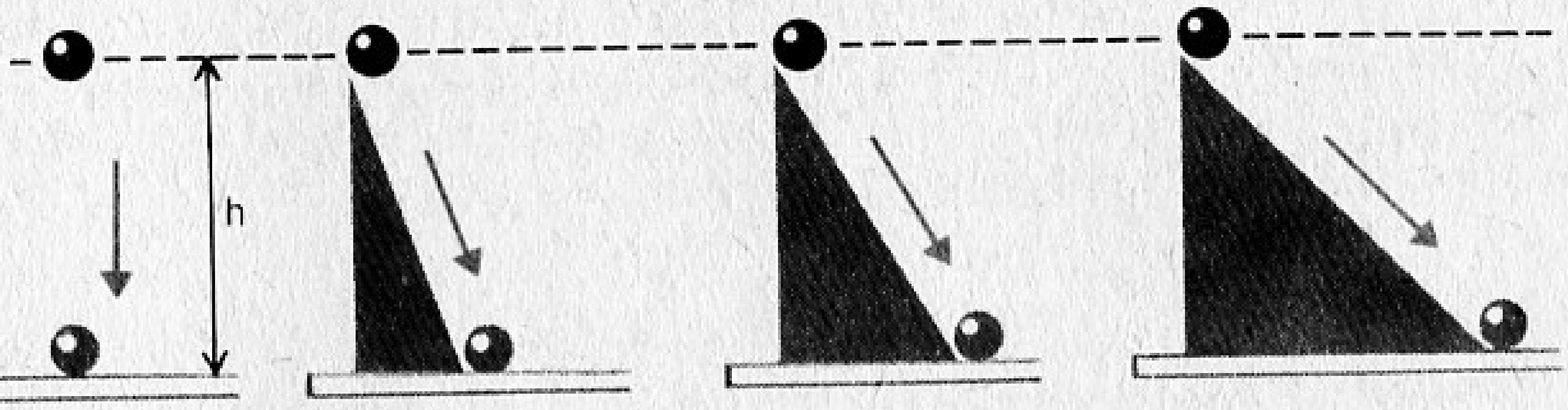


формуле $A = mgs \cos \alpha$. Но из рисунка видно, что $s \cos \alpha = h$. Поэтому

$$A = mgh.$$

Мы получили для работы то же самое выражение, что и в формуле (2).

Выходит, что работа силы тяжести не зависит от того, движется ли тело по вертикали или проходит более длинный путь по наклонной плоскости. При одной и той же «потере высоты» работа силы тяжести одинакова (рис. 183).



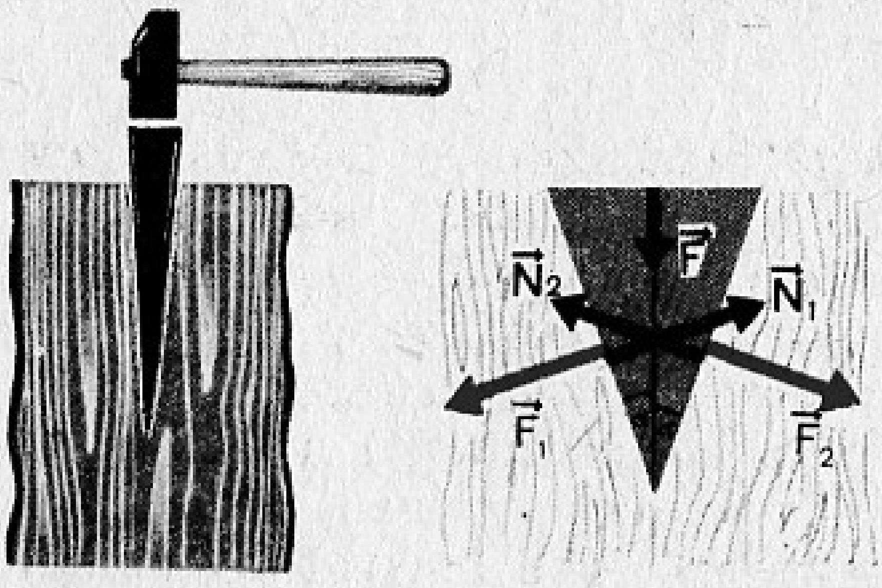
Почему же в технике и быту при подъеме грузов часто пользуются наклонной плоскостью? Ведь работа перемещения груза по наклонной плоскости такая же, как и при движении по вертикали!

При решении задачи 1 (с. 144, см. рис. 129) было выяснено, что при отсутствии трения ускорение тела, скользящего по наклонной плоскости, равно по модулю $g \sin \alpha$, т. е. оно меньше, чем g. Это значит, что наклонная плоскость как бы уменьшает силу тяжести ($mg \sin \alpha$ вместо mg). Конечно, сила притяжения к Земле в действительности не уменьшается (она всегда равна mg). Поэтому при равномерном движении груза по наклонной плоскости сила, которая должна быть приложена к грузу в направлении перемещения, меньше силы тяжести. Правда, груз при этом проходит больший путь. Больший путь — это плата за то, что по наклонной плоскости груз можно поднимать с помощью меньшей силы. В горных местностях, например, искусственно увеличивают длину пути, строя дороги в виде зигзагов, чем уменьшают силу, необходимую для подъема железнодорожного состава или автомобилей.

Наклонная плоскость используется в таких «устройствах», как плуг (лемех плуга действует как наклонная плоскость), тачка (комбинация наклонной плоскости и рычага) и др.

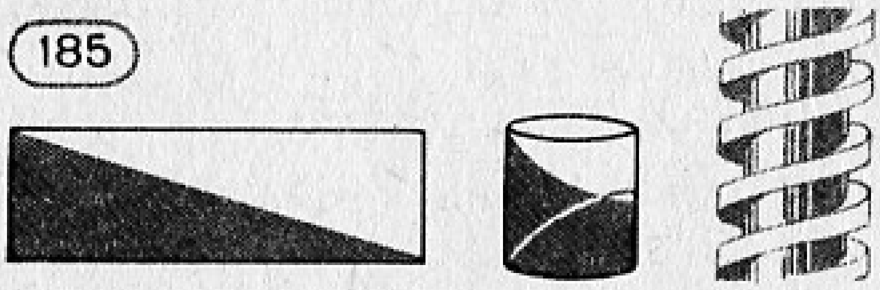
С помощью наклонных плоскостей получают «выигрыш» не только в силе, приложенной к телу для его подъема на

184

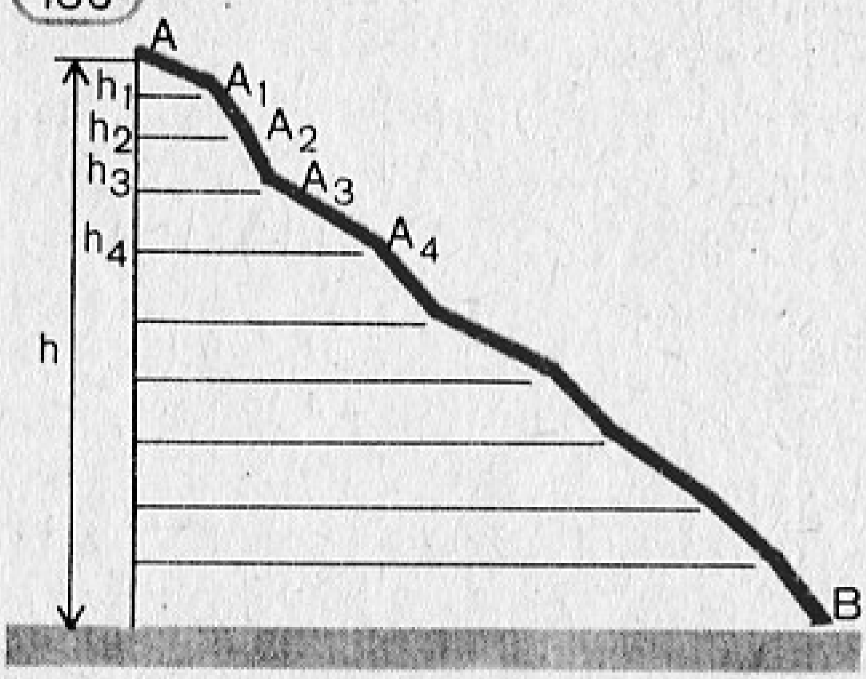


а. б.

185



186



некоторую высоту, но и в других силах. Так используется, например, клин — комбинация двух наклонных плоскостей (рис. 184, *а*). Разновидностями клина являются нож и другие режущие инструменты.

На рисунке 184, *б* показана схема сил, действующих на лезвие колуна, применяемого при колке дров. Сила $\vec{F}$, действующая на клин при ударе кувалдой по его тыльной стороне, оказывается значительно меньше по модулю сил реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ со стороны раскалываемого дерева. При малом угле заточки клина ($2\alpha=25°$) выигрыш в силе получается, примерно, в 5 раз.

Винт — это тоже наклонная плоскость, навитая на стержень (рис. 185). Винтовую линию образует наклонная плоскость, навитая на стержень.

Особенность работы силы тяжести. Работа силы тяжести определяется «потерей высоты» не только при движении по наклонной плоскости. Это справедливо и при движении по любой другой траектории. В самом деле, допустим, что тело движется по какой-то произвольной траектории, например по такой, какая изображена на рисунке 186. Всю эту траекторию можно мысленно разбить на ряд малых участков: AA_1, A_1A_2, A_2A_3 и т. д. Каждый из них может считаться маленькой наклонной плоскостью, а все движение тела по траектории AB можно представить как движение по множеству наклонных плоскостей, переходящих одна в другую. Работа силы тяжести на каждой такой наклонной плоскости равна произведению mg на изменение высоты тела на ней. Если изменения высот на отдельных участках равны h_1, h_2, h_3 и т. д., то работы силы тяжести на них равны mgh_1, mgh_2, mgh_3 и т. д. Полную работу на всем пути можно найти, сложив все эти работы:

$$A=mgh_1+mgh_2+mgh_3+\ldots=mg(h_1+h_2+h_3+\ldots).$$

Но $h_1+h_2+h_3+...=h$. Следовательно,

$$A=mgh.$$

Таким образом, *работа силы тяжести не зависит от траектории движения тела и всегда равна произведению модуля силы тяжести на разность высот в исходном и конечном положениях.* При движении *вниз* эта *работа положительна,* при движении *вверх — отрицательна.*

Если после подъема вверх тело возвращается в исходную точку, то работа на таком замкнутом пути («туда и обратно») равна нулю. Это одна из особенностей силы тяжести: *работа силы тяжести на замкнутой траектории равна нулю.*

Вопросы

1. Зависит ли работа силы тяжести от длины пути, пройденного телом, от массы тела?

2. Тело, брошенное под некоторым углом к горизонту, описало параболу и упало на землю. Чему равна работа силы тяжести, если начальная и конечная точки траектории лежат на одной горизонтали?

3. Какая сила совершает работу при движении тела без трения по наклонной плоскости?

Зависит ли эта работа от длины наклонной плоскости?

55. Потенциальная энергия тела, на которое действует сила тяжести

Равенство

$$A=mg(h_1-h_2), \tag{1}$$

выражающее работу силы тяжести, приложенной к некоторому телу, можно представить в другом виде. Раскрыв скобки и переставив порядок членов, мы получим:

$$A=-(mgh_2-mgh_1). \tag{2}$$

Теперь в правой части равенства (2) в скобках мы видим выражение, которое представляет собой *изменение* величины mgh[1]. Этому изменению, взятому с противоположным знаком, и равна работа силы тяжести.

Раньше (см. § 53) мы назвали величину $\frac{mv^2}{2}$, изменение которой равно работе силы, кинетической энергией движущегося тела. Теперь мы встретились еще с одной величиной, изменение которой (но с противоположным знаком) тоже равно

[1] Напомним, что изменением какой-либо величины называют величину, равную разности между ее последующим значением и предыдущим, а не наоборот.

работе силы — в данном случае силы тяжести. Поэтому величину mgh тоже называют энергией, но не кинетической, а *потенциальной*: mgh — это *потенциальная* энергия тела, находящегося на высоте h над нулевым уровнем.

Следовательно, *работа силы тяжести равна изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.*

Знак «минус» перед изменением потенциальной энергии означает, что при положительной работе силы тяжести эта энергия уменьшается. Наоборот, при отрицательной работе силы тяжести (тело брошено вверх!) потенциальная энергия тела увеличивается. Кинетическая энергия «ведет себя» как раз противоположным образом.

Обозначим потенциальную энергию mgh через E_p, тогда можно написать:

$$\boxed{A = -(E_{p_2} - E_{p_1}).} \qquad (3)$$

Примем, что высоте h_2 в формуле (2) соответствует нулевой уровень. Высоту тела над нулевым уровнем обозначим через h. Тогда $E_{p_2} = mgh_2 = 0$, и формула (3) принимает вид:

$$E_p = A.$$

Отсюда следует, что *потенциальная энергия тела, на которое действует сила тяжести, равна работе, совершаемой силой тяжести при опускании тела на нулевой уровень.*

Напомним, что на с. 184 похожие определения были даны для кинетической энергии. Для нее нулевой уровень — это скорость $v = 0$.

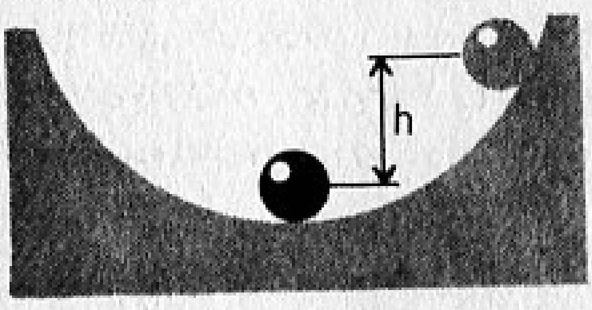
В отличие от кинетической энергии, которая зависит от скорости движения тела, потенциальная энергия от скорости не зависит, так что ею может обладать и покоящееся тело. *Потенциальная энергия зависит от положения тела относительно нулевого уровня, т. е. от координат тела,* ведь высота h как раз и есть координата тела.

Мы видели, что нулевой уровень можно выбрать произвольно. Может оказаться, что тело находится ниже нулевого уровня и его координата отрицательна. В этом случае отрицательной будет и потенциальная энергия тела. *Знак потенциальной энергии и ее абсолютное значение зависят от выбора нулевого уровня.* Работа же, которая совершается при перемещении тела, определяется *изменением* потенциальной энергии тела. Она от выбора нулевого уровня не зависит.

Потенциальная энергия поднятого тела — энергия взаимодействия. Говоря о потенциальной энергии *тела*, поднятого на высоту h над нулевым уровнем, мы как бы «забыли» о том, что этой энергией тело обладает потому, что взаимодействует с Землей. Не будь Земли и силы тяжести, с которой Земля действует на тело, не было бы и потенциальной энергии $E_p = mgh$. Поэтому о потенциальной энергии говорят, что это *энергия взаимодействия*. Этим она отличается от кинетической энергии, которую можно назвать *энергией движения*. Потенциальная энергия, строго говоря, относится не к одному телу, а к системе тел. В нашем случае эту систему составляют Земля и поднятое над ней тело. Потенциальная энергия поэтому тем больше, чем «сильнее» взаимодействуют тела, т. е. чем больше сила, с которой одно тело действует на другое.

Потенциальная энергия и устойчивость равновесия. Существует интересная связь между потенциальной энергией тела (системы тел) и равновесием этого тела. Эту связь мы легко проследим, воспользовавшись примером, который уже был рассмотрен в § 48. Там мы видели, что шарик на вогнутой подставке (см. рис. 164) находится в состоянии устойчивого равновесия. Равновесие устойчиво потому, что при любом малом отклонении от положения на «дне» углубления появляется сила, возвращающая его в прежнее положение.

187



Теперь выясним, какой потенциальной энергией обладает шарик в разных положениях. В нижнем положении (на «дне») потенциальная энергия шарика меньше, чем в любом соседнем (рис. 187). Это позволяет нам сформулировать еще одно условие равновесия: *в состоянии устойчивого равновесия потенциальная энергия минимальна.*

Вопросы

1. Что такое потенциальная энергия тела?
2. Как связана работа силы тяжести с потенциальной энергией тела?
3. Как изменяется потенциальная энергия тела при его движении вверх? Что происходит с потенциальной энергией тела при его свободном падении?
4. Чем отличается потенциальная энергия поднятого тела от кинетической энергии?
5. Что можно сказать о потенциальной энергии тела, находящегося в состоянии устойчивого равновесия?

Упражнение 30

1. Груз массой 2,5 кг падает с высоты 10 м. На сколько изменится его потенциальная энергия через 1 с после начала падения (начальная скорость груза равна нулю)?
2. Какая работа совершается силой тяжести, когда человек массой 75 кг поднимается по лестнице от входа в дом до 6-го этажа, если высота каждого этажа 3,0 м?

3. Перепад высот между местами старта и финиша трассы горнолыжных соревнований составляет 400 м. Слаломист принимает старт и благополучно достигает финиша. Чему равна работа силы тяжести, действующей на лыжника, если вес лыжника перед стартом равен 686 Н?

4. Точка финиша трассы горнолыжных соревнований находится на высоте 2000 м над уровнем моря, а точка старта — на высоте 400 м над точкой финиша. Чему равна потенциальная энергия лыжника на старте относительно точки финиша и относительно уровня моря? Масса лыжника 70 кг.

Задание

Рассмотреть рисунок 161 (с. 164) (шарик на вершине выпуклой подставки находится в неустойчивом равновесии). Сравнить потенциальную энергию шарика в этом и в соседних положениях. Какой можно сделать вывод?

56. Работа силы упругости. Потенциальная энергия упруго деформированного тела

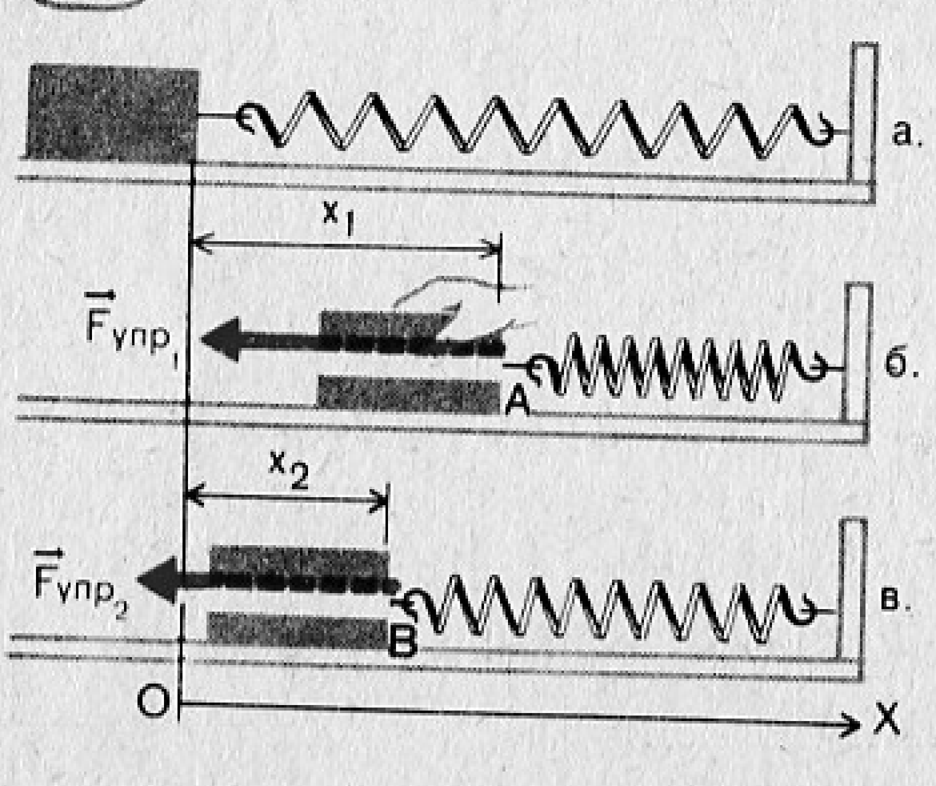
Сила упругости, как мы знаем, возникает при деформации тел. По своему абсолютному значению она пропорциональна деформации (удлинению), а направлена в сторону, противоположную направлению смещения точек тела при деформации.

На рисунке 188, *а* показана пружина в ее естественном, недеформированном состоянии. Правый конец пружины закреплен, а к левому прикреплено тело. Направим ось координат X, как показано на рисунке. Если пружину сжать, сместив рукой левый ее конец на расстояние x_1 (рис. 188, *б*), то возникнет сила упругости, действующая со стороны пружины на тело. Проекция этой силы на ось X равна:

$$(F_{\text{упр}1})_x = -kx_1,$$

где k — жесткость пружины.

188



Предоставим теперь пружину самой себе. Тогда конец пружины будет смещаться влево. При перемещении витков пружины сила упругости совершит работу. Вычислим ее.

Предположим, что левый конец пружины переместился из положения A в положение B (рис. 188, *в*). В этом положении деформация пружины равна уже не x_1, а x_2. Модуль перемещения конца пружины равен разности x_1-x_2 координат конца пружины. Из рисунка видно, что направления силы и перемещения совпадают. Поэтому, чтобы вычислить работу силы упругости, нужно перемножить модули силы упругости и перемещения. Но сила упругости при движении тела изменяется от точки к точке. Если в точке A модуль силы был равен kx_1, то в точке B он стал равным kx_2.

Для вычисления работы силы упругости нужно взять среднее значение модуля силы упругости и умножить его на x_1-x_2:

$$A=F_{\text{упр.ср}}(x_1-x_2).$$

Сила упругости пропорциональна деформации пружины. Поэтому среднее значение модуля силы упругости можно определить как среднее арифметическое его начального и конечного значений:

$$F_{\text{упр.ср}}=k\frac{x_1+x_2}{2}.$$

Напомним, что именно так определяют среднюю скорость в равноускоренном движении (см. задание на с. 53), где между мгновенной скоростью и временем зависимость тоже пропорциональная.

На это значение модуля силы упругости и нужно умножить модуль перемещения x_1-x_2, чтобы получить работу этой силы:

$$A=k\frac{x_1+x_2}{2}(x_1-x_2).$$

Так как $(x_1+x_2)(x_1-x_2)=x_1^2-x_2^2$, то формула для работы принимает вид:

$$A=\frac{k}{2}(x_1^2-x_2^2).$$

Эту формулу можно записать и в таком виде:

$$A=-\left(\frac{kx_2^2}{2}-\frac{kx_1^2}{2}\right). \qquad (1)$$

Здесь в правой части равенства стоит *изменение* величины $\frac{kx^2}{2}$ со знаком «минус».

В § 55 величину mgh, изменение которой со знаком «минус», как мы видели, равно работе силы тяжести, мы назвали потенциальной энергией поднятого тела. Подобно этому величину $\frac{kx^2}{2}$ называют *потенциальной энергией упруго деформированного тела* (например, пружины).

Формула (1) означает, таким образом, что *работа силы упругости равна изменению потенциальной энергии пружины, взятому с противоположным знаком.*

Обозначив и здесь потенциальную энергию $\frac{kx^2}{2}$ буквой E_p, мы снова можем написать:

$$\boxed{A = -(E_{p_2} - E_{p_1}).} \qquad (2)$$

Как и величина mgh, потенциальная энергия упруго деформированного тела зависит от координат. Ведь x_1 и x_2 в формуле (1) — это удлинения пружины, но в то же время это и координаты конца пружины.

Из формулы (1) видно, что работа силы упругости зависит только от начальной и конечной координат. Поэтому о работе силы упругости можно сказать то же, что говорилось о работе силы тяжести,— она не зависит от формы траектории, и при движении тела под действием силы упругости по *замкнутой* траектории работа этой силы равна нулю.

Примем координату конца недеформированной пружины в формуле (1) за нуль ($x_2 = 0$), а ее удлинение обозначим через x. Тогда $E_{p_2} = \frac{kx_2^2}{2} = 0$, и формула (2) принимает вид:

$$E_p = A.$$

Отсюда следует, что *потенциальная энергия упруго деформированного тела равна работе, которую совершает сила упругости при переходе тела в состояние, в котором его деформация равна нулю.*

Потенциальная энергия упруго деформированного тела — энергия взаимодействия. В § 55 мы говорили, что потенциальная энергия mgh — это энергия, характеризующая взаимодействие поднятого тела с Землей. Потенциальная энергия упруго деформированного тела, например пружины,— это тоже энергия взаимодействия. Но теперь речь идет о взаимодействии отдельных частиц, составляющих тело. Если упругое тело — это пружина, то в ней взаимодействуют витки пружины, частицы вещества, из которого пружина сделана. В формулу для потенциальной энергии mgh входит выражение для силы тяжести mg, т. е. сила взаимодействия с Землей. В формулу для потенциальной энергии упруго деформированного тела $\frac{kx^2}{2}$ входит выражение для силы упругости kx, т. е. сила взаимодействия витков. Поэтому можно вообще сказать, что всякая потенциальная энергия — это энергия взаимодействия.

Вопросы

1. Как определяют среднее значение силы упругости?

2. В чем сходство работ, совершаемых силой упругости и силой тяжести?

3. Чему равна работа силы упругости, если тело, на которое она действует, пройдя некоторое расстояние, вернулось в исходную точку?

4. Чему равна потенциальная энергия упруго деформированного тела?

5. Что общего у потенциальных энергий тела, на которое действует сила тяжести, и тела, на которое действует сила упругости?

6. Почему о потенциальной энергии тела говорят, что это энергия взаимодействия?

Упражнение 31

1. Мальчик определил максимальную силу, с которой он может растягивать динамометр. Она оказалась равной 400 Н. Какая работа совершается этой силой при растяжении пружины? Жесткость пружины динамометра равна 10 000 Н/м.

2. К пружине, верхний конец которой закреплен, подвешено тело массой 18 кг. При этом длина пружины равна 10 см. Когда же к ней подвешивают тело массой 30 кг, ее длина становится равной 12 см. Вычислить работу, которую совершает внешняя сила при растяжении пружины от 10 до 15 см. Какую работу совершает при этом сила упругости?

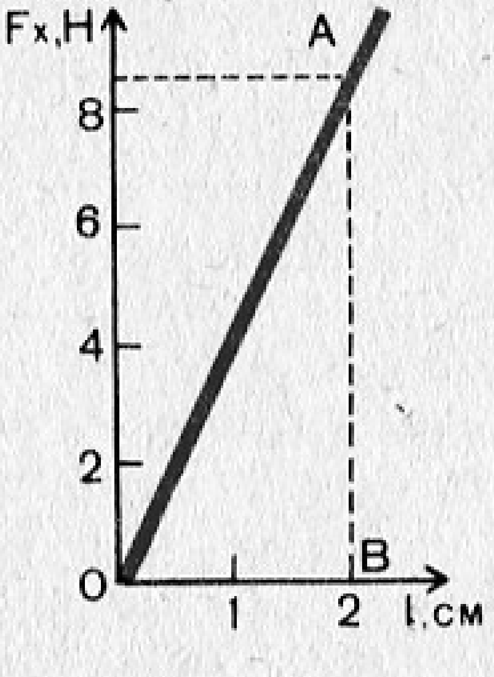
3. На рисунке 189 показан график зависимости силы упругости, возникающей при сжатии пружины детского пистолета, от ее деформации. Вычислить работу, которая совершается внешней силой при сжатии пружины на 2 см. Доказать, что эта работа численно равна площади треугольника *AOB*.

4. Имеются две пружины с одинаковой жесткостью. Одна из них сжата на 5 см, а другая растянута на 5 см. Чем различаются удлинения этих пружин и их потенциальные энергии?

5. К пружинным весам подвешен груз. При этом груз опустился и стрелка весов остановилась на цифре 3. На сколько увеличилась потенциальная энергия пружины весов, если шкала весов градуирована в ньютонах, а расстояние между соседними делениями шкалы равно 5 мм?

6. Сжатая пружина, жесткость которой равна 10 000 Н/м, действует на прикрепленное к ней тело с силой 400 Н. Чему равна потенциальная энергия пружины? Какая работа была совершена внешней силой при ее сжатии? Какую работу совершит сила упругости пружины, если пружине дать возможность распрямиться?

189



57. Закон сохранения полной механической энергии

В начале главы указывалось, что для энергии справедлив закон сохранения. Выясним, в чем он заключается.

Рассмотрим, как изменяется энергия тел, взаимодействующих *только друг с другом*. Напомним, что такие тела образуют замкнутую систему тел (см. гл. 8).

Взаимодействующие друг с другом тела могут обладать одновременно и кинетической, и потенциальной энергией. Например, искусственный спутник Земли обладает кинетической энергией потому, что он движется. Кроме того, система спутник — Земля обладает потенциальной энергией, потому что спутник и Земля взаимодействуют силой всемирного тяготения. Сталкивающиеся шары обладают одновременно и кинетической энергией, потому что они движутся, и потенциальной энергией, потому что они упруго деформированы.

Но если тела, образующие замкнутую систему, взаимодействуют друг с другом, то они как-то движутся друг относительно друга. При этом могут изменяться как их скорости, так и координаты. Следовательно, может изменяться как кинетическая, так и потенциальная энергия тел.

Обозначим через E_{p1} потенциальную энергию взаимодействующих тел в некоторый момент времени, а через E_{k1} их общую кинетическую энергию в этот же момент времени. Потенциальную и кинетическую энергию этих же тел в какой-нибудь другой момент времени обозначим соответственно через E_{p2} и E_{k2}.

В § 55 и 56 нами было установлено, что, когда тела взаимодействуют силой упругости или силой тяжести, совершенная этими силами работа A равна взятому с противоположным знаком изменению потенциальной энергии тел:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}). \quad (1)$$

С другой стороны, согласно теореме о кинетической энергии работа этой же силы равна изменению кинетической энергии:

$$A = E_{k2} - E_{k1}. \quad (2)$$

Из сравнения формул (1) и (2) видно, что изменение кинетической энергии и изменение потенциальной энергии равны друг другу по абсолютному значению, но имеют противоположные знаки:

$$E_{k_2} - E_{k_1} = -(E_{p_2} - E_{p_1}). \quad (3)$$

Если потенциальная энергия тел увеличивается, их кинетическая энергия *на столько же* уменьшается, и наоборот. Отсюда видно, что происходит как бы *превращение одного вида энергии в другой.*

Формулу (3), очевидно, можно переписать в таком виде:

$$\boxed{E_{k_2}+E_{p_2}=E_{k_1}+E_{p_1}} \qquad (4)$$

Отсюда следует, что ***сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих друг с другом силами всемирного тяготения и силами упругости, остается постоянной.*** В этом состоит *закон сохранения энергии.*

Обычно сумму кинетической и потенциальной энергии системы тел называют *полной механической энергией.* ***Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих силами тяготения и упругости, остается неизменной.***

Превращение потенциальной энергии в кинетическую или кинетической в потенциальную — одно из самых замечательных явлений в природе. Это главное отличительное свойство энергии.

Закон сохранения и превращения энергии позволяет лучше понять физический смысл работы. Из того факта, что одна и та же работа приводит к увеличению кинетической энергии и такому же уменьшению потенциальной энергии, следует, что *работа равна энергии, превратившейся из одного вида в другой.*

В восьмой главе мы ознакомились с законом сохранения импульса замкнутой системы тел. Теперь мы получили второй закон сохранения — закон сохранения энергии. Эти два закона носят самый общий характер и являются абсолютно точными даже тогда, когда законы механики Ньютона перестают быть справедливыми.

Закон сохранения полной энергии можно использовать для решения многих механических задач. Этим способом задачи решаются более просто, чем с использованием законов Ньютона.

Вопросы

1. Что такое полная механическая энергия тела?

2. В чем состоит закон сохранения полной механической энергии тела при его движении под действием силы тяжести?

3. В чем состоит закон сохранения полной механической энергии тела при его движении под действием силы упругости?

4. Выполняется ли закон сохранения полной механической энергии тела (или системы тел), если действуют одновременно сила тяжести и сила упругости?

5. Спутник вращается по круговой орбите вокруг Земли. С помощью ракетного двигателя его перевели на другую орбиту. Изменилась ли его полная механическая энергия?

Примеры решения задач

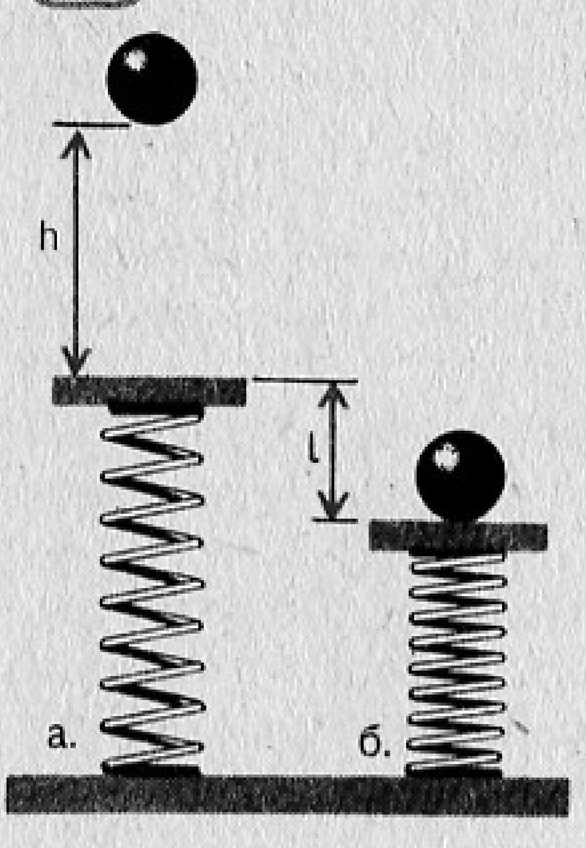
1. Какой высоты h достигнет тело, брошенное вверх с начальной скоростью $\vec{v}_0$?

Решение. Примем за начало отсчета высоты точку, откуда брошено тело. В этой точке потенциальная энергия тела равна нулю, а кинетическая энергия его равна $\frac{mv_0^2}{2}$. Значит, полная энергия тела равна: $0+\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv_0^2}{2}$. В верхней точке на высоте h потенциальная энергия тела равна mgh, а кинетическая энергия равна нулю. Полная энергия в верхней точке равна, следовательно, mgh. По закону сохранения полной энергии $mgh=\frac{mv_0^2}{2}$, откуда

$$h=\frac{v_0^2}{2g}.$$

Этот результат более сложным путем мы получили ранее (см. с. 123).

190



2. Шар массой $m=3$ кг находился на высоте $h=3$ м над столиком, укрепленным на пружине (рис. 190, *а*). Определить максимальное сжатие l пружины при падении шара на столик (рис. 190, *б*), если ее жесткость $k=700$ Н/м. Массами пружины и столика пренебречь.

Решение. Потенциальную энергию шара, когда он находится на столике при максимально сжатой пружине (нулевой уровень), будем считать равной нулю. Тогда потенциальная энергия шара в начальный момент равна:

$$E_{p_1}=mg(h+l).$$

Кинетическая энергия шара и пружины в этот момент равна нулю. Следовательно полная энергия E_1 системы шар — пружина в начальный момент определяется потенциальной энергией шара:

$$E_1=E_{p_1}=mg\ (h+l),$$

Когда пружина максимально сжата, кинетическая энергия шара равна нулю, а пружина обладает потенциальной энергией, равной $\frac{kl^2}{2}$. Поэтому полная энергия E_2 той же системы в момент максимального сжатия пружины равна:

$$E_2=\frac{kl^2}{2}.$$

По закону сохранения энергии $E_1 = E_2$, или

$$mg(h+l)=\frac{kl^2}{2}.$$

Решив полученное квадратное уравнение и подставив значения данных из условия задачи, найдем $l \approx 0{,}5$ м.

Упражнение 32

1. Тело падает с некоторой высоты над землей; в момент падения на землю его скорость равна 30 м/с. С какой высоты падает тело?

2. Снаряд, получивший при выстреле из орудия начальную скорость 280 м/с, летит вертикально вверх. На какой высоте над местом выстрела его кинетическая энергия равна потенциальной?

3. Тело массой 2,0 кг падает с высоты 30 м над землей. Вычислить кинетическую энергию тела в момент, когда оно находится на высоте 15 м над землей, и в момент падения на землю.

4. Баба копра при падении с высоты 8 м обладает в момент удара кинетической энергией 18 000 Дж. Какова масса бабы копра?

5. Растянутая пружина, сокращаясь, увлекает за собой тело массой 50 г по горизонтальной плоскости без трения. В тот момент, когда деформация пружины равна нулю, тело имеет скорость 5 м/с. На сколько была растянута пружина, если ее жесткость равна 10 000 Н/м?

6. Тело массой 400 г прикреплено к сжатой пружине, жесткость которой равна 100 Н/м. После освобождения пружины тело совершает такие колебания, что максимальное удлинение пружины составляет 10 см. Какова наибольшая скорость колеблющегося тела? (Массой пружины пренебречь.)

7. Шар массой 50 г движется со скоростью 10,0 м/с и сталкивается с неподвижным шаром массой 110 г. Каковы скорости обоих шаров после столкновения? Считать, что движение происходит вдоль линии, соединяющей центры обоих шаров.

Указание. При решении задачи воспользоваться законами сохранения энергии и импульса. Суммы кинетических энергий и суммы проекций импульсов на ось, проведенную через центры шаров, должны быть одинаковыми до и после столкновения.

58. Работа силы трения и механическая энергия

Нам остается еще рассмотреть работу третьей механической силы — силы трения скольжения. В земных условиях сила трения в той или иной мере проявляется при всех движениях тел. Чем отличается работа силы трения от работы других механических сил?

Сила трения возникает только при относительном движении соприкасающихся тел. Если одно из них принять за неподвижное, то направление силы, действующей на другое тело, всегда противоположно его скорости. От координат, от взаимного расположения тел сила трения не зависит.

Работу силы трения нельзя поэтому представить в виде изменения некоторой потенциальной энергии. Но ее можно вычислять, пользуясь теоремой о кинетической энергии:

$$A=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}.$$

Так как сила трения направлена против вектора скорости, то $v_2<v_1$ и работа A имеет отрицательный знак.

Когда на тело действует сила тяжести или сила упругости, то оно может двигаться *против* направления силы (как движется, например, брошенное вверх тело) и *по* направлению силы (свободно падающее тело). В первом случае работа силы отрицательна, во втором положительна. При движении тела «туда и обратно» полная работа равна нулю.

О работе силы трения этого сказать нельзя. Сила трения направлена против относительной скорости взаимодействующих тел. Поэтому *работа силы трения при движении тела по замкнутой траектории не равна нулю.*

Если тело бросить вверх, оно начнет двигаться против силы тяжести, которая при этом совершает отрицательную работу. Поэтому его кинетическая энергия уменьшается. Достигнув верхней точки траектории, тело на миг останавливается и начинает обратный путь вниз.

Если толкнуть тело, лежащее на горизонтальной поверхности, оно начнет двигаться против возникающей при этом силы трения, которая, подобно силе тяжести в предыдущем примере, совершает отрицательную работу, и кинетическая энергия тела уменьшается. Пройдя некоторое расстояние, тело тоже останавливается, но не «на миг». Оно остановится совсем и в обратный путь уже не двинется.

Все дело в том, что в первом примере кинетическая энергия, постепенно уменьшаясь, превращается в потенциальную энергию, которая затем снова переходит в кинетическую. В случае же движения тела по горизонтальной поверхности под действием силы трения кинетическая энергия тела уменьшается, но в потенциальную энергию не превращается. Поэтому тело и не движется в обратном направлении после остановки: нет энергии, за счет которой могла бы быть совершена работа при таком движении. Механическая энергия двигавшегося тела не превратилась в другой вид механической энергии, а просто исчезла.

Механическая энергия не всегда сохраняется. Выходит, что, когда на тело действует сила трения (сама по себе или вместе с другими силами), закон сохранения механической энергии нарушается: кинетическая энергия уменьшается, а потенциальная взамен не появляется. Полная механическая энергия уменьшается.

Такое уменьшение полной механической энергии мы наблюдаем даже при движении падающего на землю тела, если падение происходит не в вакууме, а в воздухе. При этом движении потенциальная энергия тела уменьшается на величину mgh, как и при движении в пустоте. Но скорость тела, когда оно достигнет поверхности Земли, будет меньше, чем при свободном падении. Меньшей будет и его кинетическая энергия, так что она уже не будет равна убыли потенциальной энергии. За счет потерянной энергии была совершена работа против силы сопротивления воздуха. Хотя мы и знаем, куда пропала механическая энергия, она все-таки исчезла и закон сохранения энергии как будто нарушается.

Но оказывается, что нарушение закона сохранения энергии здесь только кажущееся. Дело в том, что трение одного тела о другое всегда приводит к нагреванию обоих тел, к повышению их температуры. Из курса физики VII класса известно, что температура тел определяется скоростью движения молекул, из которых состоят все тела, а значит, кинетической энергией молекул. Поэтому при нагревании трущихся тел увеличивается энергия движения молекул тела, или, как говорят, *внутренняя энергия тела.* Не происходит ли это увеличение внутренней энергии как раз за счет «теряющейся» кинетической энергии движения всего тела? Тщательные измерения показали, что, когда движущиеся тела из-за действия силы трения уменьшают свою кинетическую энергию, их внутренняя энергия (энергия движения молекул в теле) в самом деле увеличивается ровно на столько, на сколько уменьшается механическая энергия. Следовательно, механическая энергия хотя и уменьшается, но не теряется бесследно, а только переходит в энергию движущихся молекул.

Мы приходим, таким образом, к очень важному выводу, что возможно не только превращение энергии из потенциальной в кинетическую и обратно. *Механическая энергия может превращаться в немеханическую форму энергии — во внутреннюю энергию, т. е. в энергию движения частиц, составляющих тело.* Энергия и замечательна тем, что она может иметь различные формы: кинетическую, потенциальную, внутреннюю и много других форм, с которыми мы ознакомимся позже. А закон сохранения энергии означает, что ***в замкнутой системе сохраняется сумма всех видов энергии системы.*** И всякий раз, когда при каком-нибудь процессе или явлении наблюдается «пропажа» какого-нибудь вида энергии, можно быть уверенным, что в этом процессе появилась энергия какого-нибудь другого вида.

Сила трения в технике. Напомним, что работа приложенных к телу сил всегда равна изменению его кинетической энергии (§ 53). При наличии сил трения часть механической энергии тела преобразуется в немеханическую, внутреннюю, энергию, что приводит к нагреванию трущихся тел. Для получения работы эта энергия как бы пропадает. Поэтому во всяком устройстве (машине), предназначенном для совершения механической работы, всегда стараются уменьшить силы трения. Об этом нужно помнить и тем, кто конструирует и строит машины, и тем, кто пользуется ими. Если машина, двигатель, аппарат и т. д. во время работы чрезмерно нагреваются — это верный признак того, что действуют слишком большие силы трения. Тогда нужно принимать меры к их уменьшению. Как указывалось в § 34, для этого используется смазка. Мы говорим о чрезмерном нагревании, потому что полностью устранить трение в механических устройствах нельзя. Какой-то нагрев и, значит, какая-то потеря энергии неизбежны. Но их нужно по возможности уменьшать.

Вопросы

1. На тело действует сила трения. Может ли работа этой силы равняться нулю?

2. Если тело, на которое действует сила трения, пройдя некоторый путь, вернется в исходную точку, будет ли работа силы трения равна нулю?

3. Как изменяется механическая энергия тела, когда на него действует сила трения скольжения?

Упражнение 33

1. Сани массой 60 кг, скатившись с горы, проехали по горизонтальному участку дороги 20 м. Найти работу силы трения на этом участке, если коэффициент трения полозьев саней о снег 0,020.

2. К точильному камню радиусом 20 см прижимают затачиваемую деталь с силой 20 Н. Определить, какая работа совершается двигателем за 2 мин, если точильный камень делает 180 об/мин, а коэффициент трения детали о камень равен 0,30.

3. Шофер автомобиля выключает двигатель и начинает тормозить в 20 м от светофора (дорога горизонтальна). Считая силу трения равной 4000 Н, найти, при какой наибольшей скорости автомобиля он успеет остановиться перед светофором, если масса автомобиля равна 1,6 т.

4. На движущееся по горизонтальной плоскости тело на протяжении пути длиной 15 м действует сила трения, равная 100 Н. На сколько изменилась механическая энергия тела? Какая именно энергия (кинетическая или потенциальная) изменилась?

5. Парашютист массой 70 кг после прыжка с самолета движется сначала ускоренно, а затем, начиная с высоты $h = 1000$ м и до приземления, равномерно. Какая работа совершена силой сопротивления воздуха за время равномерного движения?

6. Тело массой 2 кг падает с высоты 240 м и проникает в грунт на глубину 0,2 м. Сила трения тела о грунт равна 10 000 Н. Совершало ли тело свободное падение или двигалось в воздухе?

7. Пуля массой 10 г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью 600 м/с, попадает в деревянный брус массой 2,0 кг и застревает в нем. При этом и пуля, и брус нагреваются. Какая энергия идет на нагревание? Силой сопротивления воздуха пренебречь.

Указание. При решении задачи 7 воспользоваться законами сохранения импульса и энергии.

Задание

Привести какой-нибудь из многочисленных примеров, когда полная механическая энергия тела или системы тел не сохраняется.

59. Мощность

Напомним (см. «Физику, 6—7», § 60), что всякая машина, используемая для совершения работы, характеризуется особой величиной, называемой мощностью.

Мощность машины или механизма равна отношению совершенной работы к промежутку времени, в течение которого она совершена.

Если мощность обозначить буквой N, то

$$\boxed{N = \frac{A}{t}.} \tag{1}$$

Из формулы (1) видно, что в СИ единицей мощности является 1 Дж/с (джоуль в секунду). Такая единица имеет особое название — ватт (Вт):

$$1\ \text{Вт} = 1\ \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$

Это сравнительно небольшая единица. В технике часто пользуются единицей, в 1000 раз большей ватта. Это киловатт (кВт). А иногда применяется единица, в миллион раз большая ватта,— мегаватт (МВт).

Приведем пример. На Красноярской гидроэлектростанции им. 50-летия СССР каждую секунду с плотины высотой 100 м низвергается поток воды объемом 5000 м^3, или массой $5 \cdot 10^6$ кг. Очевидно, что мощность станции равна работе, которую сила тяжести совершает над этой массой воды за 1 с:

$$N = \frac{mgh}{t} = \frac{m}{t} gh.$$

Учитывая, что $\frac{m}{t} = 5 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$, получаем:

$$N = 5 \cdot 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{с}} \cdot 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 100\ \text{м} \approx 5 \cdot 10^9 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 5 \cdot 10^6\ \text{кВт}.$$

Если известна мощность N, то работа A, которая производится за время t, выражается формулой

$$A=Nt.$$

Отсюда следует, что за единицу работы можно принять работу, которая производится в течение 1 с при мощности 1 Вт. Такая единица работы называется **ватт-секундой** (Вт·с):

1 Вт·с = 1 Дж.

Но джоуль, а значит, и ватт-секунда слишком малые единицы энергии. Чаще пользуются более крупными единицами — **киловатт-часом** (кВт·ч) и **мегаватт-часом** (МВт·ч):

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

$$1 \text{ МВт} \cdot \text{ч} = 1\,000\,000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3{,}6 \cdot 10^9 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3{,}6 \cdot 10^9 \text{ Дж}.$$

Самолеты, корабли, ракеты, автомобили и другие транспортные средства часто движутся с постоянной скоростью. Это значит, что силы, действующие на них благодаря работе двигателя, равны по модулю и противоположны по направлению силам сопротивления. От чего зависит скорость движения этих «тел»?

Мы сейчас увидим, что скорость определяется мощностью двигателя.

В самом деле, $N=\frac{A}{t}$. Но $A=Fs$, где F — модуль силы сопротивления.

Следовательно,

$$N=\frac{Fs}{t}.$$

Отношение $\frac{s}{t}=v$, где v — это модуль скорости движения тела.

Поэтому

$$N=Fv, \tag{2}$$

или

$$v=\frac{N}{F}.$$

Из этой формулы видно, что при постоянной силе сопротивления скорость тела пропорциональна мощности двигателя.

Поэтому быстроходные поезда и автомобили нуждаются в двигателях большой мощности. Однако на самом деле во многих случаях сила сопротивления не постоянна, а растет с ростом скорости.

В пятой главе (§ 34) мы видели, что при больших скоростях, с которыми движутся корабли и самолеты, сила сопротивления воздуха и воды (жидкое трение) пропорциональна квадрату скорости. Это можно выразить формулой $F=\beta v^2$, где β (греческая буква «бета») — коэффициент пропорциональности.

Подставив в формулу (2) вместо F величину βv^2, для мощности мы получим выражение

$$N=\beta v^3.$$

Мощность самолетных и судовых двигателей, следовательно, пропорциональна не первой степени, а кубу скорости. Если, например, требуется увеличить скорость самолета вдвое, то мощность его двигателей нужно увеличить в восемь раз. Вот почему с таким трудом дается каждый новый успех в увеличении скорости самолетов, кораблей и других средств транспорта.

Из формулы $F=\frac{N}{v}$

видно также, что когда мощность N двигателя постоянна, то сила, которая приложена к движущемуся телу благодаря работе двигателя, больше при малых скоростях, чем при больших. Именно поэтому водитель автомобиля при подъеме в гору, когда нужна наибольшая сила тяги, переключает двигатель на малую скорость.

Вопросы

1. Что такое мощность?
2. К числу каких величин, скалярных или векторных, относится мощность?
3. От чего зависит скорость равномерного движения тела, приводимого в движение двигателем?
4. Какие единицы мощности используются в технике и в быту? Каковы соотношения между этими единицами?
5. Какая физическая величина выражается в киловатт-часах?

Примеры решения задач

1. Какую среднюю мощность развивает человек массой 70 кг, если лестницу высотой 10 м он пробегает за 15 с?

Решение. При подъеме человека по лестнице против силы тяжести совершается работа

$$A=mgh.$$

Следовательно, мощность, развиваемая человеком,

$$N=\frac{mgh}{t}.$$

Подставив в эту формулу значения величин из условия задачи, получим:

$$N=\frac{70\ \text{кг}\cdot 9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 10\ \text{м}}{15\ \text{с}}\approx 460\ \text{Вт}.$$

2. Подъемный кран с двигателем мощностью 12 кВт поднимает груз с постоянной скоростью 90 м/мин. Какова масса груза?

Решение. Из формулы мощности

$$N=Fv$$

можно выразить силу, с которой подъемный кран действует на поднимаемый груз:

$$F=\frac{N}{v}.$$

Но при равномерном подъеме эта сила по модулю равна mg.

Поэтому $mg=\frac{N}{v}$, или

$$m=\frac{N}{vg}.$$

Подставив в эту формулу значения величин из условия задачи, получим:

$$m=\frac{12\,000\ \text{Вт}}{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}\approx 820\ \text{кг}.$$

Упражнение 34

1. Самолет летит прямолинейно и равномерно со скоростью 900 км/ч. Какова сила сопротивления, если развиваемая двигателями самолета мощность равна 1800 кВт?

2. Подъемный кран с двигателем мощностью 8 кВт поднимает груз с постоянной скоростью 6 м/мин. Какова масса груза?

3. На токарном станке обрабатывается вал. Мощность, развиваемая двигателем станка, равна 3 кВт. Какая совершается при этом работа, если вал обрабатывается в течение 2 мин?

4. Какая работа совершается на гидростанции в течение года, если средняя мощность ее генераторов равна 2,5 МВт?

5. Автомобиль массой 2000 кг движется по горизонтальной дороге со скоростью 72 км/ч. Сила сопротивления движению составляет 0,05 от его веса. Определить, какую мощность развивает при этом двигатель.

60. Превращение энергии и использование машин

Вот уже около двухсот лет прошло с того времени, как началось широкое использование человеком всевозможных машин. Эти машины приводятся в движение двигателями, которые в свою очередь получают энергию от того или иного источника.

С механической точки зрения использование машин сводится к тому, что с их помощью какие-то силы совершают работу. Но совершить работу — значит затратить энергию, по крайней мере равную этой работе.

В наше время главные виды энергии, за счет которых совершается работа,— это энергия, освобождающаяся при сгорании топлива (угля, нефти, газа), энергия падающей воды и так называемая ядерная энергия, выделяющаяся в ядерных реакторах. Ни один из этих видов энергии не подается непосредственно к машинам.

На пути к машинам, в которых совершается работа, энергия претерпевает ряд превращений из одной формы в другую. Так, например, энергия взаимодействия частиц горючего и кислорода (потенциальная энергия) сначала преобразуется во внутреннюю энергию тех частиц, которые образуются при сгорании. Затем эта энергия в процессе теплопередачи передается водяному пару, а от него к паровой турбине, приводящей в движение электрический генератор. В нем механическая энергия вращения преобразуется в энергию электрического тока. Так работает тепловая электростанция. От генератора электростанции энергия передается по проводам к электрическим двигателям, установленным на бесчисленных станках и в других устройствах. В двигателях энергия снова преобразуется в механическую энергию и с помощью различных передаточных механизмов, например рычагов, наклонных плоскостей, винтов, блоков, подается к станкам и другим машинам.

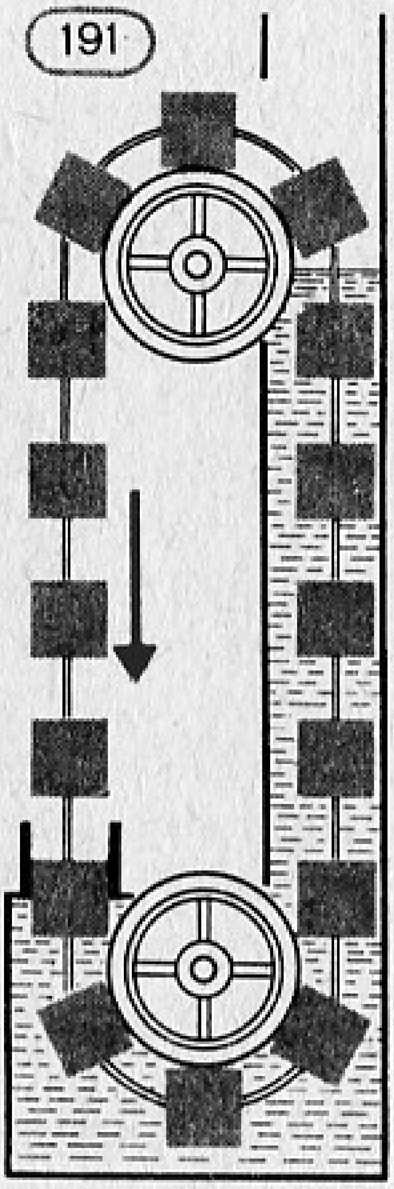
Мы привели здесь цепь превращений, которые испытывает энергия «по дороге» от топки тепловой электростанции к машине. К этому следует добавить, что само топливо появилось на Земле в результате сложной цепи превращений энергии, цепи, начало которой находится на Солнце — источнике жизни на нашей планете.

Для нас здесь важно то, что *эти превращения* (мы перечислили далеко не все) *подчиняются закону сохранения энергии,* из которого следует, что ***при любых превращениях нельзя получить энергии одного вида больше, чем затрачено энергии другого вида. Ни в одном двигателе нельзя получить больше механической энергии, чем затрачено электрической или внутренней.*** Не может существовать двигатель, с помощью которого могло бы быть произведено больше работы, чем затрачено энергии.

Наоборот, в реальных двигателях часть энергии неизбежно теряется из-за сил трения. Теряется в том смысле, что часть энергии из-за работы сил трения преобразуется во внутреннюю энергию и приводит к нагреванию двигателя. Точно так же и работа, совершенная силами, действующими в машине, всегда несколько меньше затраченной энергии.

О «вечных двигателях». Обо всем этом стало известно только тогда, когда в середине XIX в. был открыт закон сохранения энергии. До этого времени в течение столетий упорно делались попытки создать такую машину, которая позволила бы совершить больше работы, чем тратится энергии. Она даже заранее получила название «вечного двигателя» (perpetuum mobile). Но такая машина никогда не была создана, и она не может быть создана.

191



На рисунке 191 показана схема одного из бесчисленных проектов «вечного двигателя». Он состоит из двух колес (шкивов), помещенных в верхней и нижней частях башни, наполненной водой. Через шкивы переброшен бесконечный канат с прикрепленными к нему через некоторые интервалы полыми легкими ящиками. Из рисунка видно, что в каждый момент времени часть ящиков погружена в воду, в то время как другая часть находится в воздухе. Автор проекта уверял, что правые (по рисунку) ящики, всплывая под действием архимедовой силы, заставят вращаться колеса. На смену всплывающим ящикам в воду будут входить другие, поддерживая «вечное» движение. Вращающиеся колеса могли бы приводить в движение электрические генераторы, давая таким образом «бесплатную» энергию в неограниченном количестве, поскольку устройство действует «вечно».

В действительности, однако, в проекте есть ошибки и такой двигатель работать не может. Ведь если одни ящики всплывают, то другие, наоборот, входят в воду. И эти входящие в воду ящики должны двигаться против архимедовой силы. К тому же входят они в воду внизу, где на них действует давление всего столба воды. А сила этого давления больше, чем архимедова сила.

Подобные ошибки можно найти в любом проекте «вечного двигателя». Попытки создать такое устройство обречены на неудачу, потому что закон сохранения энергии «запрещает» получение работы, большей затраченной энергии.

Интересно отметить, что и в наше время не перевелись «изобретатели», которые не оставляют бесплодных попыток создать вечный двигатель.

Задача техники не в том, чтобы пытаться обойти закон сохранения энергии, а в том, чтобы уменьшить потери энергии в машинах, двигателях, генераторах.

Вопросы

1. В чем состоит закон сохранения энергии?
2. Для чего предназначены генераторы, двигатели, машины? Какие вам известны примеры этих устройств?
3. В чем состоит идея «вечного двигателя»? Почему эта идея неосуществима?
4. Какие превращения энергии происходят при выстреле из ружья; при запуске ракеты?

61. Коэффициент полезного действия

Когда в какой-нибудь машине совершается работа за счет затрачиваемой энергии, то нужно отличать так называемую *полезную работу* от *полной совершенной работы*.

Полезная работа — это та работа, для выполнения которой создана и используется машина. Например, для подъемного крана — это работа подъема груза, для токарного станка — работа против сил трения изделия о резец и т. д.

Но в любой машине, в любом двигателе полезная работа всегда меньше полной работы, потому что всегда существуют силы трения, отрицательная работа которых приводит к нагреванию различных частей машины или двигателя. А нагревание нельзя считать полезным результатом действия машины, используемой для совершения механической работы. Нагревание приводит к тому, что часть энергии, подведенной к двигателю, преобразуется не в механическую энергию, а во внутреннюю и не используется для совершения работы.

Каждая машина, каждый двигатель или механизм характеризуются поэтому особой величиной, показывающей, насколько эффективно используется подводимая к ней энергия. Напомним (см. «Физику, 6—7», § 66), что эта величина называется *коэффициентом полезного действия* (сокращенно: КПД).

Можно также говорить и о КПД генератора, в котором один вид энергии преобразуется в другой. Например, в электрическом генераторе механическая энергия превращается в энергию электрического тока. Из-за работы сил трения и некоторых других причин энергия электрического тока всегда несколько меньше затрачиваемой турбиной механической энергии.

8. Зак. 1011 «Физика, 8 кл.»

Коэффициентом полезного действия генератора называется отношение полезной работы к затраченной энергии.

КПД никогда не может быть больше единицы. В реальных машинах, двигателях и генераторах он всегда меньше единицы из-за неизбежных потерь энергии, вызванных прежде всего отрицательной работой сил трения. Но есть еще и другие, немеханические причины потерь энергии.

Подчеркнем еще раз, что слово «потеря» не означает исчезновение энергии. Оно только означает, что часть энергии превращается тоже в энергию, но не в ту, что нужно, и теряется для полезного использования.

Коэффициент полезного действия выражается в процентах. Если КПД обозначить буквой η (греческая буква «эта»), полезную работу (или энергию) через $A_п$, полную совершенную работу (затраченную энергию) через $A_з$, то

$$\boxed{\eta = \frac{A_п}{A_з} 100\%.}$$

Вопросы

1. Какой ряд превращений энергии приводит к увеличению внутренней энергии нагревательного элемента в электрической плитке, если электрическая энергия поступает в сеть с гидроэлектростанции? Начать нужно с Солнца.
2. Тело упало с некоторой высоты на землю. Куда делась его потенциальная энергия?
3. Кузнец поднял молот и ударил им по изделию на наковальне. Каковы превращения энергии, происходящие при этом?
4. Деформированная металлическая пружина опущена в кислоту, растворяющую металл, из которого пружина изготовлена. Куда делась потенциальная энергия пружины после ее растворения?

Примеры решения задач

1. Подъемный кран приводится в действие двигателем мощностью 10 кВт. Сколько времени потребуется для доставки на высоту 50 м груза массой 2 т, если КПД двигателя равен 75%?

Решение. С помощью крана должна быть выполнена полезная работа:

$$A_п = mgh.$$

Вся произведенная работа $A_з$ выражается формулой

$$A_з = Nt,$$

где N — мощность двигателя, а t — время работы крана.

Согласно условию задачи полезно используется только 75% работы, совершаемой в двигателе. Поэтому $A_{\text{п}}=0{,}75Nt$. Отсюда

$$t=\frac{A_{\text{п}}}{0{,}75N}=\frac{mgh}{0{,}75N},$$

$$t=\frac{2000\ \text{кг}\cdot 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 50\ \text{м}}{0{,}75\cdot 10^4\,\frac{\text{Дж}}{\text{с}}}\approx 130\ \text{с}.$$

2. Автомобиль массой 2 т с включенными тормозами спускается с постоянной скоростью по горной дороге и проходит участок пути, опустившись по высоте на 80 м. Какое количество энергии выделилось в тормозах?

Решение. Если бы тормоза не были включены, то убыль потенциальной энергии была бы равна приросту кинетической энергии. Но так как автомобиль двигался с постоянной скоростью, то кинетическая энергия при спуске не увеличилась. Следовательно, вся потерянная потенциальная энергия перешла во внутреннюю, т. е.

$$E_{\text{внт}}=mg(h_1-h_2).$$

Подставив числовые данные, получим:

$$E_{\text{внт}}=2000\ \text{кг}\cdot 9{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot 80\ \text{м}\approx 1{,}6\cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

Упражнение 35

1. Подъемный кран приводится в действие двигателем, мощность которого равна 7,36 кВт.
Определить массу груза, поднимаемого краном со скоростью 6 м/мин, если КПД двигателя равен 80%.

2. Самолет летит прямолинейно и равномерно со скоростью 800 км/ч. Найти силу тяги моторов, если мощность моторов равна 1800 кВт. КПД считать равным 70%.

3. Насос с мотором мощностью 3 кВт поднимает воду из колодца глубиной 20 м. Найти массу поднятой в течение 2 ч воды, если КПД насоса 70%.

4. С плотины гидростанции высотой 30 м каждую секунду падает 170 т воды. Электрическая мощность, даваемая электростанцией, равна 10 МВт. Каков КПД превращения энергии падающей воды в электрическую энергию?

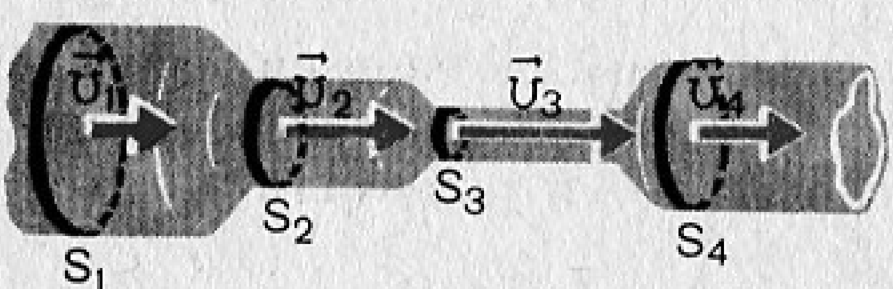
62. Движение жидкости по трубам. Закон Бернулли

В этом параграфе мы применим закон сохранения энергии к движению жидкости или газа по трубам. Движение жидкости по трубам часто встречается в технике и быту. По трубам водопровода подается вода в дома, к местам ее потребления. В машинах по трубам поступает масло для смазки, топливо в двигатели и т. д. Движение жидкости по трубам нередко встречается и в природе. Достаточно сказать, что кровообращение животных и человека — это течение крови по трубам — кровеносным сосудам. В какой-то мере течение воды в реках тоже является разновидностью течения жидкости по трубам. Русло реки — это своеобразная труба для текущей воды.

Как известно, *неподвижная* жидкость в сосуде согласно закону Паскаля передает внешнее давление во все точки жидкости без изменения. Однако когда жидкость течет *без трения* по трубе, площадь поперечного сечения которой на разных участках различна, то, как показывает опыт, давление оказывается неодинаковым вдоль трубы. Выясним, почему давление в движущейся жидкости зависит от площади поперечного сечения трубы. Но сначала ознакомимся с одной важной особенностью всякого потока жидкости.

Скорость жидкости и сечение трубы. Предположим, что жидкость течет по горизонтально расположенной трубе, сечение которой в разных местах различное, например по трубе, часть которой показана на рисунке 192.

192



Если бы мы мысленно провели вдоль трубы несколько сечений, площади которых соответственно равны S_1, S_2, S_3, и измерили бы объем жидкости, протекающей через каждое из них за какой-то промежуток времени t, то мы обнаружили бы, что через каждое сечение протек один и тот же объем жидкости. Это значит, что вся та жидкость, которая за время t проходит через первое сечение, за такое же время проходит и через третье сечение, хотя оно по площади значительно меньше, чем первое. Если бы это было не так и через сечение площадью S_3 за время t проходило, например, меньше жидкости, чем через сечение площадью S_1, то избыток жидкости должен был бы где-то накапливаться. Но жидкость заполняет трубу и накапливаться ей негде. При этом мы считаем, что данная масса жидкости всегда имеет один и тот же объем, что она не может сжаться и уменьшить свой объем (о жидкости говорят, что она *несжимаема*).

Как же может жидкость, протекшая через широкое сечение, успеть за такое же время «протиснуться» через узкое? Очевидно, что для этого *при прохождении узких частей трубы скорость движения должна быть больше, чем при прохождении широких.* Хорошо известно, например, что в узких местах реки скорость течения воды больше, чем в широких.

Скорость и давление. Так как при переходе жидкости с участка трубы с большей площадью сечения на участок с меньшей площадью сечения скорость течения увеличивается, то жидкость *движется с ускорением.* А это по второму закону Ньютона означает, что *на жидкость действует сила.* Что это за сила?

Этой силой может быть только разность между силами давления в широком и узком участках трубы. Таким образом, в широком участке давление жидкости должно быть больше, чем в узком участке трубы.

Это же следует из закона сохранения энергии.

Действительно, если в узких местах трубы увеличивается скорость движения жидкости, то увеличивается и ее кинетическая энергия. А так как мы приняли, что жидкость течет без трения, то этот прирост кинетической энергии должен компенсироваться уменьшением потенциальной энергии, потому что полная энергия должна оставаться постоянной.

О какой же потенциальной энергии здесь идет речь?

Если труба горизонтальна, то потенциальная энергия взаимодействия с Землей во всех частях трубы одна и та же и не может измениться.

Значит, остается только потенциальная энергия упругого взаимодействия. Сила давления, которая заставляет жидкость течь по трубе,— это и есть сила упругости сжатой жидкости.

Когда мы говорим, что жидкость несжимаема, то имеем лишь в виду, что она не может быть сжата настолько, чтобы заметно изменился ее объем, но очень малое сжатие, вызывающее появление сил упругости, неизбежно происходит. Эти силы и создают давление жидкости. Вот это сжатие жидкости и уменьшается в узких частях трубы. В узких местах труб давление жидкости должно быть поэтому меньше, чем в широких.

В этом состоит закон, открытый петербургским академиком Даниилом Бернулли.

Давление текущей жидкости больше в тех сечениях трубы, в которых скорость ее движения меньше, и, наоборот, в тех сечениях, в которых скорость больше, давление меньше.

Приведенные рассуждения относятся к случаю, когда жидкость в трубе можно рассматривать как замкнутую систему. Ведь только для такой системы справедлив закон сохранения энергии.

В реальных случаях жидкость течет в трубе под действием внешней силы, создающей разность давлений. При

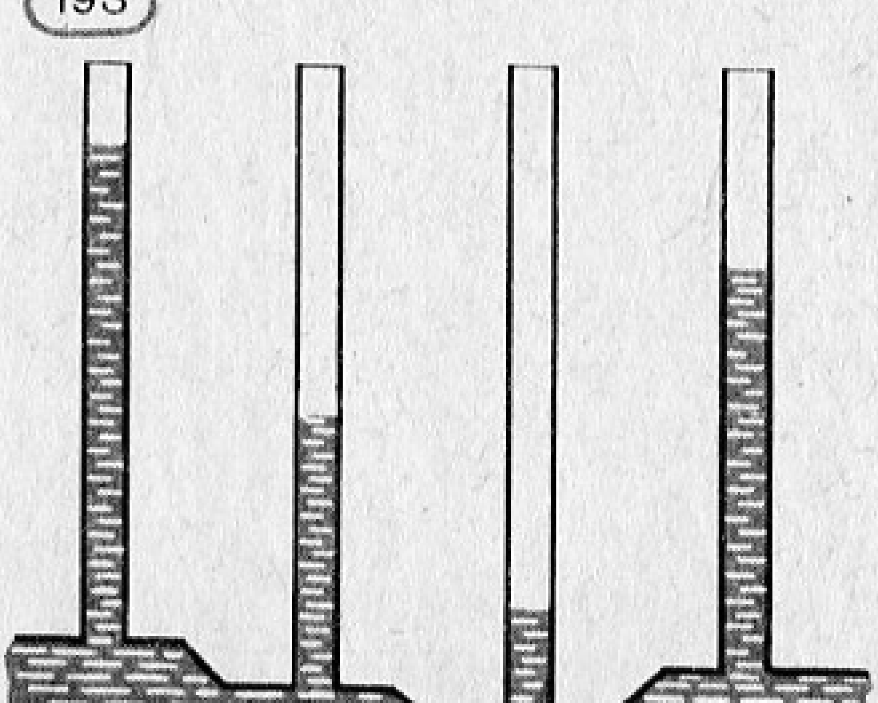
Бернулли Даниил (1700—1782) — математик и механик. С 1725 по 1733 г. работал в Академии наук в России, где, кроме математики и механики, занимался также физиологией. Здесь им написана книга «Гидродинамика». В этой книге Бернулли впервые вводит понятие работы, пользуется понятием коэффициента полезного действия, приводит вывод уравнения, описывающего движение идеальной жидкости, известного под названием закона Бернулли.

этом энергия изменяется и ее изменение, как всегда, равно работе внешней силы. Но закон Бернулли остается верным и в этом случае.

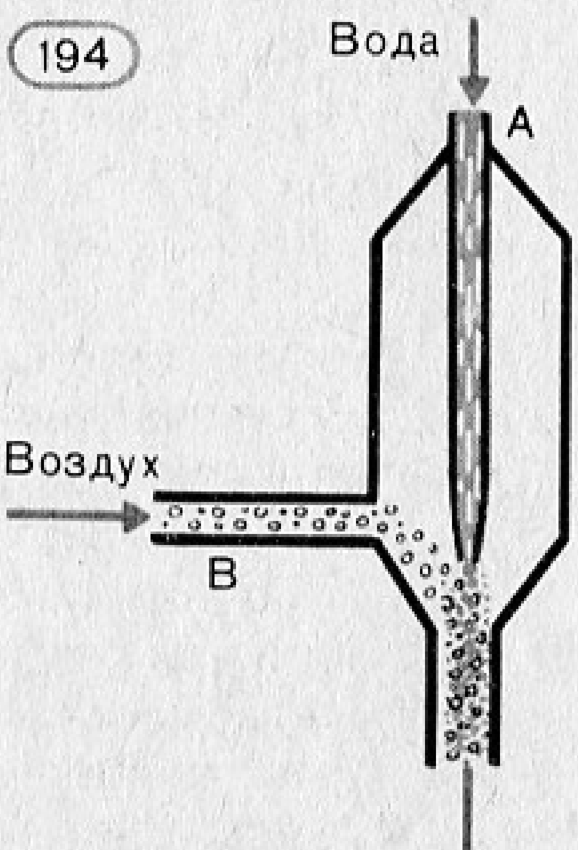
Если трубу, по которой течет жидкость, снабдить впаянными в нее открытыми трубками — *манометрами* (рис. 193), то можно будет наблюдать распределение давления вдоль трубы. В узких местах трубы высота столба жидкости в манометрической трубке меньше, чем в широких. Это означает, что в этих местах давление меньше.

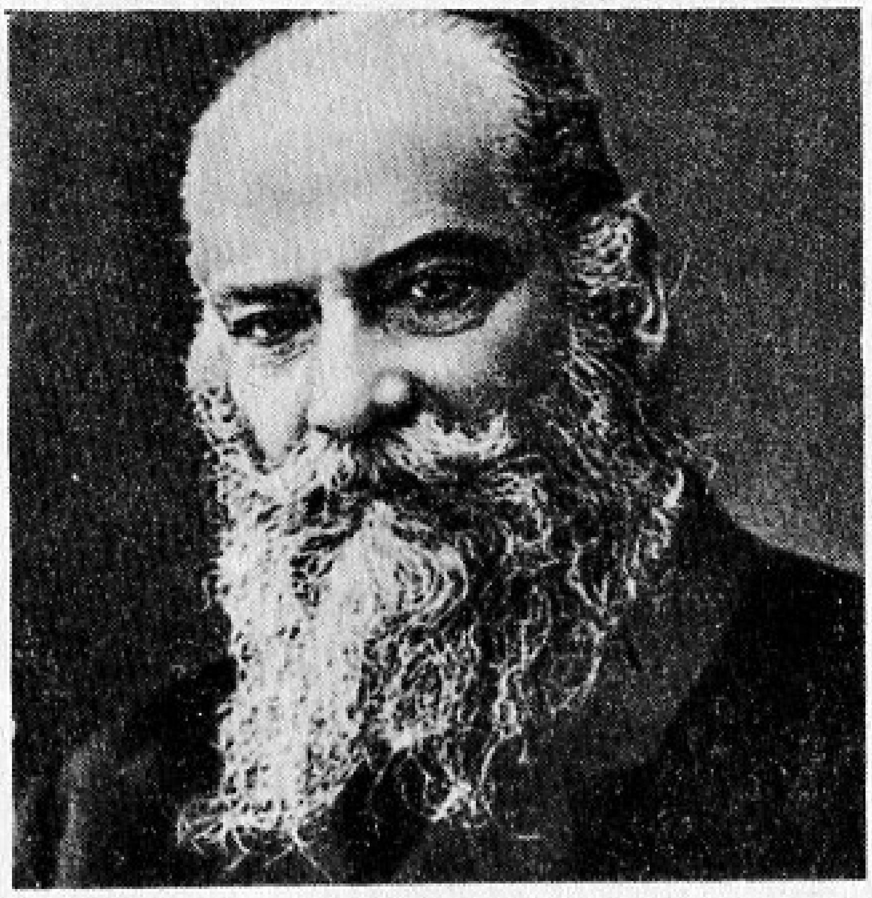
Чем меньше площадь сечения трубы, тем больше в ней скорость течения и меньше давление. Можно, очевидно, подобрать такое сечение, в котором давление равно внешнему атмосферному давлению (высота уровня жидкости в манометре будет

193



194





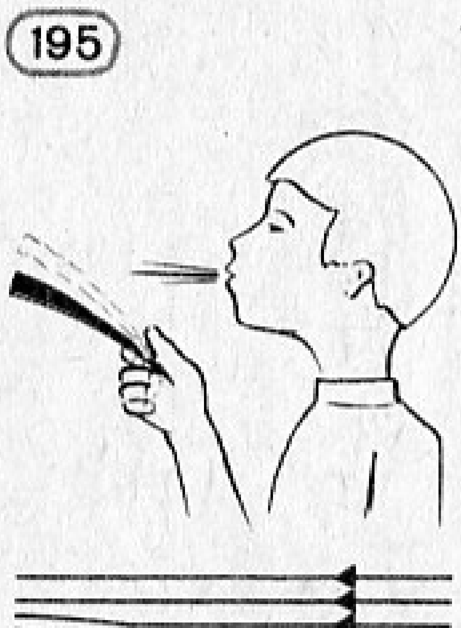
Жуковский Николай Егорович (1847—1921) — русский ученый в области механики, основоположник современной гидроаэродинамики, развитие которой неразрывно связано с прогрессом самолетостроения. Жуковский был организатором и первым руководителем (с 1918 г.) Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ). Жуковскому принадлежат многочисленные оригинальные исследования в области механики твердого тела, астрономии, математики, гидродинамики и др. Он является также автором учебников по теоретической механике.

тогда равна нулю). А если взять еще меньшее сечение, то давление жидкости в нем станет меньше атмосферного.

Такую текущую жидкость можно использовать для откачки воздуха. На этом принципе действует *водоструйный насос* (его схема показана на рисунке 194). Струю воды пропускают через трубку A с узким отверстием на конце. Давление воды у отверстия трубки меньше атмосферного. Поэтому газ из откачиваемого сосуда через трубку B втягивается к концу трубки A и удаляется вместе с водой.

Все сказанное о движении жидкости по трубам относится и к движению газа. Если скорость течения газа не слишком велика (меньше скорости звука в газе) и газ не сжимается настолько, чтобы изменился его объем, и если, кроме того, пренебречь трением, то закон Бернулли верен и для газовых потоков. В узких частях труб, где газ движется быстрее, давление его меньше, чем в широких частях, и может стать меньше атмосферного. В некоторых случаях для этого даже не требуется трубы.

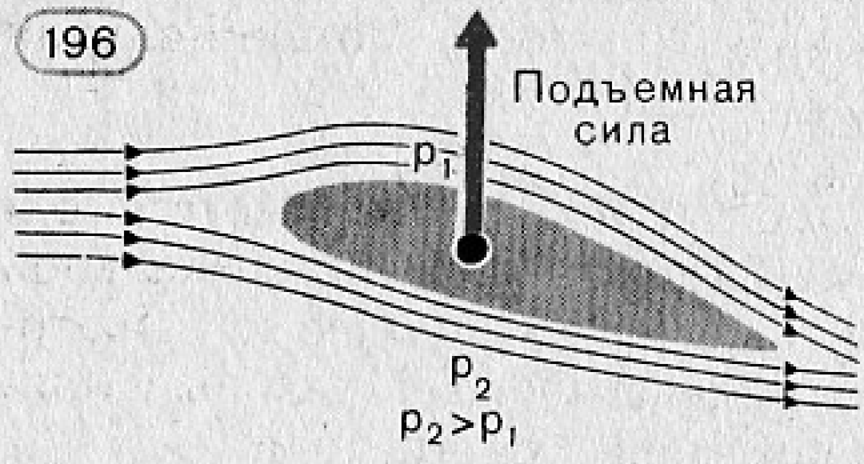
195



Можно проделать простой опыт. Если дуть на лист бумаги вдоль его поверхности, как показано на рисунке 195, можно увидеть, что бумага станет подниматься вверх. Это происходит из-за понижения давления в струе воздуха над бумагой.

Такое же явление имеет место при полете самолета. Встречный поток воздуха набегает на выпуклую верх-

196



нюю поверхность крыла летящего самолета, и за счет этого происходит понижение давления. Давление над крылом оказывается меньше, чем давление под крылом (рис. 196). Именно поэтому возникает подъемная сила крыла. Теорию крыла разработал выдающийся русский ученый Н. Е. Жуковский, которого В. И. Ленин назвал «отцом русской авиации».

Вопросы

1. Почему в узких частях трубопровода скорость жидкости (или газа) больше, чем в широких?
2. В чем состоит закон Бернулли?
3. Какая сила вызывает увеличение скорости жидкости, а значит, и ее кинетической энергии при переходе жидкости из широкой в узкую часть трубопровода?
4. Можно ли считать, что закон Бернулли — следствие закона сохранения энергии?

Самое важное в девятой главе

Работа силы — это скалярная величина, равная произведению модуля силы на модуль перемещения тела и на косинус угла между направлениями векторов силы и перемещения. Работа положительна, если угол острый, и отрицательна, если он тупой.

О работе силы можно говорить лишь в том случае, когда она приложена к движущемуся телу. Если к *движущемуся* телу приложено несколько сил, векторная сумма которых равна нулю (тело движется равномерно), то алгебраическая сумма работ всех сил равна нулю, но работа каждой из сил не равна нулю (кроме тех сил, направление которых перпендикулярно перемещению).

Если на тело действуют силы, равнодействующая которых не равна нулю, то в результате действия этих сил изменяется величина $\frac{mv^2}{2}$, характеризующая движение тела и называемая кинетической энергией тела. Ее изменение равно работе равнодействующей сил.

Если на тело действует сила тяжести (вообще сила всемирного тяготения) или сила упругости, то изменение кинетической энергии сопровождается равным по модулю и противоположным по знаку изменением потенциальной энергии. В случае силы тяжести потенциальная энергия относительно условного нулевого уровня равна mgh, где h — высота тела над этим уровнем. В случае силы упругости потенциальная энергия равна $\frac{kx^2}{2}$.

При взаимодействии тел друг с другом силами тяготения и силами упругости изменения кинетической и потенциальной энергии равны по модулю и противоположны по знаку. Поэтому для замкнутой системы взаимодействующих тел выполняется закон сохранения полной механической энергии.

Если, кроме сил упругости и сил тяжести, действуют и силы трения, то полная механическая энергия не сохраняется. Часть ее переходит во внутреннюю энергию тех тел, между которыми действуют силы трения.

О значении законов сохранения

Законы сохранения импульса и энергии, с которыми мы ознакомились в последних двух главах, имеют не только глубокий физический, но и философский смысл. Они означают, что движение материи не может быть ни уничтожено, ни создано вновь.

В самом деле, когда движущееся тело останавливается, то можно как будто бы сказать, что его движение исчезло. Когда покоящееся тело начинает двигаться, то все выглядит так, как будто бы возникло новое движение, которого прежде не было. Но законы сохранения импульса и энергии показывают, что это не так. Ведь если движущееся тело остановилось, то это произошло не без причины. Остановка вызвана действием какого-то другого тела, действием какой-то силы. Если это сила трения, то это значит, что вместо исчезнувшего механического движения появилось другое движение — движение частиц внутри тела. Если причина остановки — сила тяжести или сила упругости, то вместо одного механического движения появляется другое механическое движение — движение другого тела, которому остановившееся тело передало свой импульс и энергию, или движение того же тела в противоположном направлении.

Таким образом, движение может менять свою форму, оно может передаваться от одного тела к другому, но при всех таких изменениях выполняются законы сохранения импульса и энергии. Не может быть явления, процесса в природе, в котором такие характеристики движения, как энергия и импульс, возникли бы или исчезли без всякой компенсации. Это и означает, что *сохраняется движение материи.*

Мы видели, что законы сохранения импульса и энергии позволяют решать задачи механики, когда почему-либо неизвестны силы, действующие на тела. Но значение законов сохранения этим не ограничивается. Законы сохранения импульса и энергии, насколько сейчас известно, абсолютно точны. Этого нельзя, например, сказать о втором и третьем законах Ньютона. Известно, что, если частицы движутся со скоростями, близкими к скорости света, законы Ньютона выглядят иначе. Законы Ньютона в этом смысле являются приближенными. Законы же сохранения импульса и энергии не имеют исключений. Если кто-нибудь заявит об открытии им явления или процесса, при котором законы сохранения не соблюдаются, то можно смело утверждать, что это ошибка.

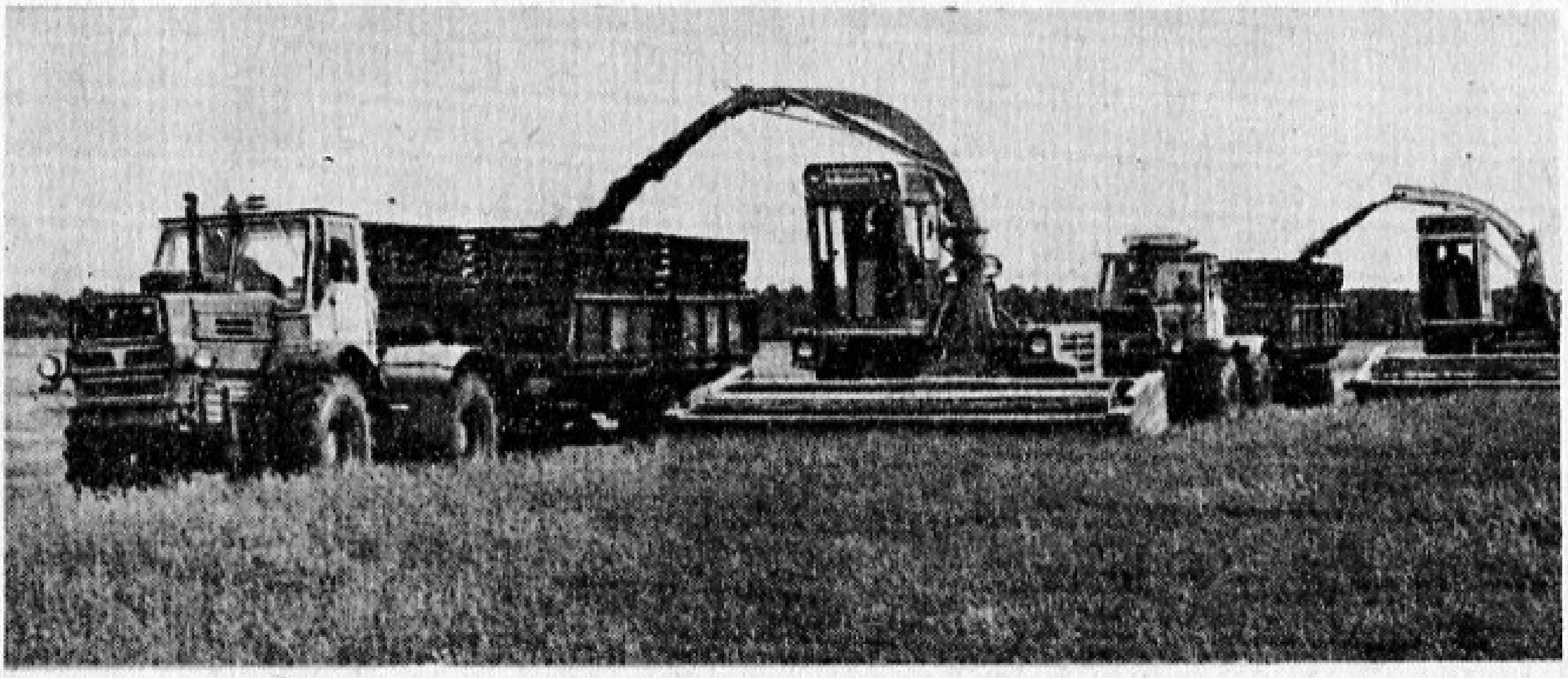
Законы сохранения служат путеводной звездой при рассмотрении любых вопросов, связанных с изучением природы. Это своего рода первичный контроль за правильностью любого утверждения. Законами сохранения мы будем часто пользоваться во всех разделах курса физики.

Механика — это обширная наука, представляющая один из важнейших разделов еще более обширной науки — физики. Мы изучили только ее элементы. Многие разделы механики, например вращательное движение твердых тел или колебательное движение, остались вне нашего рассмотрения. Некоторые проблемы механики вообще не решены. Тем не менее изученный нами курс дает возможность обрисовать характерные черты этой науки, вернее той ее части, которая называется классической механикой или механикой Ньютона, потому что в основе ее лежат законы Ньютона. Мы видели, что эти законы выражены в виде математических соотношений между рядом величин (импульсом, ускорением, массой, силой и др.). Возникает вопрос: в какой мере законы Ньютона точны?

Границы применимости механики Ньютона. До конца прошлого столетия никто не сомневался в абсолютной правильности этих законов. Однако в XX в. выяснилось, что законы Ньютона все-таки не абсолютно точны. Ими нельзя пользоваться, когда тела движутся с очень большими скоростями, которые сравнимы со скоростью света. А. Эйнштейн, которого называют Ньютоном XX в., сумел сформулировать более общие законы движения, справедливые и для движений со скоростями, близкими к скорости света. Эти законы лежат в основе так называемой релятивистской механики или механики теории относительности. А законы Ньютона представляют собой следствие этих законов, когда скорости тел малы по сравнению со скоростью света.

Законы Ньютона «отказывают» и при рассмотрении движения внутриатомных частиц. Для таких движений сущест-

Уборку зеленой массы на силос ведут самоходные кормозаготовительные комбайны «Ярославец».

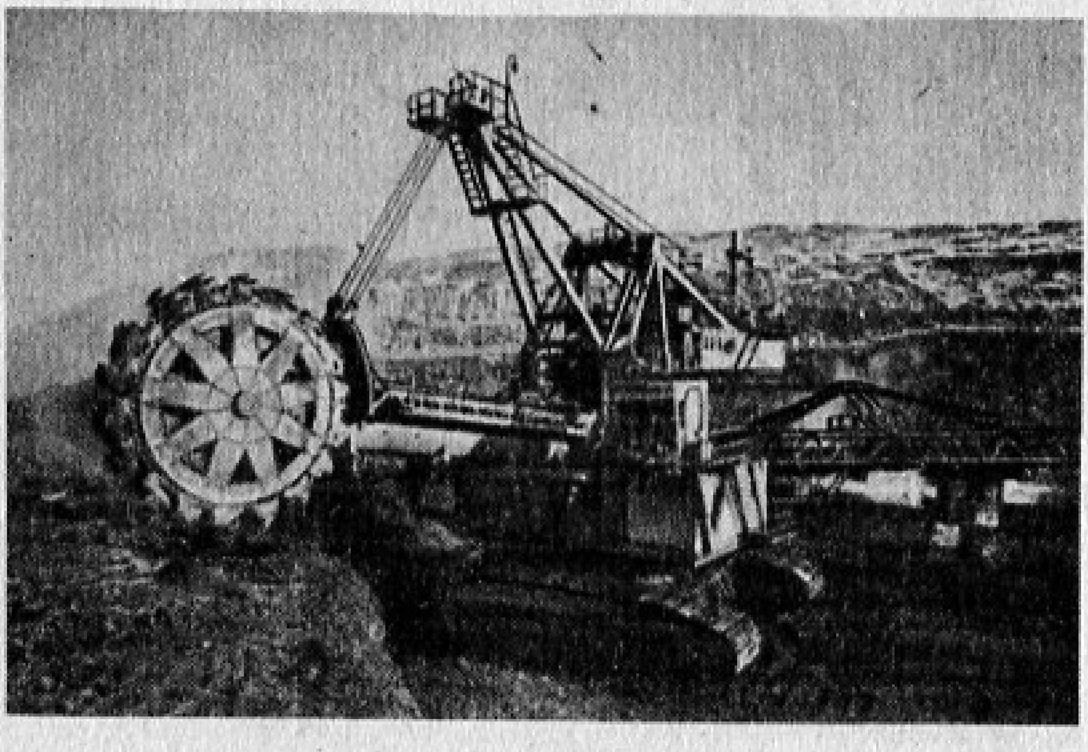


вует свой «свод» законов, который называется квантовой механикой и из которого классическая механика тоже получается как частный случай. Замечательно, что законы сохранения импульса и энергии, выведенные из законов Ньютона, справедливы и в квантовой механике, и в теории относительности.

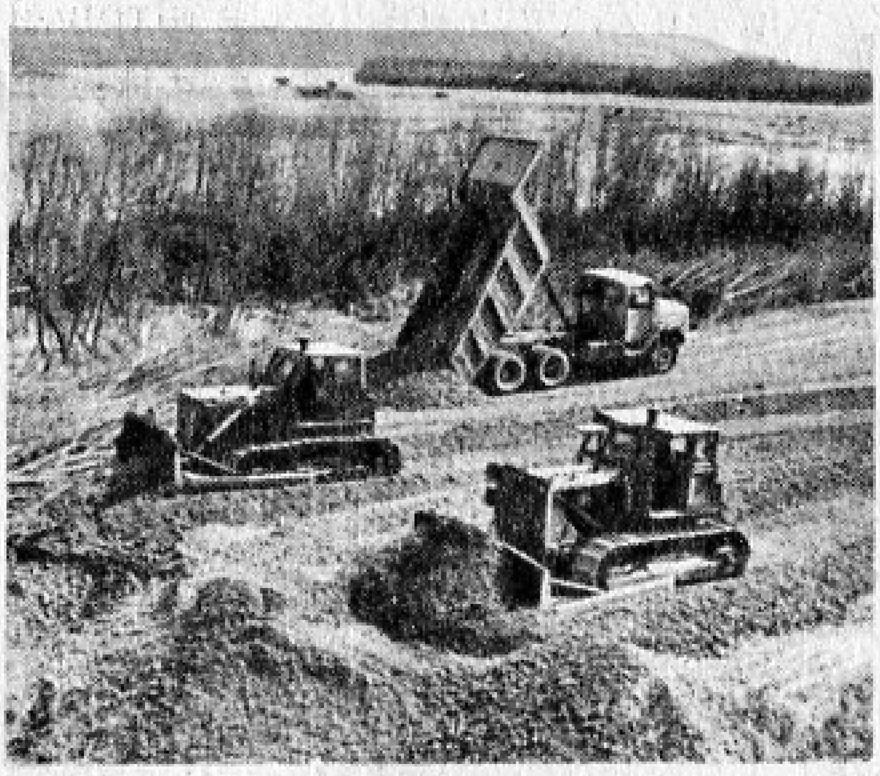
Мы видим, что механика лежит в основе всего естествознания. Мы изучили небольшую часть только классической механики. Но этой частью нам придется пользоваться на протяжении всего курса физики.

Механика и механизация производства. Законы Ньютона были установлены в период, когда люди начали использовать различные машины и аппараты, заменявшие ручной труд. И по сей день продолжается процесс вытеснения тяжелого ручного труда соответствующими механизмами. Особенно широкий размах этот процесс, называемый механизацией труда, получил в Советском Союзе, где забота о благе людей — главная задача государственной власти. Механизация прочно вошла в нашу жизнь. Многие забыли, а школьники и не знают, например, что несколько десятков лет тому назад при строительстве зданий кирпичи и другие ма-

Проходка выемки под полотно железной дороги выполняется ковшовыми экскаваторами.



Добыча угля ведется с помощью высокопроизводительных роторных экскаваторов.



Земляные работы производятся с помощью бульдозеров.

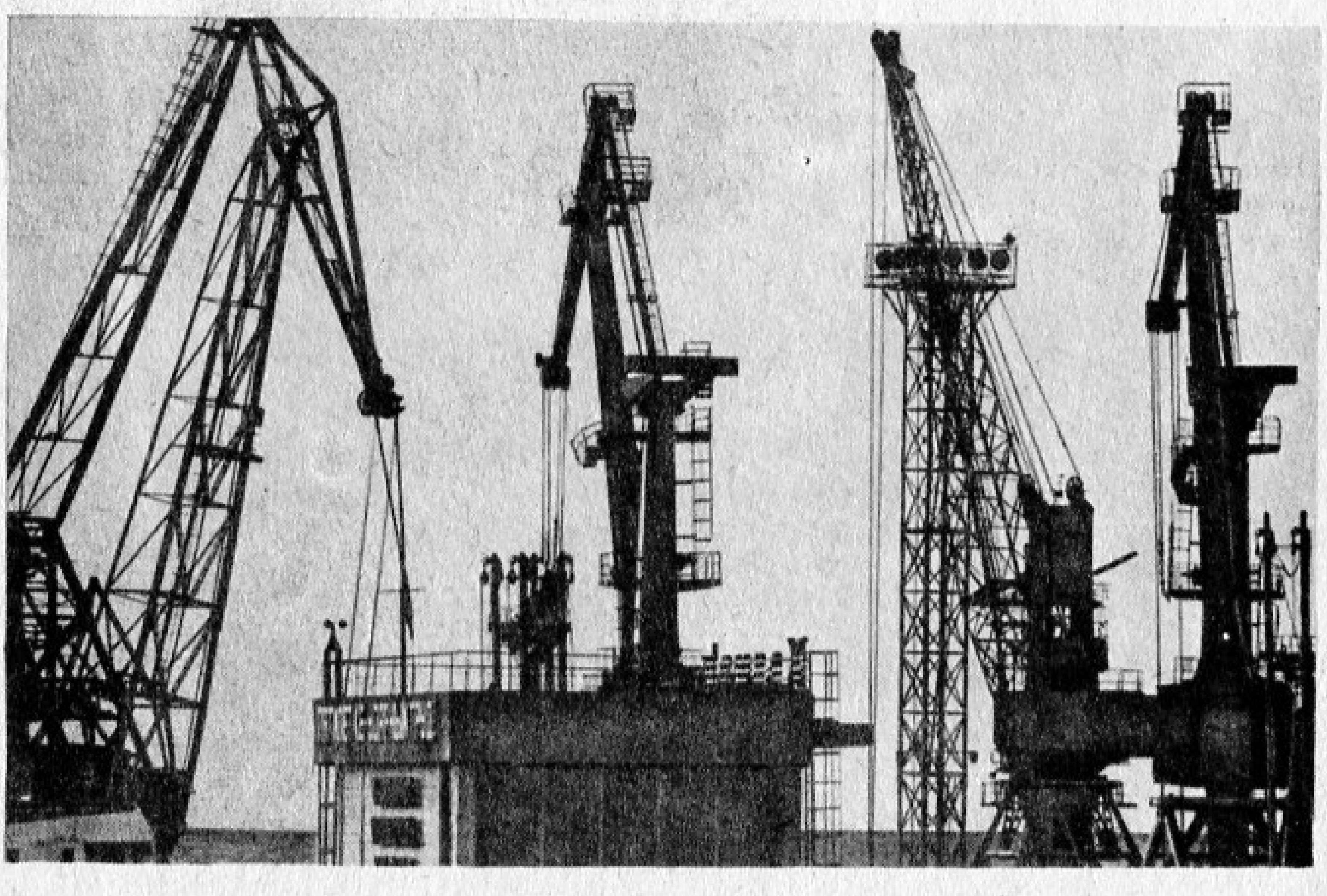
териалы рабочие таскали на себе, поднимаясь по строительным лесам. Теперь эту работу выполняют подъемные краны, устанавливаемые у каждого строящегося здания.

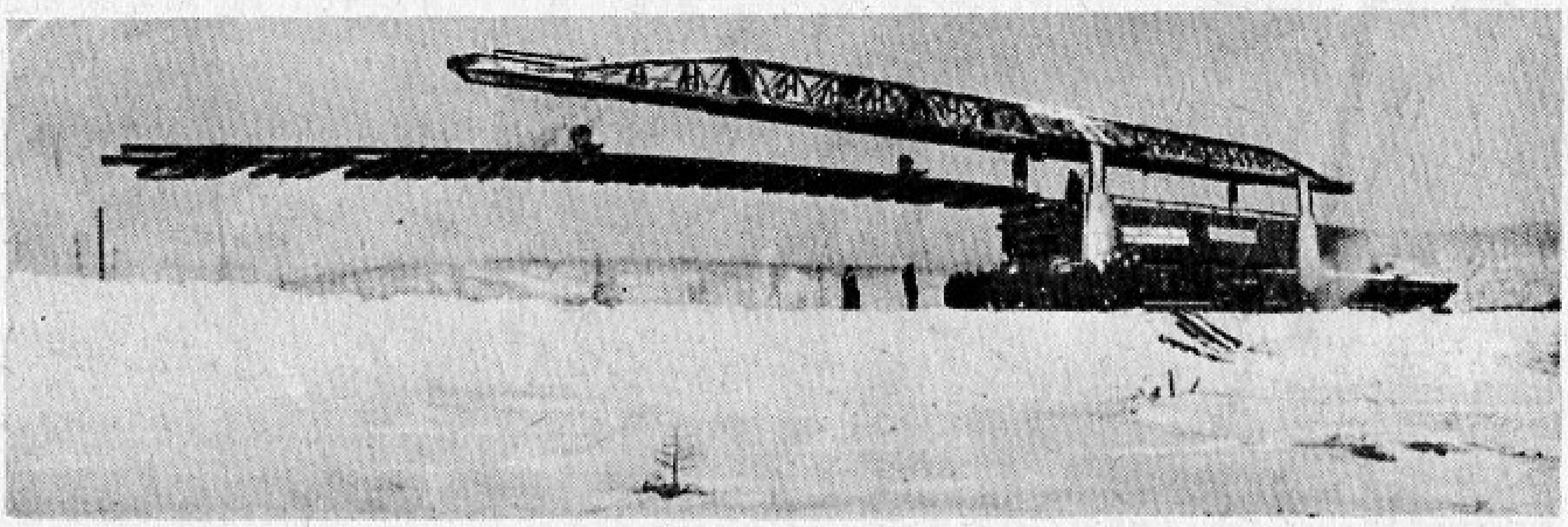
Об изнурительной работе бурлаков мы знаем только из картины «Бурлаки на Волге» — шедевра великого Репина. Эта профессия исчезла. Практически исчезли профессии грузчиков, кочегаров, каталей и др., тяжелый труд которых теперь выполняют соответствующие механические машины.

С условиями изнурительного труда рабочих — строителей железных дорог мы знакомимся по знаменитой поэме Н. А. Некрасова «Железная дорога». В наше время на строительстве железных дорог применяются разнообразные машины: экскаваторы, бульдозеры, путеукладчики и др.

Особое значение приобрели многочисленные сельскохозяйственные машины, преобразившие одну из важнейших об-

Портальные краны — первые помощники современных грузчиков.





Укладка рельсов на земляное полотно строящейся железной дороги производится путеукладчиком.

ластей народного хозяйства — земледелие. Целая отрасль промышленности занимается выпуском этих машин.

И в самой машиностроительной промышленности на наших глазах происходит техническая революция. Работы, ранее выполнявшиеся многими квалифицированнными рабочими, сейчас производятся на автоматических станках почти без участия людей.

Все многочисленные машины — от самых простых до чрезвычайно сложных — рассчитываются по законам Ньютона, и правильная эксплуатация их также требует знания этих законов. И не было случая, чтобы законы Ньютона давали «осечку». В этом огромное практическое значение этих законов.

Лабораторные работы[1]

1. Определение ускорения тела при равноускоренном движении

Цель работы: вычислить ускорение, с которым скатывается шарик по наклонному желобу. Для этого измеряют длину перемещения $\vec{s}$ шарика за известное время t. Так как при равноускоренном движении без начальной скорости $s=\frac{at^2}{2}$, то, измерив s и t, можно найти ускорение шарика. Оно равно:

$$a=\frac{2s}{t^2}.$$

Никакие измерения не делаются абсолютно точно. Они всегда производятся с некоторой погрешностью, связанной с несовершенством средств измерения и другими причинами. Но и при наличии погрешностей имеется несколько способов проведения достоверных измерений. Наиболее простой из них — вычисление среднего арифметического из результатов нескольких независимых измерений одной и той же величины, если условия опыта не изменяются. Это и предлагается сделать в работе.

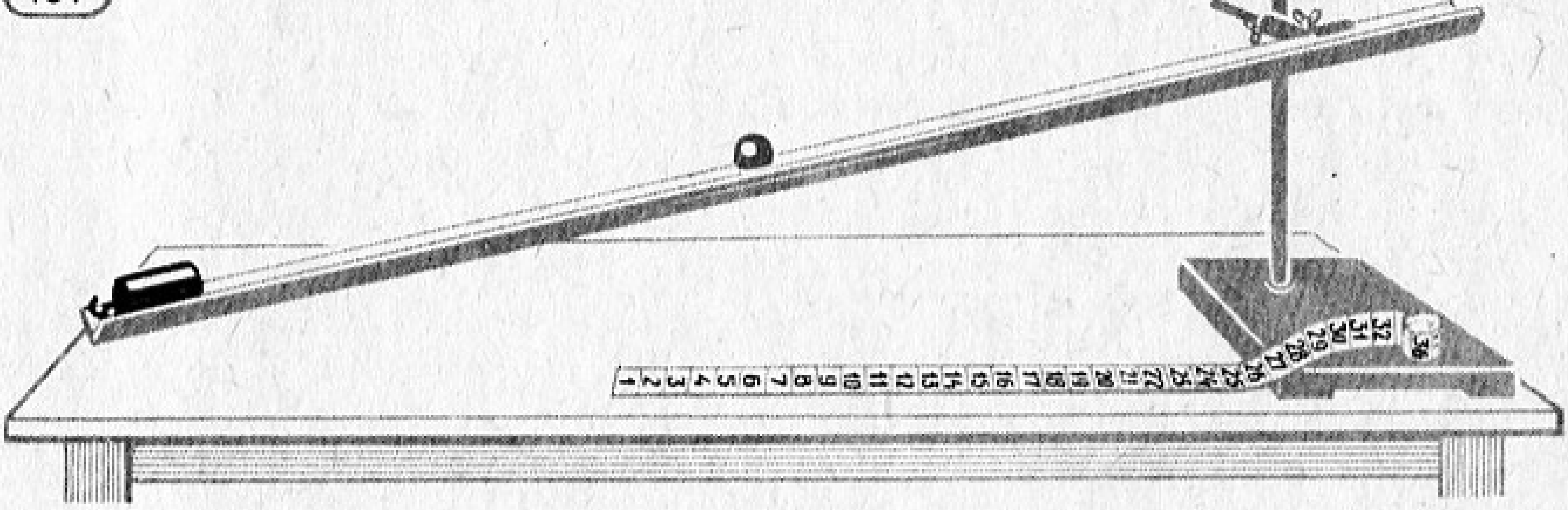
Средства измерения: 1) измерительная лента; метроном.

Материалы: 1) желоб; 2) шарик; 3) штатив с муфтами и лапкой; 4) металлический цилиндр.

Порядок выполнения работы

1. Укрепить желоб с помощью штатива в наклонном положении под небольшим углом к горизонту (рис. 197). У нижнего конца желоба положить в него металлический цилиндр.

197



2. Пустив шарик (одновременно с ударом метронома) с верхнего конца желоба, подсчитать число ударов метронома до столкновения шарика с цилиндром. Опыт удобно проводить при 120 ударах метронома в минуту.

3. Меняя угол наклона желоба к горизонту и производя небольшие передвижения металлического цилиндра, добиться того, чтобы между моментом

[1] В составлении инструкций к лабораторным работам принимали участие Ю. И. Дик и Г. Г. Никифоров.

пуска шарика и моментом его столкновения с цилиндром было 4 удара метронома (3 промежутка между ударами).

4. Вычислить время движения шарика.

5. С помощью измерительной ленты определить длину перемещения $\vec{s}$ шарика. Не меняя наклона желоба (условия опыта должны оставаться неизменными), повторить опыт пять раз, добиваясь снова совпадения четвертого удара метронома с ударом шарика о металлический цилиндр (цилиндр для этого можно немного передвигать).

6. По формуле $s_{ср}=\dfrac{s_1+s_2+s_3+s_4+s_5}{5}$ найти среднее значение модуля перемещения, а затем рассчитать среднее значение модуля ускорения: $a_{ср}=\dfrac{2s_{ср}}{t^2}$.

7. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу:

Номер опыта	s, м	$s_{ср}$, м	Число ударов метронома	t, с	$a_{ср}$, м/с^2

2. Измерение жесткости пружины

Цель работы: найти жесткость пружины из измерений удлинения пружины при различных значениях силы тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, уравновешивающей силу упругости $\vec{F}_{упр}$, на основе закона Гука: $k=\dfrac{F_{упр}}{|x|}$. В каждом из опытов жесткость определяется при разных значениях силы упругости и удлинения, т. е. условия опыта меняются. Поэтому для нахождения среднего значения жесткости нельзя вычислять среднее арифметическое результатов нескольких измерений. Воспользуемся графическим способом нахождения среднего значения, который может быть применен в таких случаях. По результатам нескольких опытов построим график зависимости модуля силы упругости $F_{упр}$ от модуля удлинения $|x|$. При построении графика по результатам опыта экспериментальные точки могут не оказаться на одной прямой, которая соответствует формуле $F_{упр}=k|x|$. Это связано с погрешностями измерения. В этом случае график надо проводить так, чтобы примерно одинаковое число точек оказалось по разную сторону от прямой. После построения графика берут точку на прямой (в средней части графика), определяют по нему соответствующие этой точке значения силы упругости и удлинения и вычисляют жесткость k. Она и будет искомым средним значением жесткости пружины $k_{ср}$.

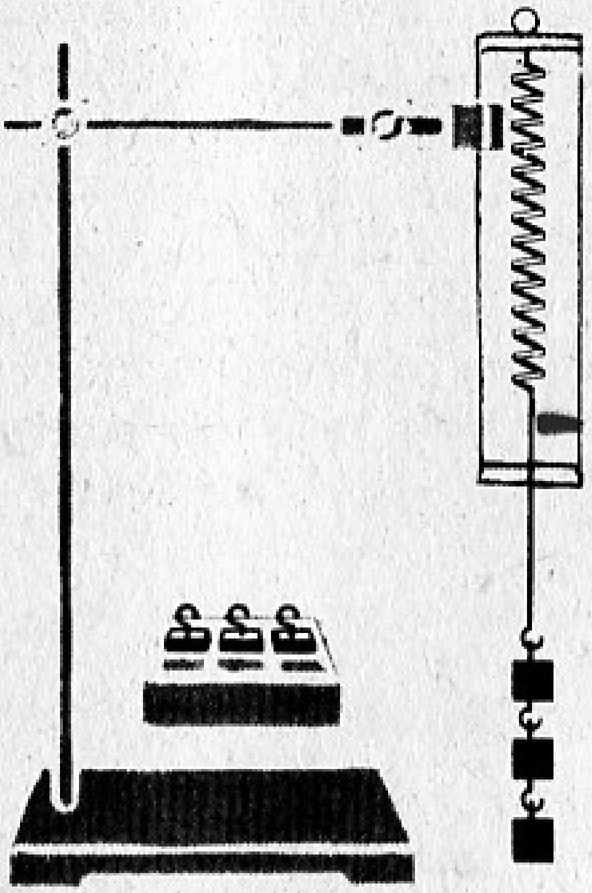
Результат измерения обычно записывается в виде выражения $k=k_{ср}\pm\Delta k$, где Δk — наибольшая абсолютная погрешность измерения. Из курса алгебры (VII класс) известно, что относительная погрешность (ε_k) равна отношению абсолютной погрешности Δk к значению величины k: $\varepsilon_k=\dfrac{\Delta k}{k}$, откуда $\Delta k=$

$=\varepsilon_k k$. Существует правило для расчета относительной погрешности: если определяемая в опыте величина находится в результате умножения и деления приближенных величин, входящих в расчетную формулу, то относительные погрешности складываются. В данной работе $k=\frac{mg}{|x|}$. Поэтому $\varepsilon_k=\varepsilon_m+\varepsilon_g+$ $+\varepsilon_x$. (1)

Средства измерения: 1) набор грузов, масса каждого равна $m_0=0{,}100$ кг, а погрешность $\Delta m_0=0{,}002$ кг; 2) линейка с миллиметровыми делениями.

Материалы: 1) штатив с муфтами и лапкой; 2) спиральная пружина.

198



Порядок выполнения работы

1. Закрепить на штативе конец спиральной пружины (другой конец пружины снабжен стрелкой-указателем и крючком — рис. 198).

2. Рядом с пружиной или за ней установить и закрепить линейку с миллиметровыми делениями.

3. Отметить и записать то деление линейки, против которого приходится стрелка-указатель пружины.

4. Подвесить к пружине груз известной массы и измерить вызванное им удлинение пружины.

5. К первому грузу добавлять второй, третий и т. д. грузы, записывая каждый раз удлинение $|x|$ пружины. По результатам измерений заполнить таблицу:

Номер опыта	m, кг	mg[1], Н	$\|x\|$, м

6. По результатам измерений построить график зависимости силы упругости от удлинения и, пользуясь им, определить среднее значение жесткости пружины $k_{ср}$.

7. Рассчитать наибольшую относительную погрешность, с которой найдено значение $k_{ср}$ (из опыта с одним грузом). В формуле (1)

$$\varepsilon_m=\frac{\Delta m}{m}=\frac{0{,}002\ \text{кг}}{0{,}100\ \text{кг}}=0{,}02;\quad \varepsilon_g=\frac{\Delta g}{g}=\frac{0{,}02\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}=0{,}002;$$ так как погрешность при измерении удлинения $\Delta x=1$ мм, то

$$\varepsilon_x=\frac{\Delta x}{x}=\frac{1\ \text{мм}}{25\ \text{мм}}=0{,}04.$$

---

[1] Принять $g\approx 10$ м/с^2.

8. Найти $\Delta k = \varepsilon_k k_{ср}$ и записать ответ в виде:

$k = k_{ср} \pm \Delta k$.

3. Определение коэффициента трения скольжения

Цель работы: определить коэффициент трения деревянного бруска, скользящего по деревянной линейке, используя формулу $F_{тр} = \mu P$. С помощью динамометра измеряют силу, с которой нужно тянуть брусок с грузами по горизонтальной поверхности так, чтобы он двигался равномерно. Эта сила равна по модулю силе трения $\vec{F}_{тр}$, действующей на брусок. С помощью того же динамометра можно найти вес бруска с грузом. Этот вес по модулю равен силе нормального давления $\vec{N}$ бруска на поверхность, по которой он скользит. Определив таким образом значения силы трения при различных значениях силы нормального давления, необходимо построить график зависимости $F_{тр}$ от P и найти среднее значение коэффициента трения (см. работу № 2).

Основным измерительным прибором в этой работе является динамометр. Динамометр имеет погрешность $\Delta_д = 0{,}05$ Н. Она и равна погрешности измерения, если указатель совпадает со штрихом шкалы. Если же указатель в процессе измерения не совпадает со штрихом шкалы (или колеблется), то погрешность измерения силы равна $\Delta F = 0{,}1$ Н.

Средства измерения: динамометр.

Материалы: 1) деревянный брусок; 2) деревянная линейка; 3) набор грузов.

Порядок выполнения работы

1. Положить брусок на горизонтально расположенную деревянную линейку. На брусок поставить груз.

2. Прикрепив к бруску динамометр, как можно более равномерно тянуть его вдоль линейки. Заметить при этом показание динамометра.

3. Взвесить брусок и груз.

4. К первому грузу добавлять второй, третий грузы, каждый раз взвешивая брусок и грузы и измеряя силу трения.

По результатам измерений заполнить таблицу:

Номер опыта	P, Н	ΔP, Н	$F_{тр}$, Н	$\Delta F_{тр}$, Н

5. По результатам измерений построить график зависимости силы трения от силы давления и, пользуясь им, определить среднее значение коэффициента трения $\mu_{ср}$ (см. работу № 2).

6. Рассчитать максимальную относительную погрешность измерения коэффи-

циента трения. Так как $\mu=\frac{F_{тр}}{P}$, то $\varepsilon_\mu=\varepsilon_{F_{тр}}+\varepsilon_P=\frac{\Delta F_{тр}}{F_{тр}}+\frac{\Delta P}{P}$ (1) (см. формулу 1 работы № 2).

Из формулы (1) следует, что с наибольшей погрешностью измерен коэффициент трения в опыте с одним грузом (так как в этом случае знаменатели имеют наименьшее значение).

7. Найти абсолютную погрешность $\Delta\mu=\varepsilon_\mu\mu_{ср}$ и записать ответ в виде: $\mu=\mu|_{ср}\pm\Delta\mu$.

4. Изучение движения тела по параболе

Цель работы: измерить начальную скорость, сообщенную телу в горизонтальном направлении при его движении под действием силы тяжести.

Если шарик брошен горизонтально, то он движется по параболе. За начало координат примем начальное положение шарика. Направим ось X горизонтально, а ось Y — вертикально вниз. Тогда в любой момент времени t $x=v_0t$, а $y=\frac{gt^2}{2}$. Дальность полета l — это значение координаты x, которое она будет иметь, если вместо t подставить время падения тела с высоты h. Поэтому можно записать: $l=v_0t$; $h=\frac{gt^2}{2}$. Отсюда легко найти время падения t и начальную скорость v_0:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ и } v_0=\frac{l}{t} \text{ или } v_0=l\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Если несколько раз пускать шарик в неизменных условиях опыта (рис. 199), то значения дальности полета будут иметь некоторый разброс из-за влияния различных причин, которые невозможно учесть. В таких случаях за значение измеряемой величины принимается среднее арифметическое результатов, полученных в нескольких опытах.

Средства измерения: линейка с миллиметровыми делениями.

Материалы: 1) штатив с муфтой и лапкой; 2) лоток для пуска шарика; 3) фанерная доска; 4) шарик; 5) бумага; 6) кнопки; 7) копировальная бумага.

Порядок выполнения работы

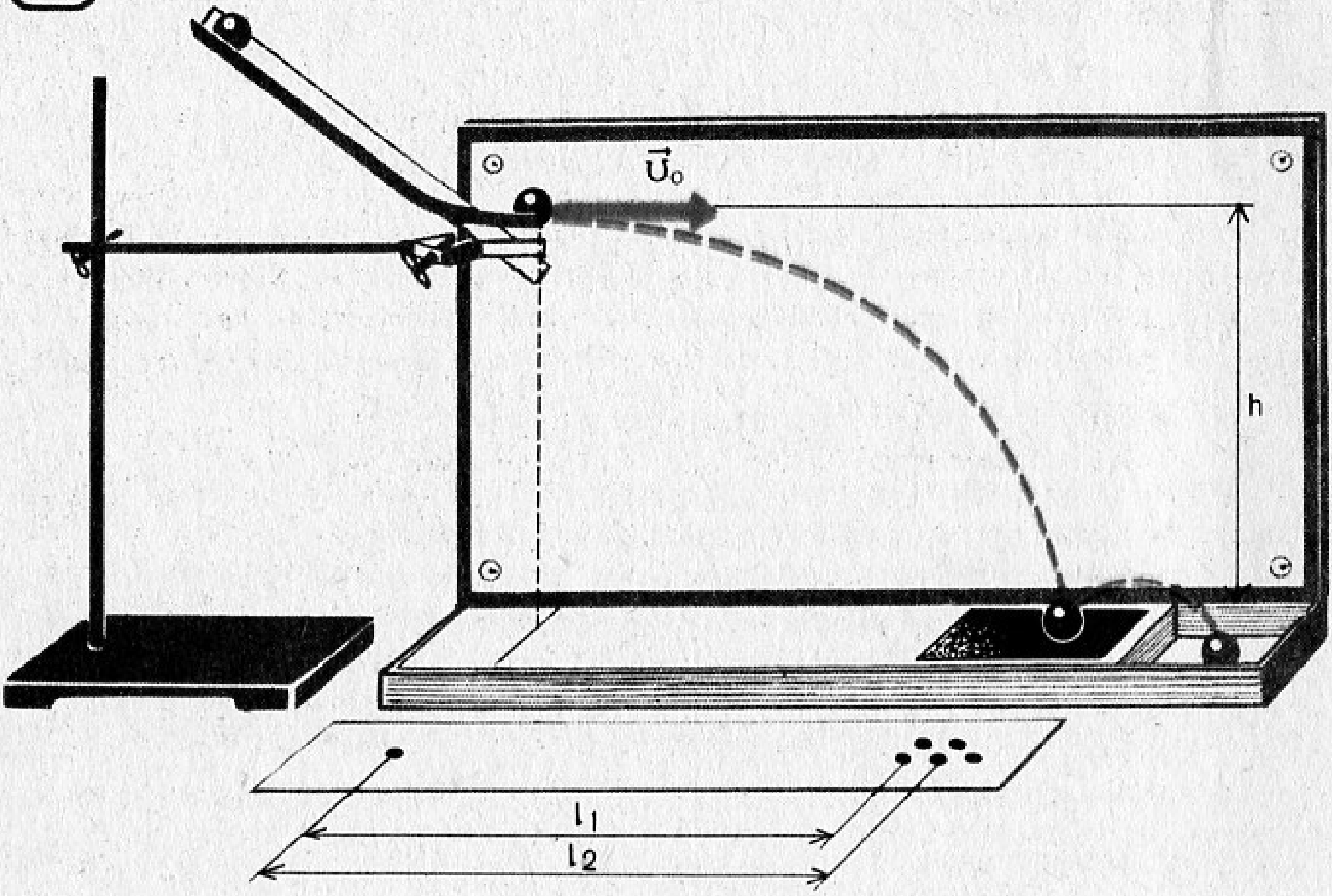
1. С помощью штатива укрепить фанерную доску вертикально. При этом той же лапкой зажать выступ лотка. Загнутый конец лотка должен быть горизонтальным (см. рис. 199).

2. Прикрепить к фанере кнопками лист бумаги шириной не менее 20 см и у основания установки на полоску белой бумаги положить копировальную бумагу.

3. Повторить опыт пять раз, пуская шарик из одного и того же места лотка, убрать копировальную бумагу.

4. Измерить высоту h и дальность полета l. Результаты измерения занести в таблицу.

199



Номер опыта	h, м	l, м	$l_{ср}$, м	$v_{0_{ср}}$, м/с

5. Рассчитать среднее значение начальной скорости по формуле $v_{0_{ср}} = l_{ср}\sqrt{\frac{g}{2h}}$. (1)

6. Пользуясь формулами $x = v_{0_{ср}}t$ и $y = \frac{gt^2}{2}$, найти координату x тела (координата y уже подсчитана) через каждые 0,05 с и построить траекторию движения на листе бумаги, прикрепленном к фанерной доске:

t, с	0	0,05	0,10	0,15	0,2
x, м	0				
y, м	0	0,012	0,049	0,110	0,190

7. Пустить шарик по желобу и убедиться в том, что его траектория близка к построенной параболе.

5. Изучение движения тела по окружности

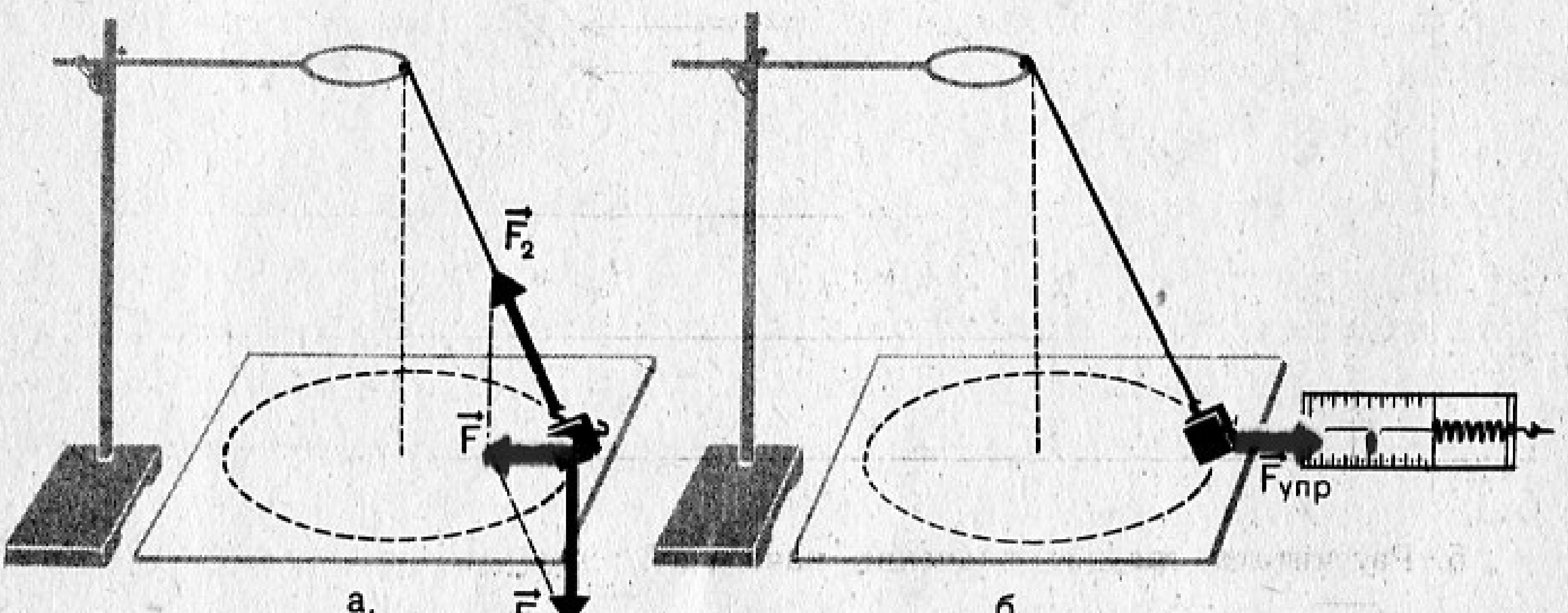
Цель работы: убедиться в том, что при движении тела по окружности под действием нескольких сил их равнодействующая равна произведению массы тела на ускорение: $\vec{F}=m\vec{a}$. Для этого используется конический маятник (рис. 200, *а*). На прикрепленное к нити тело (им в работе является груз из набора по механике) действует сила тяжести $\vec{F}_1$ и сила упругости $\vec{F}_2$. Их равнодействующая равна $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$.

Сила $\vec{F}$ и сообщает грузу центростремительное ускорение

$$a=\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

(r — радиус окружности, по которой движется груз, T — период его обращения).

200



Для нахождения периода удобно измерить время t определенного числа N оборотов. Тогда $T=\frac{t}{N}$ и $a=\frac{4\pi^2 N^2}{t^2}r$. (1) Модуль равнодействующей $\vec{F}$ сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ можно измерить, скомпенсировав ее силой упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины динамометра так, как это показано на рисунке (200, *б*).

Согласно второму закону Ньютона $\frac{F}{ma}=1$. При подстановке в это равенство полученных в опыте значений $F_{упр}$, m и a может оказаться, что левая часть этого равенства отличается от единицы. Это и позволяет оценить погрешность эксперимента.

Средства измерения: 1) линейка с миллиметровыми делениями; 2) часы с секундной стрелкой; 3) динамометр.

Материалы: 1) штатив с муфтой и кольцом; 2) прочная нить; 3) лист бумаги с начерченной окружностью радиусом 15 см; 4) груз из набора по механике.

Порядок выполнения работы

1. Нить длиной около 45 см привязать к грузу и подвесить к кольцу штатива.

2. Одному из учащихся взяться двумя пальцами за нить у точки подвеса и привести во вращение маятник.

3. Второму учащемуся измерить лентой радиус r окружности, по которой движется груз. (Окружность можно начертить заранее на бумаге и по этой окружности привести в движение маятник.)

4. Определить период T обращения маятника при помощи часов с секундной стрелкой.

Для этого учащийся, вращающий маятник, в такт с его оборотами произносит вслух: нуль, нуль и т. д. Второй учащийся с часами в руках, уловив по секундной стрелке удобный момент для начала отсчета, произносит: «нуль», после чего первый вслух считает число оборотов. Отсчитав 30—40 оборотов (N), фиксирует промежуток времени t. Опыты повторяют пять раз.

5. Рассчитать среднее значение ускорения по формуле (1), учитывая, что с относительной погрешностью не более 0,015 можно считать $\pi^2=10$.

6. Измерить модуль равнодействующей $\vec{F}$, уравновесив ее силой упругости пружины динамометра (см. рис. 200, *б*).

7. Результаты измерений занести в таблицу:

Номер опыта	t, с	$t_{ср}$, с	N	m, кг	r, м	a, м/с^2	$F_{упр}$, Н

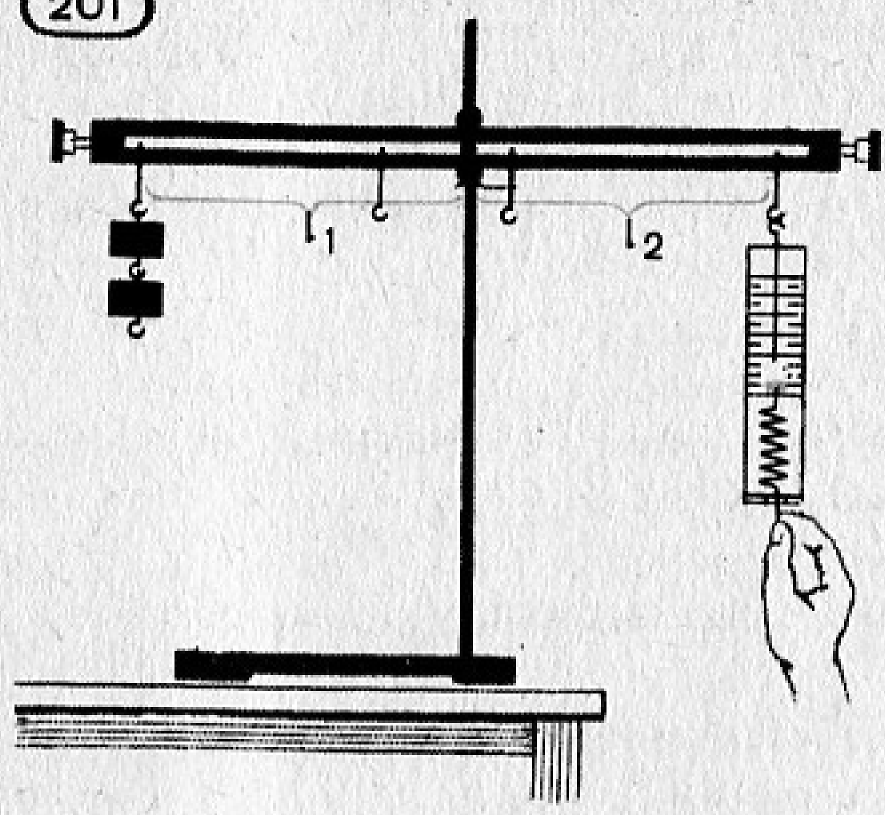
8. Сравнить отношение $\frac{F_{упр}}{ma}$ с единицей и сделать вывод о погрешности экспериментальной проверки того, что центростремительное ускорение сообщает телу векторная сумма действующих на него сил.

6. Выяснение условия равновесия рычага

Цель работы: установить соотношение между моментами сил, приложенных к плечам рычага при его равновесии. Для этого к одному из плеч рычага подвешивают один или несколько грузов, а к другому прикрепляют динамометр (рис. 201). С помощью этого динамометра измеряют модуль силы $\vec{F}$, которую необходимо приложить для того, чтобы рычаг находился в равновесии. Затем с помощью того же динамометра измеряют модуль веса грузов $\vec{P}$. Длины плеч рычага измеряют с помощью линейки. После этого определяют абсолютные значения моментов M_1 и M_2 сил $\vec{P}$ и $\vec{F}$:

$M_1=Pl_1$ и $M_2=Fl_2$.

201



Вывод о погрешности экспериментальной проверки правила моментов можно сделать, сравнив с единицей отношение $\frac{M_1}{M_2}$.

Средства измерения: 1) линейка; 2) динамометр.

Материалы: 1) штатив с муфтой; 2) рычаг; 3) набор грузов.

Порядок выполнения работы

1. Установить рычаг на штативе и уравновесить его в горизонтальном положении с помощью расположенных на его концах передвижных гаек.
2. Подвесить в некоторой точке одного из плеч рычага груз.
3. Прикрепить к другому плечу рычага динамометр и определить силу, которую необходимо приложить к рычагу, для того чтобы он находился в равновесии.
4. Измерить с помощью линейки длины плеч рычага.
5. С помощью динамометра определить вес груза $\vec{P}$.
6. Найти абсолютные значения моментов сил $\vec{P}$ и $\vec{F}$.
7. Найденные величины занести в таблицу:

l_1, м	l_2, м	P, Н	F, Н	$M_1 = Pl_1$, Н·м	$M_2 = Fl_2$, Н·м

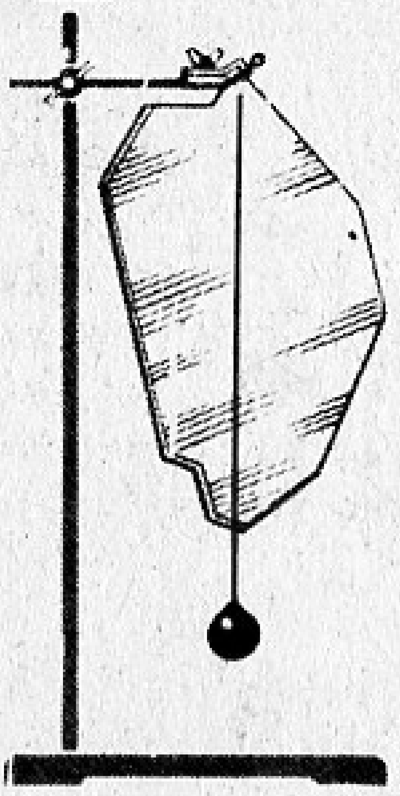
8. Сравнить отношение $\frac{M_1}{M_2}$ с единицей и сделать вывод о погрешности экспериментальной проверки правила моментов.

7. Определение центра тяжести плоской пластины

Цель работы: найти точку, служащую центром тяжести пластины. Если плоскую пластину подвесить в какой-либо точке, она расположится так, что вертикальная прямая, проведенная через точку подвеса (рис. 202), пройдет через центр тяжести пластины. Это позволяет находить центр тяжести плоских пластин опытным путем. Для этого нужно, подвесив пластину в какой-либо точке, прочертить на ней вертикальную прямую, проходящую через точку подвеса. Затем проделать те же операции, подвесив пластину в другой точке. Точка пересечения проведенных прямых даст положение центра тяжести пластины.

Для того чтобы убедиться в этом, пластину можно подвесить в третьей

202



точке. Вертикальная прямая, проходящая через точку подвеса, должна пройти через точку пересечения двух первых прямых.

Можно также уравновесить пластину на острие булавки. Пластина будет находиться в равновесии, если точка опоры совпадает с центром тяжести.

Материалы: 1) линейка; 2) плоская пластина произвольной формы; 3) отвес; 4) булавка; 5) штатив с лапкой и муфтой; 6) пробка.

Порядок выполнения работы

1. Зажать в лапке штатива пробку в горизонтальном положении.

2. С помощью булавки, которая вкалывается в пробку, подвесить пластину и отвес.

3. Остро отточенным карандашом отметить линию отвеса на нижнем и верхнем краях пластины.

4. Сняв пластину, провести на ней линию, соединяющую отмеченные точки.

5. Повторить опыт, подвесив пластину в другой точке.

6. Убедиться в том, что точка пересечения проведенных прямых является центром тяжести пластины.

8. Опытное изучение закона сохранения механической энергии

Цель работы: сравнить две величины — уменьшение потенциальной энергии прикрепленного к пружине тела при его падении и увеличение потенциальной энергии растянутой пружины.

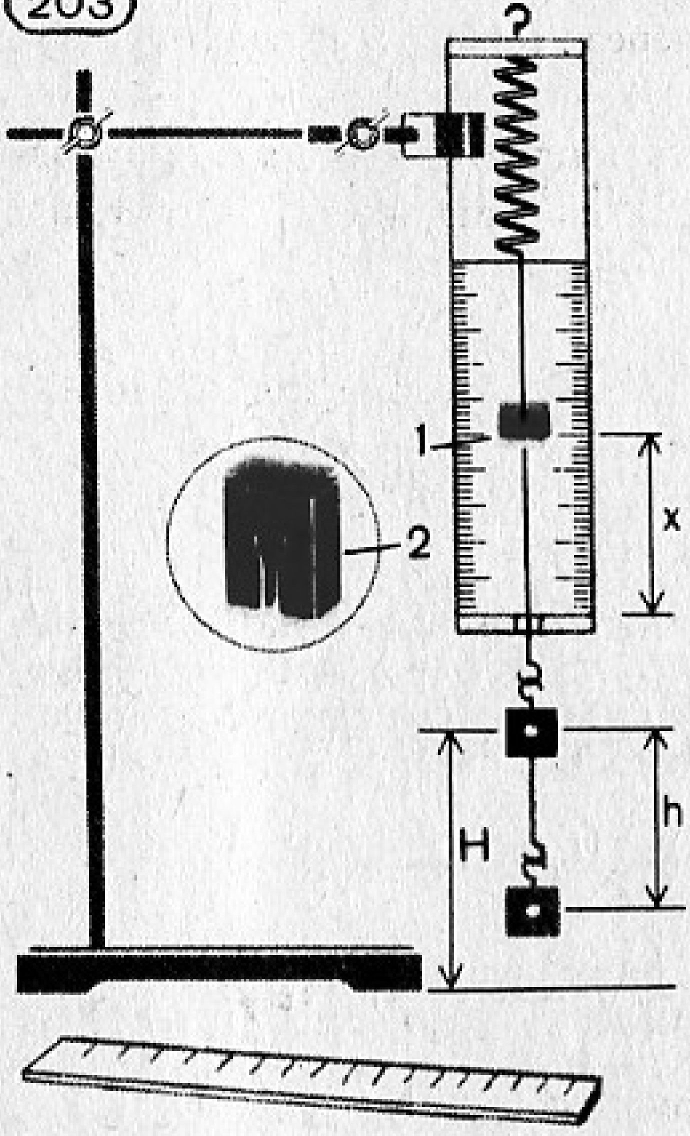
Средства измерения: 1) динамометр, жесткость пружины которого равна 40 Н/м; 2) линейка измерительная; 3) груз из набора по механике; масса груза равна $(0{,}100 \pm 0{,}002)$ кг.

Материалы: 1) фиксатор; 2) штатив с муфтой и лапкой.

Для работы используется установка, показанная на рисунке 203. Она представляет собой укрепленный на штативе динамометр с фиксатором *1*. Пружина динамометра заканчивается проволочным стержнем с крючком. Фиксатор (в увеличенном масштабе он показан отдельно — помечен цифрой *2*) — это легкая пластинка из пробки (размером $5 \times 7 \times 1{,}5$ мм), прорезанная ножом до ее центра. Ее насаживают на проволочный стержень динамометра. Фиксатор должен перемещаться вдоль стержня с небольшим трением, но трение все же должно быть достаточным, чтобы фиксатор сам по себе не падал вниз. В этом нужно убедиться перед началом работы. Для этого фиксатор устанавливают у нижнего края шкалы на ограничительной скобе. Затем пружину растягивают и отпускают.

Фиксатор вместе с проволочным стержнем должен подняться вверх,

203



отмечая этим максимальное удлинение пружины, равное расстоянию от упора до фиксатора.

Если поднять груз, висящий на крючке динамометра, так, чтобы пружина не была растянута, то потенциальная энергия груза по отношению, например, к поверхности стола равна mgH. При падении груза (опускание на расстояние $x=h$) потенциальная энергия груза уменьшится на $E_1=mgh$, а энергия пружины при ее деформации увеличится на $E_2=\frac{kx^2}{2}$.

Порядок выполнения работы

1. Груз из набора по механике прочно укрепить на крючке динамометра.
2. Поднять груз рукой, разгружая пружину, и установить фиксатор внизу у скобы.
3. Отпустить груз. Падая, груз растянет пружину. Снять груз и по положению фиксатора измерить линейкой максимальное удлинение x пружины.
4. Повторить опыт пять раз.
5. Подсчитать $E_{1\,\text{ср}}=mgh_{\text{ср}}$ и $E_{2\,\text{ср}}=\frac{kx^2_{\text{ср}}}{2}$.
6. Результаты занести в таблицу:

Номер опыта	$x_{\max}$, м	$x_{\text{ср}}=h_{\text{ср}}$	$E_{1\,\text{ср}}$, Дж	$E_{2\text{ср}}$, Дж	$\frac{E_{1\,\text{ср}}}{E_{2\text{ср}}}$

7. Сравнить отношение $\frac{E_{1\,\text{ср}}}{E_{2\,\text{ср}}}$ с единицей и сделать вывод о погрешности, с которой был проверен закон сохранения энергии.

Ответы к упражнениям

№ 1. **1.** $s_x=4$ м; $s_y=-3$ м. **2.** $x=2{,}2$ м; $y=4$ м; ≈ 6 м. **3.** 13 км.

№ 2. **1.** $\approx 3{,}5$ км к юго-востоку; 42 мин. **2.** 90 км/ч. **3.** 3,4 км.

№ 3. **1.** 7,5 м. **2.** 0,1 м/с.

№ 4. **1.** 950 км/ч; 850 км/ч. **2.** 225 с. **3.** $x=72$ км; $y=1440$ км; $z=8$ км. Ось OX направлена с запада на восток, ось OY — с юга на север, ось OZ — вертикально вверх. **4.** Нет. Да; для переплывания по кратчайшему пути надо затратить больше времени, чем в стоячей воде.

№ 5. **1.** 70 км/ч. **2.** ≈ 55 км/ч.

№ 6. **1.** 10 с. **2.** 2,5 м/с^2. **3.** $\approx 6{,}3$ с. **4.** 64 800 км/ч.

№ 7. **1.** 27 м; 4 с; 8 м. **2.** 1-е тело движется равномерно, 2-е и 3-е равноускоренно. В момент времени, соответствующий точке A: $v_{1x}=v_{2x}=2$ м/с; $v_{3x}=0{,}5$ м/с и точке B: $v_{1x}=v_{3x}=2$ м/с; $v_{2x}=8$ м/с. $a_{1x}=0$; $a_{2x}=2$ м/с^2; $a_{3x}=0{,}5$ м/с^2. **3.** а) $a_{1x}=1$ м/с^2; $a_{2x}=0{,}5$ м/с^2; $a_{3x}=-0{,}5$ м/с^2. **4.** а) $OA=9$ м/с; $OB=3$ м/с; $OC=5$ с; б) $a_{1x}=a_{2x}=1$ м/с^2; $a_{3x}\approx 1{,}8$ м/с^2. **5.** $\approx 6{,}7$ м/с^2; 750 м. **6.** 0,6 м. **7.** 2,4 км. **8.** $1{,}6\cdot 10^4$ км. **9.** $\approx 3{,}8$ м/с^2. **10.** 500 м. **11.** ≈ 700 м.

№ 8. **1.** $\approx 3{,}1$ м/с. **2.** $\approx 2{,}3$ м/с^2. **3.** $\approx 7{,}8$ км/с. **4.** ≈ 19 м/с. **5.** $\approx 2{,}7\cdot 10^{-3}$ м/с^2.

№ 9. **1.** 6 м/с. **2.** 2 см; 6 см. **3.** 12 см.

№ 10. **1.** 1. **2.** 30 см/с.

№ 11. **1.** 9,8 Н. **2.** 4 кН. **3.** 2400 Н. **4.** Ложно: время не в 2, а в $\sqrt{2}$ раза меньше.

№ 12. **1.** Нет. **2.** 0,25 м/с^2; 0,2 м/с^2.

№ 13. **1.** 49 Н/м. **2.** 8 см.

№ 14. **1.** 0,7 мг. **2.** $\approx 0{,}17$ Н. **3.** $\approx 2\cdot 10^{20}$ Н. **4.** $\approx$ в 560 раз.

№ 15. **1.** 5 кг. **2.** ≈ 2600 км. **3.** $\approx 1{,}6$ Н; $\approx$ в 6,3 раза меньше. **4.** $\approx 3{,}7$ м/с^2.

№ 16. **1.** 49 Н. **2.** ≈ 1100 кг. **3.** 75 Н.

№ 17. **1.** ≈ 78 м. **2.** $\approx 10{,}5$ с; ≈ 103 м/с. **3.** 1 с; 9,8 м/с. **4.** ≈ 11 м/с. **5.** ≈ 20 м/с; 15 м. **7.** ≈ 46 м. **8.** ≈ 78 м; ≈ 39 м/с. **9.** $\approx 3{,}3$ м; $\approx 8{,}1$ м/с; $\approx 1{,}3$ с; $\approx 0{,}8$ м. **10.** 75 м; 10 м/с; 10 м/с. **11.** В 2 раза. **12.** 12 м/с.

№ 18. **1.** $\approx 1{,}3$ м; $\approx 1{,}0$ с; $\approx 8{,}8$ м. **2.** $\approx 2{,}8$ м.

№ 19. **1.** Во всех случаях 4900 Н. **2.** а) 1010 Н; б) 980 Н; в) 940 Н; г) 0. **3.** Уменьшится на 5600 Н. **4.** 9,8 Н; $\approx 9{,}77$ Н.

№ 20. **1.** ≈ 90 мин. **2.** 5,59 км/с. **3.** 4700 км. **4.** 36 000 км.

№ 21. **1.** ≈ 10 м/с. **2.** $\approx 3{,}4$ с; ≈ 34 м.

№ 22. **2.** ≈ 2 м/с. **3.** 30°. **4.** ≈ 10 м/с^2. **5.** $\approx 5{,}5$ м/с^2. **6.** ≈ 16 Н.

№ 23. **1.** Нельзя, ≈ 50 км/ч. **2.** ≈ 71 км/ч.

№ 24. **1.** 866 Н; 1000 Н; ≈ 707 Н; 500 Н. **2.** ≈ 30 Н; $\approx 7{,}9$ Н. **3.** ≈ 3400 Н.

№ 25. **1.** 0,1 кг. **2.** 0,2 кг. **3.** Будет. **4.** ≈ 1730 Н; 2000 Н.

№ 26. **1.** 10 кг·м/с. **2.** а) $3 \cdot 10^4$ кг·м/с; б) $6 \cdot 10^4$ кг·м/с. **3.** 0,2 кг·м/с; 2 Н. **4.** $\approx$20 000 кг·м/с; 1000 кг. **5.** $\approx$3,4 с.

№ 27. **1.** 5,5 м/с. **2.** 0,3 м/с. **3.** 4,5 кг.

№ 28. **1.** 500 Дж; $\approx$0,66. **2.** $\approx -1{,}1 \cdot 10^5$ Дж.

№ 29. **1.** 180 Дж; $\approx$11 м/с. **2.** $-4{,}5 \cdot 10^8$ Дж. **3.** $\approx 4{,}0 \cdot 10^{10}$ Дж. **4.** 40 Н; по радиусу; $A=0$. **5.** $\approx$200 000 Дж; 1000 кг. **6.** $\approx$34 м.

№ 30. **1.** -120 Дж. **2.** $\approx -1{,}1 \cdot 10^4$ Дж. **3.** $2{,}74 \cdot 10^5$ Дж. **4.** $\approx 2{,}7 \cdot 10^5$ Дж; $\approx 1{,}6 \cdot 10^6$ Дж.

№ 31. **1.** 8 Дж. **2.** $\approx$16 Дж. **3.** 0,085 Дж. **4.** Удлинения отличаются знаком, а потенциальные энергии одинаковы. **5.** $\approx$0,02 Дж. **6.** 8 Дж.

№ 32. **1.** $\approx$46 м. **2.** $\approx$2000 м. **3.** $\approx$290 Дж; $\approx$590 Дж. **4.** $\approx$230 кг. **5.** $\approx$0,01 м. **6.** $\approx$1,6 м/с. **7.** 3,75 м/с; 6,25 м/с.

№ 33. **1.** ≈ -240 Дж. **2.** $\approx 2{,}7 \cdot 10^3$ Дж. **3.** 36 км/ч. **4.** Кинетическая энергия уменьшилась на 1500 Дж. **5.** -700 кДж. **6.** Двигалось в воздухе. **7.** $\approx$1800 Дж.

№ 34. **1.** 7200 Н. **2.** 8 т. **3.** 360 кДж. **4.** $\approx 7{,}9 \cdot 10^{13}$ Дж. **5.** 20 кВт.

№ 35. **1.** 6 т. **2.** $\approx$5700 Н. **3.** 77 т. **4.** $\approx$20%.

Предметно-именной указатель

Исаак Константинович Кикоин
Абрам Константинович Кикоин

ФИЗИКА
Учебник для 8 класса средней школы

Зав. редакцией *И. А. Иванов*

Редактор *В. А. Обменина*

Конструкция и оформление издания *В. И. Кучмина*

Художники *С. Ф. Лухин, С. Г. Бессонов*

Художественный редактор *В. М. Прокофьев*

Технический редактор *В. Ф. Коскина*

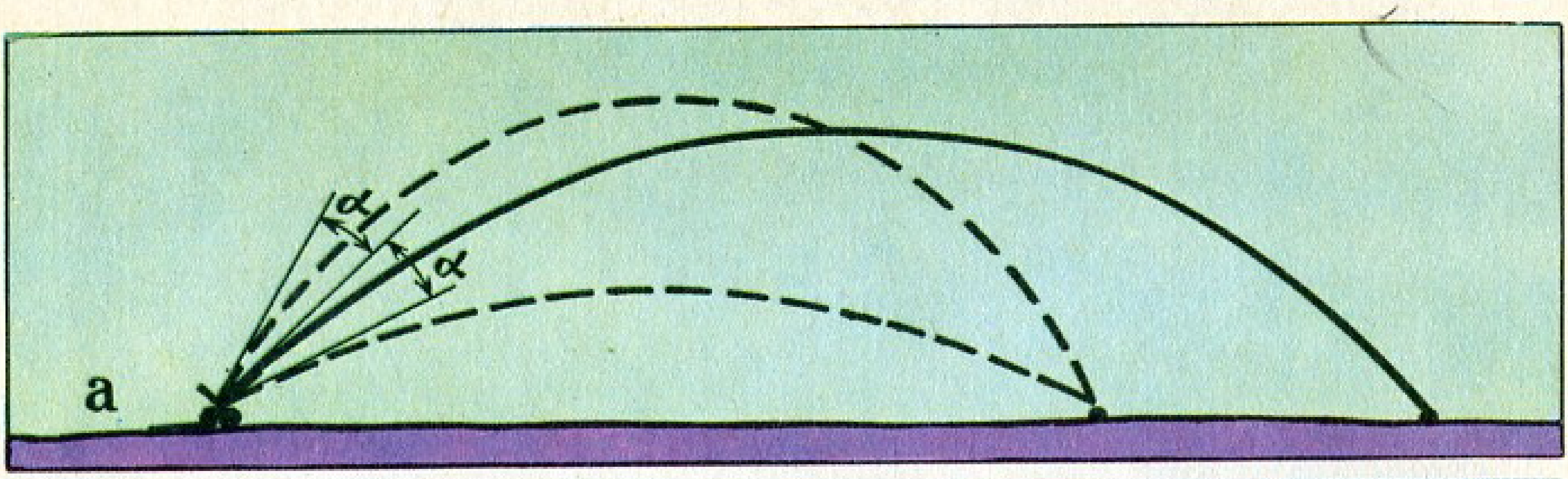
Корректор *Н. В. Бурдина*

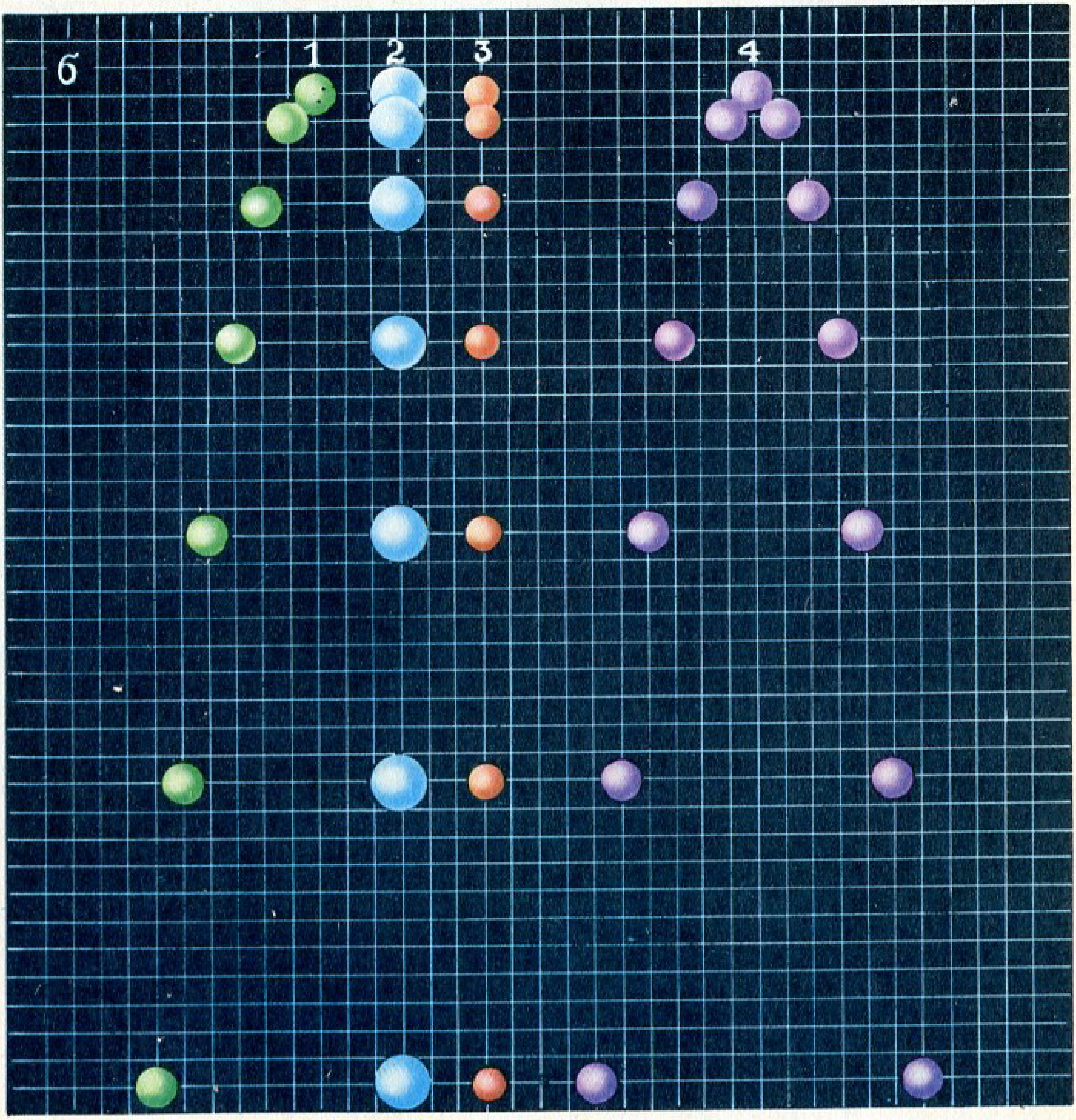
ИБ № 10623

Подписано к печати с диапозитивов 27.04.87. Формат $60\times90^1/_{16}$. Бумага офсетная № 2. Гарнит. литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 15+вкл. 0,25+форзац. 0,25. Усл. кр.-отт. 31,81. Уч.-изд. л. 14,02+вкл. 0,36+форзац 0,39. Тираж 1 295 000 экз. Заказ № 1632. Цена 35 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано с диапозитивов Смоленского полиграфкомбината Росглавполиграфпрома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли на Калининском ордена Трудового Красного Знамени полиграфкомбинате детской литературы им. 50-летия СССР Росглавполиграфпрома Госкомиздата РСФСР. 170040, Калинин, проспект 50-летия Октября, 46.

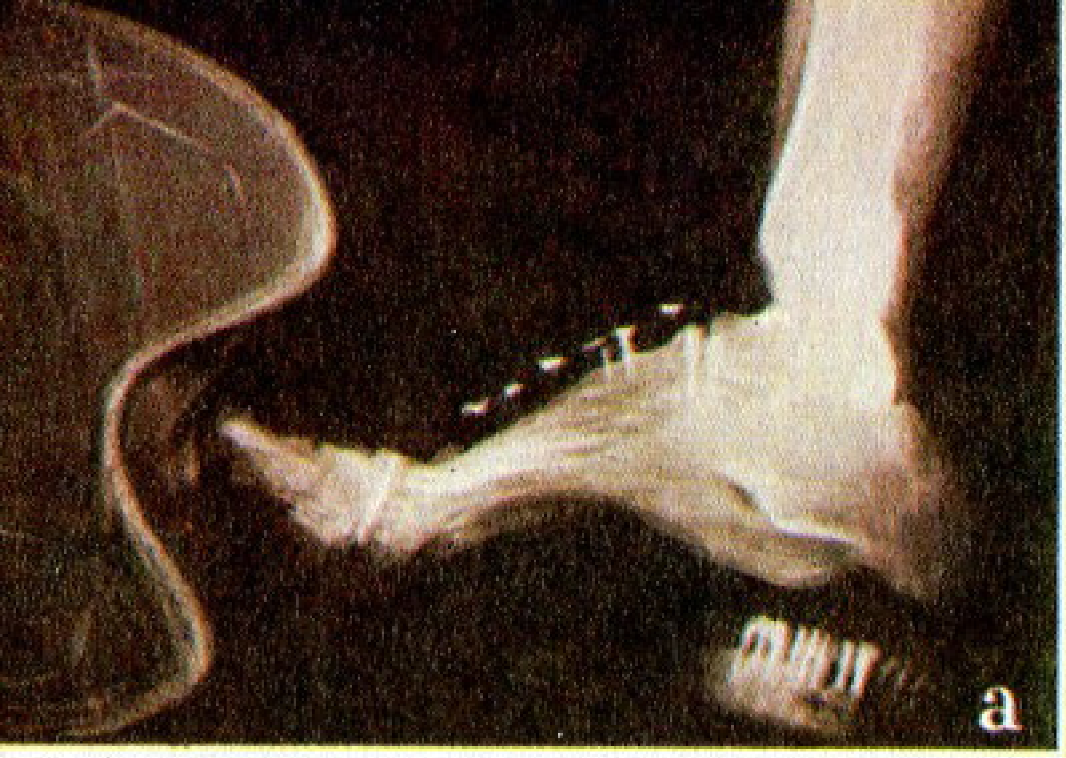


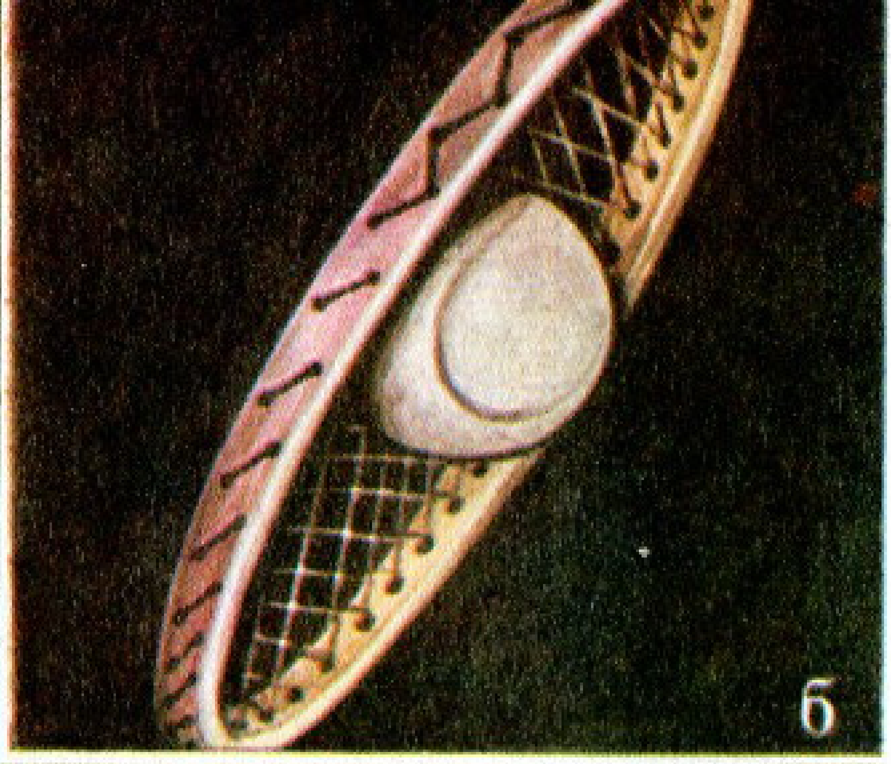


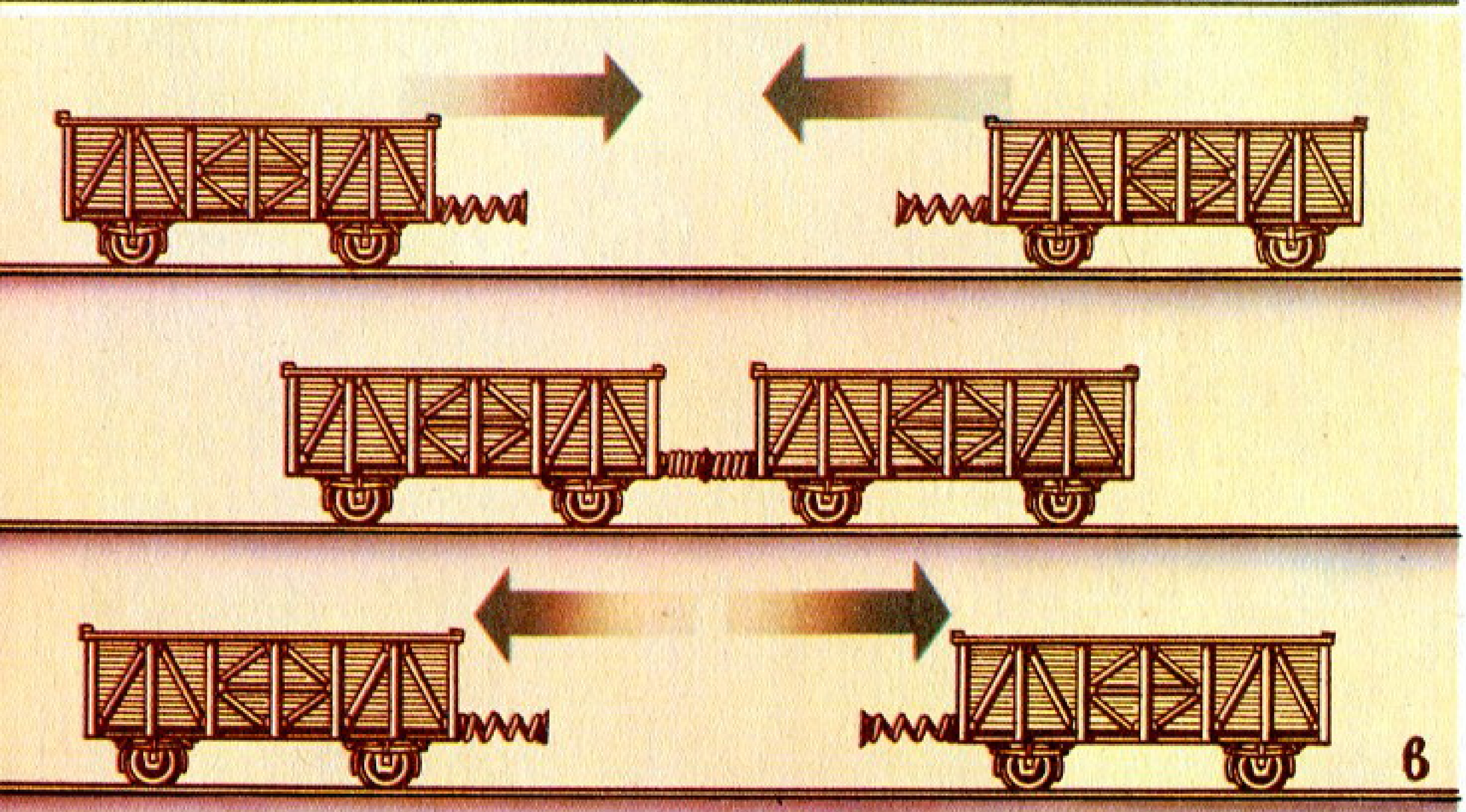
I

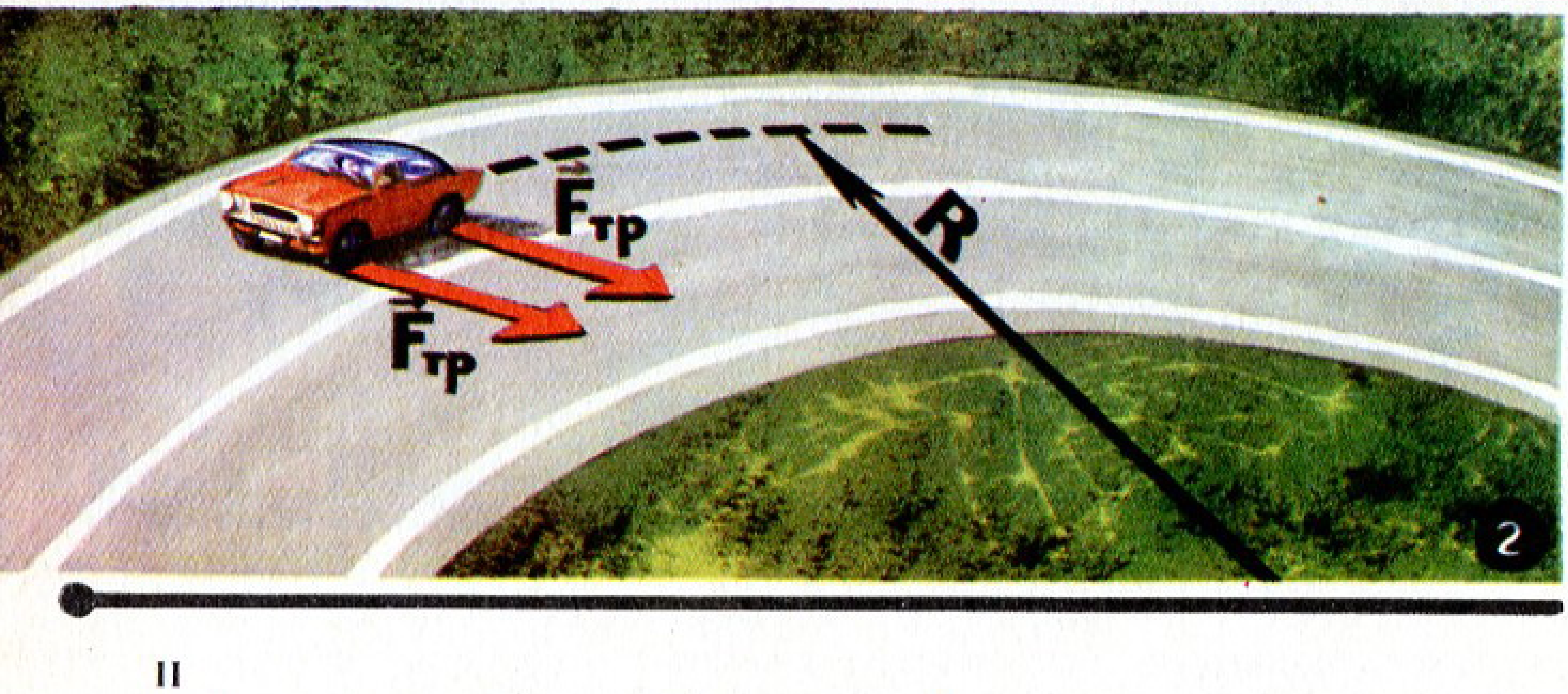
а) Траектория движения тела, брошенного под углом α к горизонту. В отсутствие сопротивления воздуха снаряд, выпущенный пушкой, летел бы по параболе. Максимальная дальность полета достигалась бы при угле вылета снаряда, равном 45°. При углах вылета снаряда $45° - \alpha$ и $45° + \alpha$ дальность полета снаряда была бы одинаковой.

б) Рисунки сделаны со стробоскопических фотографий движения металлических шариков под действием силы тяжести; шарик *1* был брошен горизонтально; шарики *2* и *3* свободно падали, а шарик *4* был брошен под углом к горизонту.









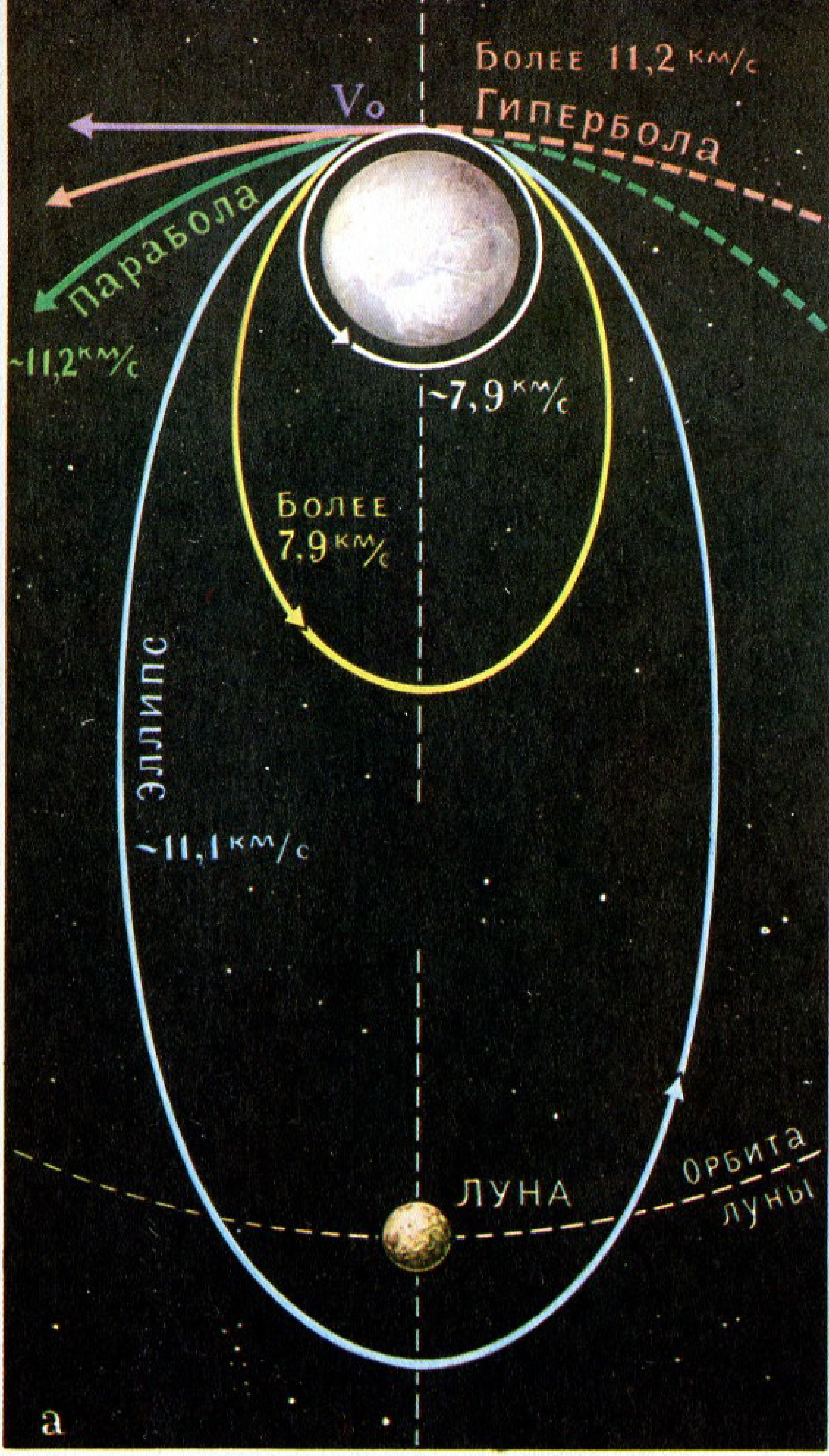
II

а) Рисунок с рентгеновского снимка ноги футболиста и мяча в момент удара по мячу. Видна деформация кости ноги. Сила упругости, действующая на мяч, возникает в результате деформации бутсы.

б) Рисунок с фотографии ракетки и теннисного мяча в момент удара по мячу.

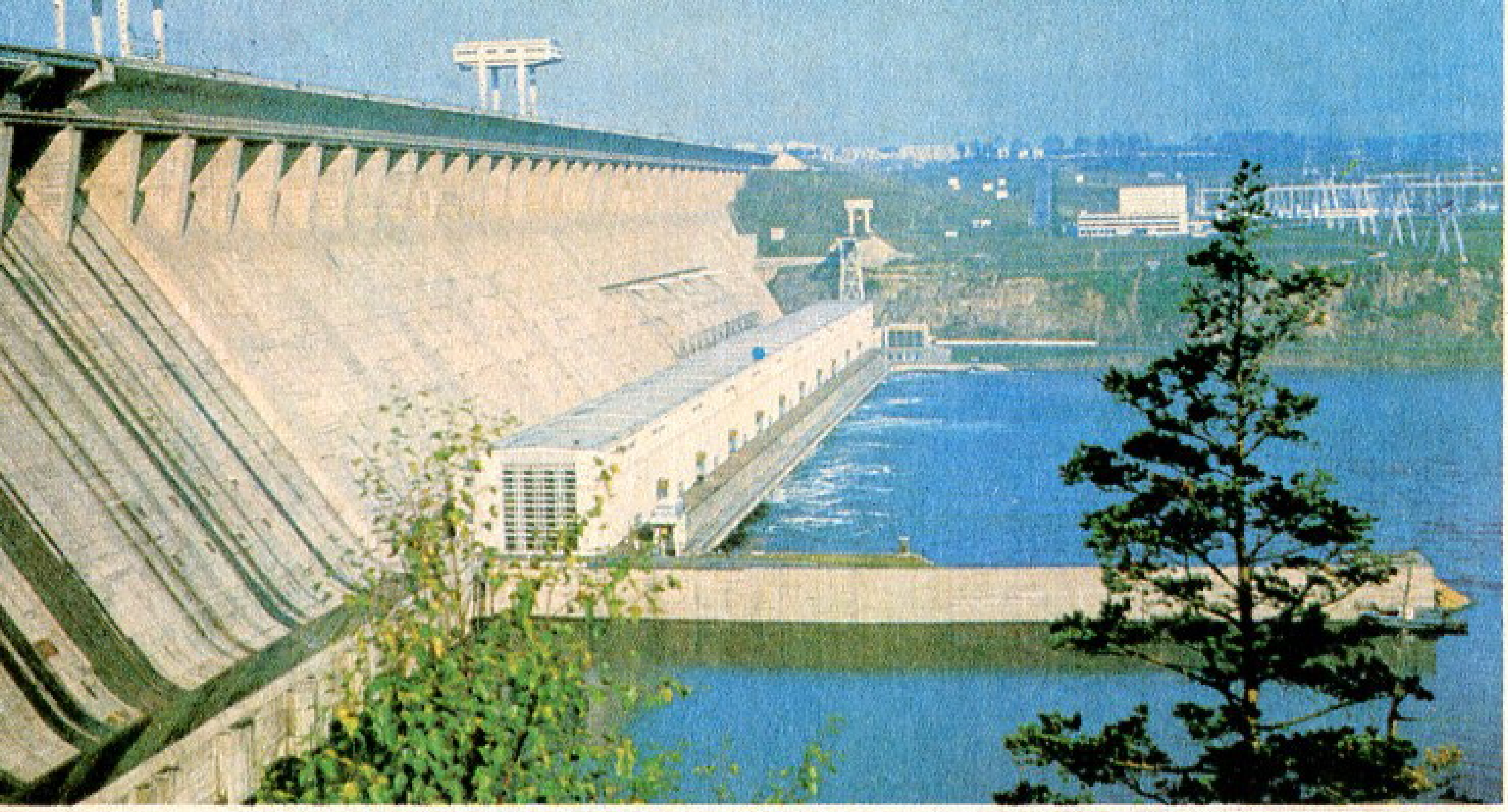
в) При столкновении двух тел возникают силы упругости, которые приводят к изменению скоростей этих тел.

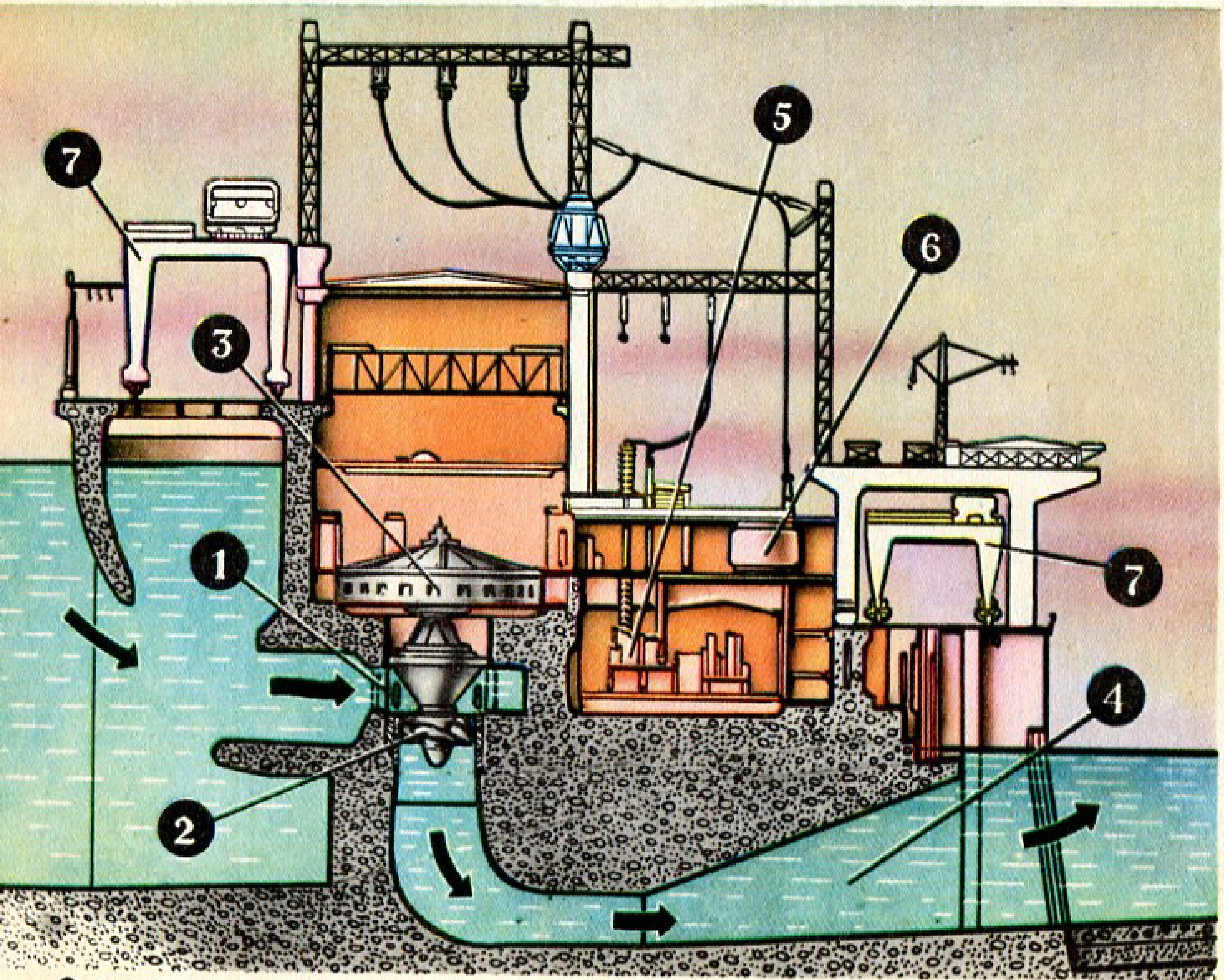
г) Автомобиль на закруглении шоссе движется с центростремительным ускорением. Это ускорение вызвано силой трения $\vec{F}_{тр}$ между покрышками колес и поверхностью дороги.



III

а) Космические скорости. Если скорость космического корабля $v_0 \approx 7,9$ км/с и направлена параллельно поверхности Земли, то корабль становится спутником Земли, движущимся по круговой орбите на сравнительно небольшой высоте над Землей. При скорости, лежащей между 7,9 и 11,1 км/с, орбита корабля будет эллиптической. При скорости 11,2 км/с корабль будет двигаться по параболе, а при еще большей скорости — по гиперболе.
б) Старт ракеты.





IV

Вверху — фотография современной гидроэлектростанции. Внизу — схематический разрез ГЭС. Потенциальная энергия воды при падении из верхнего в нижний бьеф станции превращается в кинетическую энергию. При прохождении воды через турбину ее кинетическая энергия передается рабочему колесу турбины и связанному с ним генератору. (Цифрами на рисунке обозначены: *1* — камера турбины; *2* — гидротурбина; *3* — гидрогенератор; *4* — отсасывающая труба; *5* — распределительные устройства (электрические); *6* — трансформатор; *7* — портальные краны.)